

## しゅう動摩擦によるパンタグラフの不安定振動低減に関する基礎検討

○ [機] 小林 樹幸 [電] 原田 智 (鉄道総合技術研究所)

## Reduction of unstable vibration for travelling pantograph

○Shigeyuki Kobayashi, Satoshi Harada, (Railway Technical Research Institute)

The contact force fluctuation of the pantograph can be generated by friction force between contact strips and contact wire. Authors developed a pantograph model based on multi-body dynamics (MBD) technique that considers coupling motion between horizontal friction force and vertical displacement of the pantograph head. In order to reduce the contact force fluctuation, this study proposes sensitivity analysis methodology using the MBD model of the pantograph. In this method, sensitivity of the frequency response function (FRF) is calculated based on the MBD model. The proposed sensitivity analysis method is validated by comparing the calculated sensitivity and results of the time history analysis of the model.

キーワード: パンタグラフ, しゅう動摩擦, マルチボディダイナミクス, 周波数応答関数, 感度解析

Key Words: Pantograph, Friction, Multi-body dynamics, Frequency response function, Sensitivity

## 1. はじめに

パンタグラフは、上枠、下枠、舟支えリンクと釣り合い棒から成るリンク機構を用いて、パンタグラフの上下動を実現している。また、パンタグラフが走行する際には架線と舟体の間にしゅう動摩擦が発生する。しゅう動摩擦に起因した前後力（以下、摩擦力）が舟体に発生すると、リンク機構によって、摩擦力と連成した舟体の上下方向の振動（以下、不安定振動）が生じる。このような舟体の不安定振動は、架線・舟体間の摩擦係数が大きいほど顕著になり、大きな接触力変動を生じる可能性があり、すり板・トロリ線の摩耗進展に影響を与えるものと考えられる。

パンタグラフの架線に対する追従性能をシミュレーションによって解析する際には、多質点系<sup>1)</sup>や3次元の柔軟体マルチボディダイナミクス<sup>2)</sup>に基づいてパンタグラフをモデル化する。一方、著者らは、パンタグラフの前後方向に作用するしゅう動摩擦に連成して発生するパンタグラフの上下運動を表現可能な力学モデルを、2次元のマルチボディダイナミクス（以下、MBD）に基づいて構築した<sup>3)</sup>。

本研究では、しゅう動摩擦によって生じる舟体の不安定振動を評価する手法の提案と、不安定振動を低減するためのパンタグラフの構造変更に関する基礎検討を行う。具体的には、パンタグラフの周波数応答関数（以下、FRF）を用いて、しゅう動摩擦に起因して発生するパンタグラフの不安定振動を評価する。また、FRFの感度解析に基づいて不安定振動低減に必要な構造変更の基礎検討を行う。

## 2. パンタグラフの MBD モデルと FRF の計算方法

## 2.1 パンタグラフの MBD モデル

本研究では、図1に示すように MBD に基づいてしゅう動摩擦と上下運動の連成を表現するパンタグラフモデルを、解析の対象とする。モデル化の対象としたパンタグラフは、一列舟体を有するシングルアームパンタグラフである。本モデルでは、上枠、下枠、釣り合い棒、舟支えリンク、舟体を剛体で定義し、これらを回転ジョイントで結合する。各部材は、図1の x-y 平面内における並進および回転自由度の合計3自由度を有する。下枠と釣り合い棒の下部はそれぞれ、台枠に対して回転ジョイントで結合される。

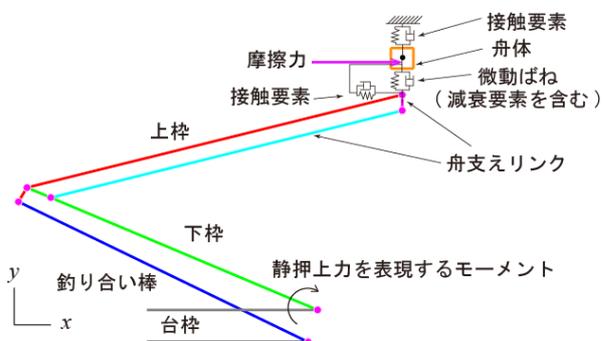


図1 パンタグラフの MBD モデル

## 2.2 FRF (コンプライアンス) の計算方法

MBD モデルの運動方程式は次式で表される。

$$\mathbf{M}\delta\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}\delta\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}\delta\mathbf{q} + \Phi_{\mathbf{q}}^t \boldsymbol{\lambda} = \mathbf{Q}^A \quad \dots\dots\dots(1)$$

ここで  $\mathbf{q}$  は一般化座標系における変位ベクトル、 $\Phi_{\mathbf{q}}$  はヤコビアン、 $\boldsymbol{\lambda}$  はラグランジュの未定乗数、 $\mathbf{Q}^A$  は系に作用する外力ベクトルを表す。式(1)の左辺第 4 項は拘束力ベクトルであり、これを消去するためにヤコビアンの転置行列  $\Phi_{\mathbf{q}}^t$  を QR 分解すると次式になる。

$$\Phi_{\mathbf{q}}^t = [\mathbf{Q}_u \quad \mathbf{Q}_v] \begin{bmatrix} \mathbf{R}_u \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots(2)$$

式(1)から拘束力を消去するために、次式のように拘束力に直交した、独立座標系における変位ベクトル  $\mathbf{v}$  を定義する。

$$\mathbf{q} = \mathbf{Q}_v \mathbf{v} \quad \dots\dots\dots(3)$$

式(1)に式(3)を代入し、前から  $\mathbf{Q}_v^t$  を乗じると次式を得る。

$$\hat{\mathbf{M}}\delta\ddot{\mathbf{v}} + \hat{\mathbf{C}}\delta\dot{\mathbf{v}} + \hat{\mathbf{K}}\delta\mathbf{v} = \hat{\mathbf{Q}}^A \quad \dots\dots\dots(4)$$

式(4)より、次式で FRF を得る。

$$\hat{\mathbf{G}} = (-\omega^2 \hat{\mathbf{M}} + j\omega \hat{\mathbf{C}} + \hat{\mathbf{K}})^{-1} \quad \dots\dots\dots(5)$$

次式で、FRF を独立座標系から一般化座標系へ変換する。

$$\mathbf{G} = \mathbf{Q}_v \hat{\mathbf{G}} \mathbf{Q}_v^t \quad \dots\dots\dots(6)$$

### 3. FRF の感度解析

感度解析とは、所望の動特性を得るために必要な設計変数の変更量を求める解析のことである<sup>4)</sup>。本研究では、FRF の感度解析により、舟体の不安定振動を低減するパンタグラフの構造変更提案に関する基礎検討を行う。パンタグラフにおける設計変数とは、例えば微動ばねの剛性や、舟体の質量などを指す。

感度解析では、実際にモデルの構造変更を行った上で FRF を算出し、構造変更前後の FRF の差分を計算することで感度を求める。本研究では、次式のように構造変更後の FRF と構造変更前の FRF の差を計算し、構造変更率  $\delta\gamma$  で正規化することにより、FRF の感度  $\delta G$  を求める。

$$\delta G = \left( \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (|G(\omega_i)| - |G_0(\omega_i)|) \right) / |\delta\gamma| \quad \dots\dots\dots(7)$$

## 4. MBD モデルの感度解析と時刻歴応答解析

### 4.1 概要

本章では、FRF を用いて不安定振動を評価できることを示す。また、時刻歴応答解析によって得られる不安定振動の、構造変更前後における差異と、感度解析結果とを比較することで、感度解析によって得られる構造変更提案の妥当性を検証する。

本研究における舟体の不安定振動の定義は、舟体の前後方向に作用する摩擦力によって生じる、舟体の上下方向変位であり、これを低減することが目的である。そこで本研究では、舟体の前後方向 (x 方向) の力入力に対する、舟体の上下方向 (y 方向) の変位出力に関する FRF (コンプライアンス) の感度解析を行う。以降、特に断りの無い限り、FRF は上記の入出力関係を表すものとする。

### 4.2 MBD モデルの時刻歴応答解析方法

感度解析の妥当性を検証するために、式(1)に基づいて MBD モデルの時刻歴応答解析 (シミュレーション) を行

う。本シミュレーションでは、架線の動特性は考慮せず、剛体架線の下をパンタグラフが走行するものとする。また、パンタグラフの進行方向がなびき方向の場合には、舟体と剛体架線間の摩擦係数を正とし、反なびき方向の場合には摩擦係数を負とする。

図 2 に示す時刻歴応答解析の流れを、以下にまとめる。

- (1) パンタグラフが中腰の姿勢で、走行していない状態から運動シミュレーションを開始する。シミュレーション開始後、パンタグラフが走行していない状態で静押上力によってパンタグラフが上昇する。
- (2) パンタグラフが剛体架線 (接触要素) に着線する。舟体に作用する接触力がほぼ一定値 (静押上力) に収束するまで、パンタグラフを走行させない。シミュレーション開始から 1 s 後にパンタグラフの走行を開始させる。剛体架線下を走行する状況を模擬するために、接触力に比例したしゅう動摩擦力を舟体重心に与える。

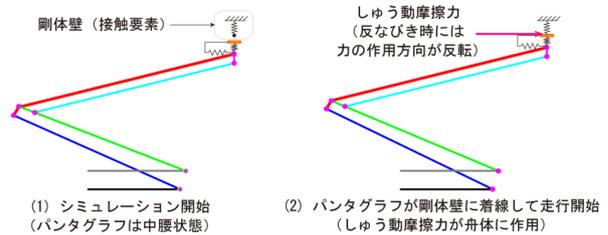


図 2 MBD モデルの時刻歴応答解析の流れ

### 4.3 設計変数初期値における FRF と時刻歴応答解析結果

感度解析を行う前に、表 1 に示す MBD モデルの初期パラメータ (設計変数初期値) における FRF と、時刻歴応答解析から得られる接触力の計算結果について考察することにより、しゅう動摩擦に起因して発生するパンタグラフの不安定振動を、FRF を用いて評価できることを示す。また、本節の検討を通じて、次節以降で感度解析を行う際の対象周波数範囲を決定する。

摩擦係数が 0, -1, 1 の場合の、0 Hz から 20 Hz までの FRF のボード線図を図 3 に示す。図 3 より、本パンタグラフモデルでは、摩擦係数が正の場合、すなわちパンタグラフがなびき方向に走行する場合には、摩擦係数が 0 の場合と比較して 1 次の固有振動数が低下し、その周波数における FRF の絶対値が増加することがわかる。一方、摩擦係数が負の場合、すなわちパンタグラフが反なびき方向に走行する場合には、1 次の固有振動数が増加し、その周波数における FRF の絶対値が低下することがわかる。

シミュレーション開始後 1 s から 2 s までの接触力の時刻歴応答解析結果を図 4 に示す。図 4 では、シミュレーション開始から 1 s 後に走行を開始して、摩擦係数が 0 ではない場合には不安定振動の発生が確認される。図 4 より、しゅう動摩擦に起因する不安定振動の主な周波数成分は、本パンタグラフモデルの場合には約 14 Hz であることがわかる。また、摩擦係数が 1 の場合 (なびき方向に走行する

場合)の方が、摩擦係数が-1の場合(反なびき方向に走行する場合)よりも、不安定振動の大きさ、すなわち接触力変動の振幅が大きいことがわかる。これらの傾向は、図3に示すボード線図のそれと一致することから、FRFを用いて不安定振動を評価できることがわかる。

0 Hz から1次の固有振動数までにおいて、摩擦係数が正の場合の方が、摩擦係数が負の場合よりもFRFのピークの絶対値が大きいのは、以下の理由によるものと考えられる。摩擦係数が正の場合には、xの正方向に対して摩擦力が働く。当該の周波数範囲ではFRFの位相が0度であるため、摩擦力の定常分によって舟体はyの正方向に変位して、接触力の定常分も増加する。一方、摩擦係数が負の場合には上記の過程と逆の現象が発生し、接触力の定常分が減少する。そのため摩擦係数が正の場合の方が負の場合よりも、単位力入力に対する発生変位が大きくなる、すなわちFRFのピークの絶対値が大きくなるものと考えられる。

以上の時刻歴応答解析の結果から、パンタグラフに発生する不安定振動は、1次の固有モードが支配的であることがわかる。したがって、感度解析を行う周波数範囲は、不

表1 MBDモデルの主要な初期パラメータ

部材・要素	質量 [kg]	慣性モーメント [kg m <sup>2</sup> ]
舟体	3.0	1.0 x 10 <sup>-2</sup>
釣り合い棒	2.4	2.1 x 10 <sup>-1</sup>
上枠	10.5	8.1 x 10 <sup>-1</sup>
下枠	6.5	5.2 x 10 <sup>-1</sup>
舟支えリング(下側)	1.3	1.4 x 10 <sup>-1</sup>
舟支えリング(上側)	4.4	2.0 x 10 <sup>-4</sup>
部材・要素	剛性 [N/m]	減衰 [Ns/m]
微動ばね	105,000	50
接触要素	500,000	500

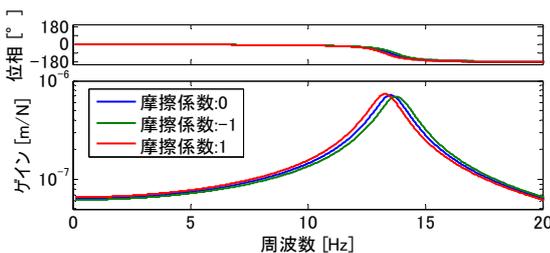


図3 舟体の前後方向(x方向)の力入力に対する、舟体の上下方向(y方向)の変位出力に関するFRF

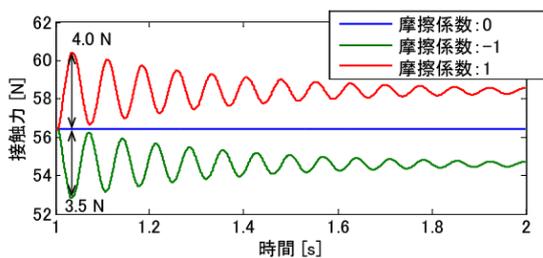


図4 接触力の時刻歴応答解析結果

安定振動の主な周波数成分を包含する0 Hz から20 Hzまでとする。また、FRF解析により、摩擦係数の有無による系の動特性の変化は、比較的小さいことがわかる。そこで、次節以降では、摩擦係数が0の条件下で、0 Hz から20 Hzまでの周波数範囲においてFRFの感度を算出する。

4.4 感度解析の方法

表1に示したMBDモデルの主要なパラメータを設計変数の初期値として、FRFの感度解析を行う。本研究における感度解析の対象は、舟体中心のx方向への入力に対する、舟体中心のy方向への出力に関するFRFである。このFRFを解析対象とする理由は、本研究の対象とする不安定振動は、舟体のx方向へ作用する摩擦力によって生じる舟体のy方向の運動に起因するためである。本研究では、感度解析を行う際には、摩擦係数は0であるものとするが、摩擦係数の値による感度算出結果の変化に関する調査については、今後取り組むべき課題である。

感度を計算する際の設計変数に対する構造変更量は、いずれの設計変数についても初期値の10%とした。本研究のようにFRFの差分を計算して感度を高精度に求めるためには、構造変更量をより小さくする必要がある。しかし本研究では、構造変更による現象の変化を、FRFや接触力の時刻歴波形として視覚的に把握できるように10%の構造変更を行う。本研究では下記の設計変数に関するFRFの感度を計算する。

- ・微動ばねの剛性(4.5節)
- ・舟体の質量(4.6節)

4.5 微動ばねの剛性に関する感度解析と時刻歴応答解析

(1) 感度解析

微動ばねの剛性を、初期値から10%増加、及び10%減少させて、FRFの感度解析を行う。剛性増加の前後において算出されるFRFの比較を図5に示す。剛性が増加することで、1次の固有振動数が増加し、FRFのゲインも増加することがわかる。一方、剛性が減少することで、1次の固有振動数が低下し、FRFのゲインも低下することがわかる。微動ばねの剛性に関するFRF感度は5.84 x 10<sup>-10</sup> [(m/N)/%]であった。

(2) 時刻歴応答解析

次に、パンタグラフモデルの時刻歴応答解析を行い、構造変更(微動ばねの剛性増加及び減少)前後における接触力変動の大きさを比較する。摩擦係数が1の場合(なびき方向に走行する場合)の接触力を図6に示す。ここで、接触力変動の大きさと、図6における接触力の減衰自由振動波形の両振幅の値を指す。図6より、微動ばねの剛性を増加させることで、しゅう動摩擦に起因する接触力変動が増加することがわかる。

感度解析の結果に基づけば、微動ばねの剛性を低下させることで、しゅう動摩擦に起因する接触力変動が低減されるものと考えられる。そこで次に、微動ばねの剛性を初期値から10%低下させて時刻歴応答解析を行った。摩擦係数が1の場合(なびき方向に走行する場合)の接触力を図7

に示す。図 7 より、微動ばねの剛性を低下させることで、しゅう動摩擦に起因する接触力変動が低下することがわかる。以上の時刻歴応答解析により、感度解析の妥当性が確認された。

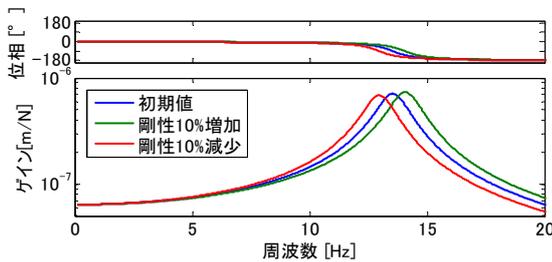


図 5 剛性増加・減少前後の FRF

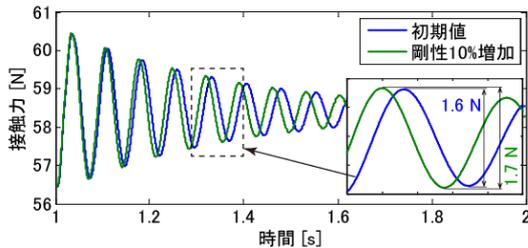


図 6 剛性増加前後の接触力

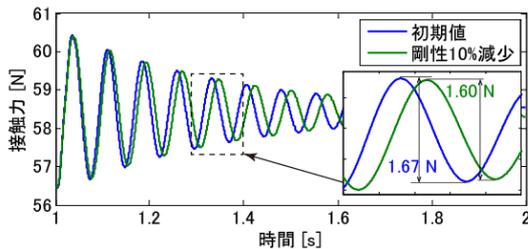


図 7 剛性減少前後の接触力

#### 4.6 舟体の質量に関する感度解析と時刻歴応答解析

##### (1) 感度解析

舟体の質量を、初期値から 10 %増加させて、FRF の感度解析を行う。質量増加の前後において算出される FRF の比較を図 8 に示す。舟体の質量が増加することで、FRF のゲインがやや増加することがわかる。舟体の質量に関する FRF 感度は  $1.14 \times 10^{-10} [(m/N)/\%]$  であった。

##### (2) 時刻歴応答解析

時刻歴応答解析を行い、構造変更（舟体質量の増加）前後における接触力を比較する。摩擦係数が 1 の場合（なびき方向に走行する場合）の接触力を図 9 に示す。図 9 より、舟体の質量が増加することで、しゅう動摩擦に起因する接触力変動が、やや増加することがわかる。

#### 4.7 本章のまとめ

設計変数初期値における FRF と時刻歴応答解析の結果から、FRF を用いて不安定振動を評価できることがわかった。また、微動ばねの剛性と、舟体の質量を設計変数とした感度解析と、時刻歴応答解析を行い、不安定振動を低減させるための構造変更方法を、感度解析に基づいて提案できることを確認した。さらに、微動ばねの剛性の方が、舟

体の質量よりも不安定振動に対する感度が大きいことがわかった。

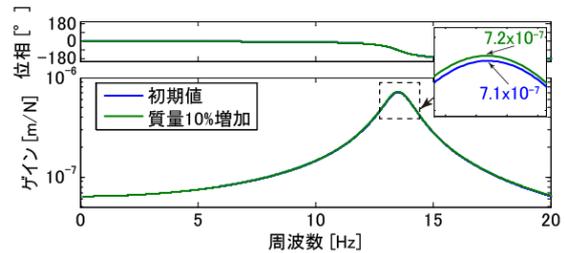


図 8 舟体質量増加前後の FRF

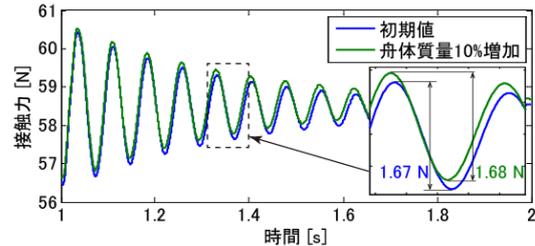


図 9 舟体質量増加前後の接触力

#### 5. まとめ

本研究では、パンタグラフ舟体に作用するしゅう動摩擦力に連成して発生する、パンタグラフ舟体の上下変位（不安定振動）を低減するための構造変更案を示すために、周波数応答関数（FRF）の感度解析を行った。

本研究のまとめを以下に記す。

- ・パンタグラフの MBD モデルの FRF（舟体中心の x 方向への入力に対する、舟体中心の y 方向への出力に関するコンプライアンス）を用いることで、不安定振動を評価できることがわかった。
- ・しゅう動摩擦に起因するパンタグラフの不安定振動を低減するためのパンタグラフの構造変更方法を、感度解析に基づいて提示する方法を提案した。
- ・感度解析結果と、時刻歴応答解析結果を比較することで、感度を用いて、不安定振動を低減するための構造変更案を概ね提示できることを示した。
- ・微動ばねの剛性に対する FRF 感度の方が、舟体質量に対する感度よりも大きいことがわかった。

#### 参考文献

- 1) 網干光雄：パンタグラフ追従性能が接触力変動に与える影響，鉄道総研報告，Vol.18, No.8, pp.17-22, 2004.
- 2) 小山達弥，長尾恭平，池田充，白田隆之：MBD モデルを用いた架線・パンタグラフの三次元運動シミュレーション，Dynamics and Design Conference 2020 講演論文集，No.20-11, 2020.
- 3) 小林樹幸，白田隆之，山下義隆：しゅう動摩擦が作用するパンタグラフの安定性評価，第 27 回交通・物流部門大会(TRANSLOG2018)講演論文集，No.18-83, 2018.
- 4) 長松昭男：モード解析，培風館，1990.