大規模地震における桁式鉄道橋りょう境界部の折れ角の簡易推定手法

○［土］成田 顕次（鉄道総研）　　　［土］徳永　宗正（鉄道総研）

［土］池田　学（鉄道総研）

A simplified method for estimating angular rotation in consideration of structural nonlinearity of viaducts during earthquake

○Kenji Narita, Munemasa Tokunaga, Manabu Ikeda, (Railway Technical Research Institute)

Railway viaducts responds in different vibration period during earthquake, which causes angular rotations between adjacent railway viaducts. Large scale earthquake causes the non-linear behavior especially for existing old structures due to their inadequate yield strength; however, the current railway seismic design code in Japan specifies a simple method for estimating the angular rotations which can be applied only for elastic structural behaviors. The purpose of this study is to establish a simple method for estimating the angular rotations based on the vibration characteristics of a single structure in consideration of structural nonlinearity during earthquake. A simplified method for estimating angular rotations considering nonlinearity is proposed. The validity of the proposed method was confirmed based on the numerical simulations.

キーワード：地震応答解析，非線形，折れ角，鉄道橋りょう

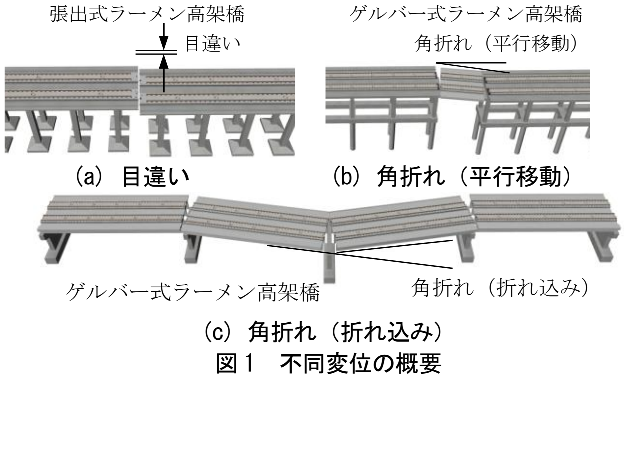
Key Words：Seismic analysis, Nonlinear, Angular rotation, Railway viaducts

１．はじめに

近年の大規模地震により，鉄道の脱線現象が生じている[1]．鉄道橋りょうの設計においては，鉄道構造物等設計標準・同解説[2]（変位制限）（以下,「変位標準」と示す.）において，軌道面に発生する変位を一定以下に制限することで橋りょうが保有すべき地震時走行安全性を担保している．具体的には，L1 地震動を対象として，橋りょうが橋軸直角方向に振動することで車両を加振する振動変位，および連続する橋りょうが位相差をもって挙動することにより橋りょう境界に発生する不同変位の両方を照査する体系となっている．

図 1 に，不同変位の概略図を示す．不同変位の具体的な照査は，隣接する橋りょうの種類に応じて異なり，設計振動単位として隣接する 2 単位を考慮する場合は目違い，平行移動を，3 単位を考慮する場合では折れ込みを照査する．その際に，地震動は鉄道構造物等設計標準・同解説[3]（耐震設計）（以下,「耐震設計」と示す.）の L1 地震動を対象としている．一方で，建設年代が古い既設橋りょうは低降伏震度であることや, L2 地震動のような大規模地震動に対しても不同変位を照査する必要性がある場合，現行の照査方法が適用できない課題がある．

これら課題に対して，既往の研究においては鉄道橋りょうが非線形化した場合の不同変位の推定手法の検討が行われている[4]．そこでは，異なる振動単位が 2 連続する橋りょうを対象として，目違い，平行移動の共通の量である橋りょう境界部の相対変位に着目し，相対変位の推定を行った[4]．一方で，異なる振動単位が 3 連続する橋りょうの場合は，連続する橋りょうが位相差をもって挙動するために境界部に発生する折れ角を把握する必要があるが，非線形応答を考慮して高精度に折れ角を推定する手法がない．実



(a) 目違い　**(b) 角折れ（平行移動）**

(c) 角折れ（折れ込み）

図１　不同変位の概要

際の不同変位の照査体系の点から，橋りょう境界部に発生する折れ角に関する推定手法の構築も重要であると考える．

以上から，本論文では鉄道橋りょうを対象として非線形特性を考慮した橋りょう境界部で発生する，平行移動，折れ込みに共通する折れ角を対象として，折れ角の地震時応答推定手法を構築することを目的とする．

２．折れ角の推定理論解と検証モデル

2.1 不規則振動論に基づく折れ角

図 2 に，位相差を考慮した折れ角の概要図を示す．図に示すように，折れ角は各橋りょうが位相差を持って挙動することにより発生する．各橋りょうの地震時応答を独立した 1 自由度で表現した時，折れ角の時刻歴応答はスパンと各自由度の応答変位の関数となる式(1)により算出される [2]．

$$\theta(t)=\frac{\delta_j(t)-\delta_i(t)}{l_i}+\frac{\delta_j(t)-\delta_k(t)}{l_j} \tag{1}$$

ここで，θは時刻 t における折れ角，$\delta_n(n=i,j,k)$は時刻 t における橋りょうの応答変位を，$l_n(n=i,j)$は橋りょう間の距離を示す．地震外力を定常ガウス雑音と仮定すると折れ角の期待値は，式(2)で示すことができる．

$$E[\theta(t)]=E\left[\frac{\delta_j(t)-\delta_i(t)}{l_i}+\frac{\delta_j(t)-\delta_k(t)}{l_j}\right] \tag{2}$$

式(2)の両辺を二乗すると，

$$\begin{aligned}E[\theta(t)]^2=&\frac{1}{l_i^2}E\left[\delta_i^2\right]+\left(\frac{1}{l_i}+\frac{1}{l_j}\right)^2E\left[\delta_j^2\right]\\&+\frac{1}{l_j^2}E\left[\delta_k^2\right]-\frac{2}{l_i}\left(\frac{1}{l_i}+\frac{1}{l_j}\right)E\left[\delta_i\delta_j\right]\\&-\frac{2}{l_j}\left(\frac{1}{l_i}+\frac{1}{l_j}\right)E\left[\delta_j\delta_k\right]+\frac{2}{l_jl_i}E\left[\delta_k\delta_i\right]\end{aligned} \tag{3}$$

が得られる．ここで，ρ_{ij}をδ_iとδ_j，ρ_{jk}をδ_jとδ_kの相関係数とすると，相関係数ρ_{ij}は式(4)で示すことができる．

$$\rho_{ij}=\frac{E\left[\delta_i(t)\delta_j(t)\right]}{\sqrt{E\left[\delta_i\ (t)^2\right]}\sqrt{E\left[\delta_j(t)^2\right]}} \tag{4}$$

式(4)の分母である変位応答の 2 乗平均和は留数積分を用いて，式(5)のように示すことができる．

$$E\left[\delta_n(t)^2\right]=\frac{\pi S_0(\omega)}{2h\omega_n^3} \tag{5}$$

ここで$S_0(\omega)$は，パワースペクトル密度を示し，地震外力を定常ガウス雑音とした場合の自己相関関数の期待値の導出を参考にすると,$E\left[\delta_i(t)\delta_j(t)\right]$は,式(6)により与えられる [5]．

$$\begin{aligned}E\left[\delta_i(t)\delta_j(t)\right]=&2\pi S_0(\omega)\cdot 2\left(h_i\omega_i+h_j\omega_j\right)\\&\cdot\left(\omega_i^2+\omega_j^2\right)^2+4h_ih_j\omega_i\omega_j\left(\omega_i^2+\omega_j^2\right)\\&+4\left(h_i^2+h_j^2\right)\omega_i^2\omega_j^2\end{aligned} \tag{6}$$

式(5), 式(6)を式(4)に代入すると, 相関係数ρ_{ij}として以下の式が得られる．

$$\begin{aligned}\rho_{ij}=&2{r_h}^{0.5}{r_T}^{1.5}(r_h+r_T)\\&/\left\{\frac{1}{4{h_i}^2}(1-{r_T}^2)^2+r_hr_T(1+{r_T}^2)+(1+{r_h}^2){r_T}^2\right\}\end{aligned} \tag{7}$$

ここで $r_T(=T_j/T_i)$は橋りょうの固有振動数の逆数である固有周期比，$r_h(=h_j/h_i)$は，橋りょうの減衰比を示す．ρ_{jk}も同様に算出する．ここで，式(7)の相関係数ρ_{ij}を式(3)に代入

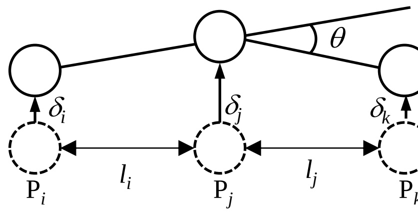


図 2　位相差を考慮した折れ角

すると，以下が得られる．

$$\begin{aligned}E[\theta]^2=&\frac{1}{l_i^2}\left\{E\left[\delta_i^2\right]+(1+\lambda)^2E\left[\delta_j^2\right]+\lambda^2E\left[\delta_k^2\right]\right.\\&-2(1+\lambda)\rho_{ij}\sqrt{E\left[\delta_i^2\right]}\sqrt{E\left[\delta_j^2\right]}\\&-2\lambda(1+\lambda)\rho_{jk}\sqrt{E\left[\delta_j^2\right]}\sqrt{E\left[\delta_k^2\right]}\\&\left.+2\lambda\rho_{ki}\sqrt{E\left[\delta_k^2\right]}\sqrt{E\left[\delta_i^2\right]}\right.\end{aligned} \tag{8}$$

ここで，$\lambda=l_i/l_j$である．ピークファクターpが各振動系で等しいと仮定して，$\theta^{max}\ =p\sqrt{E[\theta]}$，$\delta_n^{max}=p\sqrt{E[\delta_n^2]}$の関係を式(8)に代入すると式(9)が得られる．

$$\begin{aligned}\theta^{max}=&\frac{1}{l_i}\left\{\delta_i^{max\,2}+(1+\lambda)^2\delta_j^{max\,2}+\lambda^2\delta_k^{max\,2}\right.\\&-2\left((1+\lambda)\rho_{ij}\delta_i^{max}\delta_j^{max}+\lambda(1+\lambda)\right.\\&\left.\left.+\rho_{jk}\delta_j^{max}\delta_k^{max}-\lambda\rho_{ki}\delta_k^{max}\delta_i^{max}\right)\right\}^{0.5}\end{aligned} \tag{9}$$

ここで，$\delta_n^{max}(n=i,j,k)$は橋りょうの最大応答値を示す．式(9)から橋りょう境界部の相対変位に必要なパラメータを整理すると，各橋りょうの最大変位δ_n^{max}, 固有振動数比r_T，減衰r_hが必要である．式(9)は地震外力を定常ガウス雑音とした場合の線形応答を仮定しているため，大規模地震時の非線形応答に適用するには，非線形応答に等価となる橋りょうのパラメータ，即ち有効周期，有効減衰の設定が必要である．そこで，検証用の数値モデルを用いて，非線形応答に適用するパラメータの妥当性および折れ角の推定精度の評価を行う．

2.2 検証方法

（１）力学モデルおよび入力地震波

図 3 に構造物の力学モデルを示す．構造物は一般的に標準設計によるものが多く，その挙動は 1 自由度系モデルで表現できることが多い [3]．実設計においても，1 自由度系に基づく非線形スペクトル法により，地震時応答を推定するのが一般的であるため, 構造物はトリリニア型の骨格曲線, 標準型の履歴特性を持つ 1 自由度系でモデル化し，実際の構造物の非線形性を反映したモデルを用いる. 骨格曲線は, 降伏震度k_{hy}，最大震度k_{hmax}，等価固有周期T_{eq}，構造物の単位長さ重量w_sをパラメータとして設定し，2 次勾配を 1 次勾配の 1/10, 3 次勾配は 1 次勾配の 1/1000 とした．また，最大震度は降伏震度の 1.4 倍とした．減衰は，構造物の各モードに対して 5%のモード減衰比ξとして与えた．

入力地震動は，鉄道設計標準 [3]の設計地震動 3 波を用いた．G3，G4，G5 地盤用の L1 地震動（以下,「L1(G3)，L1(G4) ，L1(G5)」と示す.）を対象とした．地震動入力に対する時刻歴応答は加振振幅を 150～700gal の 12 分割とし

た．G3 ～G5 地盤用 L2 スペクトル I の設計地震動の入力加速度は 450~660gal 程度である．**図 2** に示すように，連続する橋りょうに対して同一の地震動を入力し，各橋りょうの時刻歴応答波形から橋りょう間の折れ角の最大値を算出する．

（３）解析ケース

地震動入力に対する時刻歴応答解析では地震波 3 波を用いて，橋りょうの初期剛性に対応する等価固有周期T_{eq}を 0.3 秒～10 秒の範囲で 30 分割，降伏震度を 1000 とした線形応答，0.3，0.5，0.7 とした非線形応答とし，あらゆる組み合わせを考慮し，約 50 万ケースの解析を実施した．なお，実橋りょうの等価固有周期は 0.5 秒~2.0 秒程度に分布する [4]．また，スパンはl_iとl_jともに 10m とした．

効率的に数値解析を行うために橋りょうのモーダル座標系上で運動方程式を，Newmark の平均加速度法により時間増分Δt単位に解いていく．ただし，運動方程式が非線形である事から，不釣り合いが十分小さくなるまでΔt内で反復計算を行う．本研究ではΔt=1.0×10^{-4}sec とした．

３．推定精度

3.1 非線形応答時のパラメータの推定

（１）有効相対係数r_n

図 4 に，各橋りょうの変位と橋りょう境界部の折れ角の時刻歴応答波形を示す．等価固有周期は，橋りょうiで 2.0 秒，橋りょうjで 0.7 秒，橋りょうkで 1.0 秒の時の組み合わせを例として示す．図から橋りょう境界部の最大折れ角θ_{max}は橋りょう単体の最大変位$\delta_n^{max}(n=i,j,k)$と同時刻で観測されないことがわかる．また，図から周期が最も長い橋りょう i は，折れ角が最大の時に最大変位に近い値を示すが，橋りょう j，橋りょう k はそれぞれの最大変位に比べると小さい値であることが確認できる．そこで，橋りょう境界部の折れ角が最大の時に橋りょうi，j，kの変位の応答がどの程度，相対変位に寄与するかについて評価する．

有効変位係数r_nを式(10)により定義する．

$$r_n=\frac{\delta_n^{rel}}{\delta_n^{max}},(n=1,2,3) \tag{10}$$

ここで，δ_n^{rel}は，折れ角が最大時の橋りょうの変位である．

図 5 に非線形時（k_{hy}=0.5）の全ての解析ケースにおける有効変位係数のデータの分布の確率密度を示す．図から，中央に位置する橋りょうjでは1.0に近い領域での分布が多いが，左右に位置する橋りょうi，kに比べて有効変位係数が 1.0 で多く分布していることが分かる．一方，橋りょう i，kでは有効変位係数が 0.1～0.9 の広い範囲にわたって，均一に分布もしていることもわかる．以上の結果から，本検討では折れ角が最大値を示す時刻における各橋りょうの位相差は，各橋りょうの応答変位が最大変位に対して 50% の値となる仮定のもと有効周期，有効減衰を考慮して算出することとした．

（２）有効周期比r_T

図 6 に，履歴モデルの概要図を示す．図から，橋りょう

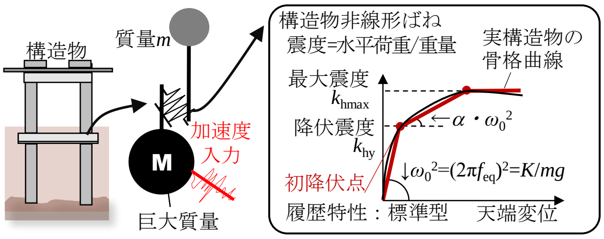


図 3　構造物の力学モデル

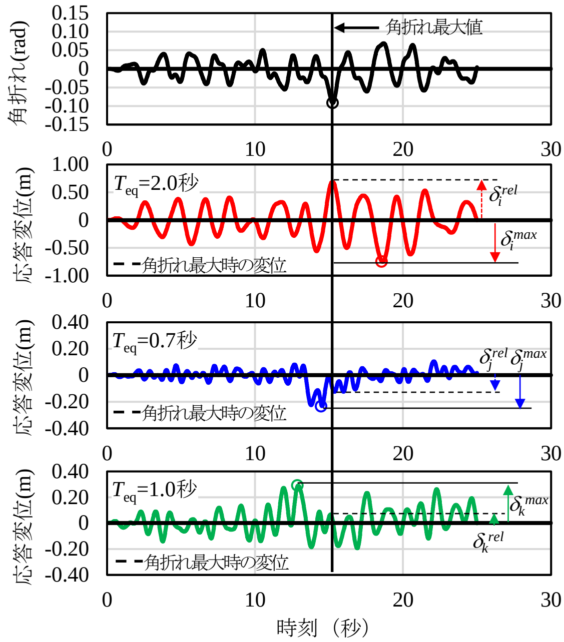


図 4　橋りょう境界部の折れ角，各橋りょうの時刻歴応答波形

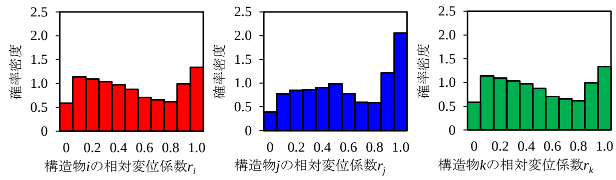


図 5　各橋りょうの相対変位係数の確率密度（非線形 k_{hy}=0.5）

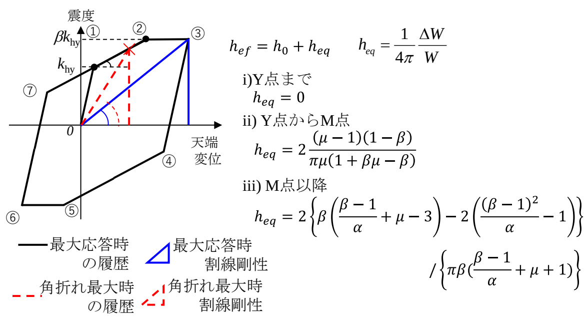


図 6 履歴モデルの概要

の非線形応答時の有効周期の評価には，非線形時の最大応答変位及び，最大震度を得ることができれば，割線剛性を用いて非線形時の有効周期を推定することができる．式(11)に，有効周期の推定式を示す [4]．

$$T_{ef,n}=2\pi\sqrt{\frac{r_n\delta_n^{max}}{(1-\alpha r_n)a_n^{max}}} \tag{11}$$

ここで，a_n^{max}は橋りょうnの絶対加速度の最大値である．αは履歴モデルの第二勾配と第一勾配の比を示す．r_nは先述

したように，折れ角が最大値を示す時刻において，各橋りょうの変位は最大変位とはならないことから 0.5 の一定値とした．**図 6** の割線剛性の概念図から，それぞれの橋りょうの有効周期を算出する際に，δ_n^{max}に対しての有効変位係数をかけて低減する．また，低減したδ_n^{max}に合わせてa_n^{max}も低減させる．

（３）有効減衰比r_T

非線形時の有効減衰は，**図 6** に示す，履歴モデルの形状から算出されるが，δ_n^{max}を仮定すると履歴の吸収エネルギーを折れ角算出時には過大に評価することから，（２）と同様に，減衰を算出する際にもr_n=0.5 を考慮することとした．その際に，減衰は塑性率$\mu_n(=\delta_n^{max}/\delta_n^y)$を用いて算出することから，非線形化に伴う$\mu_n$の増加量に対して，有効変位係数をかけた有効塑性率として有効減衰を算出する．式(12)に，有効塑性率の式を示す．

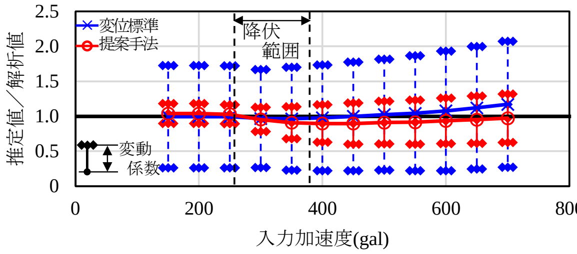
$$\mu_{ef,n} = r_n(\mu_n - 1) + 1 \qquad (12)$$

3.2 推定精度

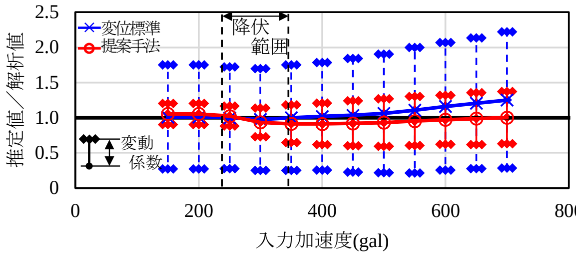
図 7(a)に，橋りょうi，j，kが，L1G3 地盤の場合の折れ角の推定法の精度と入力加速度の関係を示す．図の縦軸は推定値/解析値の平均値および標準偏差，横軸は入力加速度振幅である．降伏震度 k_{hy} を 0.5 と設定していることから入力加速度が 250~350gal 程度以上となる場合に，橋りょうが降伏して非線形応答となる．図の解析値は，２章の解析モデルを用いて算出した折れ角の最大値で，推定値は，式(9)を用いて算出した提案手法，変位標準 [2]で示される従来法を用いて算出した折れ角の最大値を推定した結果を示す．従来法は非線形化した場合には適用できないが，参考として推定結果を示す．また，従来法の入力パラメータである地盤の固有周期は安全側に 0.7 秒とした．

図から，線形応答時は，提案手法は平均値を精度よく評価でき，比の標準偏差が 0.15 の範囲で推定できる．従来法では，入力加速度が増加しても平均値は 1 程度となる一方，比の標準偏差が 0.7 程度となり，提案手法より推定精度が低下する傾向にある．非線形応答時は，提案手法は入力加速度の増加と共に，比の標準偏差が増加する傾向にあるものの，平均値は 0.9~1.0 程度の範囲にあり，比の標準偏差が 0.35 の範囲で推定できることが分かる．従来法は，入力加速度の増加とともに平均値が増加する傾向にあり，比の標準偏差が 0.9 程度まで増加することが分かる．

図 7(b)に，L1G5 地盤の場合の推定法の精度と入力加速度の関係を示す．図から，(a)と同様の傾向が得られたことから，地盤種別の違いの影響は受けにくいと考える．



(a)L1G3



(b)L1G5

図 7　折れ角の推定法の精度と入力加速度の関係(k_{hy}=0.5)

4．まとめ

本論文では，一般的な鉄道橋りょうを対象に，大規模地震により橋りょうが非線形化した場合の折れ角を推定する手法の構築を目的に，不規則振動論に基づく折れ角の推定式の構築と，数値解析に基づく検討による比較を行い，以下の結論を得た．

(1) 線形不規則振動論に基づき，折れ角を推定する式を定式化した．線形理論を大規模地震時の非線形応答に適用するために，橋りょうの荷重変位関係の骨格曲線および履歴特性を考慮した有効周期，有効減衰を提案した．

(2) 折れ角が最大の時のそれぞれの橋りょうの変位を橋りょうの最大変位で除した有効変位係数に着目すると，橋りょう境界部に最大折れ角が発生する時刻において，中央に位置する橋りょうは，左右の橋りょうに比べて最大変位を示す傾向にある一方，それぞれの橋りょうの相対変位係数の確率密度で評価すると，橋りょうは最大変位の 10%~90%程度の値を示す傾向にあることから，非線形時の橋りょうの有効周期，有効減衰を算出する際に有効変位係数として 0.5 を考慮した．

(3) 橋りょう境界部の折れ角の推定値と解析値の比の標準偏差は，線形応答時には従来法は 0.7 程度に対して，提案法 0.15 程度，非線形応答時には従来法は 0.9 程度に対して，提案法は 0.35 程度である．提案法は従来法（変位標準）よりも十分に高い推定精度を有している．

参　考　文　献

1) 鉄道の地震時走行安全研究会：鉄道の地震時走行安全，鉄道工学シンポジウム論文集，No.16，pp.141-148，2012.

2) 鉄道総合技術研究所：鉄道構造物等設計標準・同解説（変位制限），丸善，2006.

3) 鉄道総合技術研究所：鉄道構造物等設計標準・同解説（耐震設計），丸善，2012.

4) 成田顕次，徳永宗正，池田学：降伏震度が異なる RC 橋りょう境界部の地震時相対変位の推定手法，コンクリート工学年次論文集，Vol.42，No.2，pp.667-672，2020.

5) Der Kiureghian A.: A Response Spectrum Method For Random Vibrations, Report No, UCB/EERC-80/15, U. of Calif., Berkeley, 1980