

3506 Cyclic densification モデルによるバラスト道床の 繰り返し鉛直載荷試験の3次元有限要素解析

学 [土] ○佐藤江美 (新潟大院) 正 [土] 紅露一寛 (新潟大)
正 [土] 阿部和久 (新潟大)

3-D finite element simulation of cyclic vertical loading tests on ballasted track modeled with cyclic densification model

Emi SATO, Niigata Univ. 8050, Ikarashi 2-no-cho, Nishi-ku, Niigata city
Kazuhiro KORO, Niigata Univ.
Kazuhisa ABE, Niigata Univ.

The 3-D deformation behaviour of the full-scale ballasted track is simulated using the finite element method (FEM) with the cyclic densification model. The present constitutive model, proposed by Suiker et al, is based on the overstress formulation like Perzyna's viscoplastic model. The simulated vertical displacement is good agreement with the test results on the full-scale cyclic vertical loading tests. The permanent strain below sleepers is accumulated by volumetric compaction in the range under 300 loading cycles. The accumulated permanent strain in the range over 300 cycles is caused by the frictional sliding.

Keywords : ballasted track, ballast settlement, cyclic densification model, FEM

1. はじめに

荷重分布や騒音振動の低減を目的として敷設されるバラスト道床は、国内外で広く用いられている軌道構造である。バラスト道床は経済性や施工性に優れている反面、粒子集合体であるため、列車の走行荷重が繰り返し作用することで道床内部のバラスト粒子の接触状態が変化し道床上面に残留変位が発生・進展する。特に、鉛直方向の残留変位である道床沈下量の定量予測は軌道保守において重要な課題となっている。

これまで、材料試験や実物大試験によってバラスト道床の繰り返し変形特性の解明を試みる取り組み¹⁾²⁾³⁾がなされている一方で、道床沈下量および道床沈下現象の定量評価・数値予測も試みられている。バラスト道床を粒子集合体としてモデル化する不連続変形法 (DDA) や個別要素法 (DEM) を用いてのバラスト道床の変形挙動解析⁴⁾⁵⁾では、簡易なモデルで物理現象を適切に再現できる一方、動的解析を安定的に行うには膨大な解析時間を要するため、長期間にわたる残留変位の評価は困難である。そのため、著者らのグループでは、バラスト道床を弾塑性連続体としてモデル化する有限要素法 (FEM) によって評価する手法の開発を試みている。既往の研究では、弾塑性構成則に hypo-plastic モデル⁶⁾や拡張下負荷面モデル⁷⁾を用いて解析を行い、道床の内部状態を効率的に把握することが可能となっている。

しかし弾塑性モデルを用いる限り、応力履歴をもれなく追跡して解析を行う必要がある。そのため、計算負荷の軽減を目的として、Suiker らが提案した Cyclic densification モデル⁸⁾を3次元有限要素法に実装し、石川らの大型繰り返し三軸試験²⁾を対象に残留ひずみの進展解析を行った⁹⁾。しかし、当該モデルを用いた実物大軌道の3次元沈下解析による実軌道の3次元的な道床沈下挙動の評価・検討は未だなされていない。そこで本研究では、Cyclic densification モデル⁹⁾を用

いた有限要素法により、実物大軌道を対象とした繰り返し鉛直載荷試験の3次元シミュレーションを行ない、バラスト道床の3次元的な繰り返し変形挙動の評価を試みる。

2. Cyclic densification モデル

本研究で採用する cyclic densification モデル⁸⁾は、載荷・除荷単位サイクルあたりの応力やひずみの変化量を直接評価することにより、高サイクル負荷下でのつり合い・変形状態を効率よく評価するモデルである。繰り返し載荷過程において、応力は繰り返し回数 N についての履歴依存性を有するものとし、次式の歪弾性構成式で与える。

$$\frac{d\sigma_{ij}}{dN} = D_{ijkl} \left(\frac{d\epsilon_{kl}}{dN} - \frac{d\epsilon_{kl}^p}{dN} \right) \quad (1)$$

ここで、 D_{ijkl} は弾性定数テンソルであり、 $d\epsilon_{kl}/dN$ は全ひずみ速度、 $d\epsilon_{kl}^p/dN$ は塑性ひずみ速度を表す。

塑性ひずみ速度 $d\epsilon_{kl}^p/dN$ は、次式の非関連流動則で与える。

$$\frac{d\epsilon_{ij}^p}{dN} = \frac{d\kappa^p}{dN} m_{ij}^f + \frac{d\epsilon_{vol,c}^p}{dN} m_{ij}^c + \frac{d\epsilon_{vol,t}^p}{dN} m_{ij}^t \quad (2)$$

なお、 $d\kappa^p/dN$ は摩擦滑り、 $d\epsilon_{vol,c}^p/dN$ は体積圧縮、 $d\epsilon_{vol,t}^p/dN$ は引張破壊に関する塑性乗数速度である。また、 m_{ij}^f 、 m_{ij}^c 、 m_{ij}^t はそれぞれ摩擦滑り、体積圧縮、引張破壊に関する流動方向規定テンソルであり、次式に示す。

$$m_{ij}^f = \frac{\partial g^f(q, p, \kappa_0^p)}{\partial \sigma_{ij}} \quad (3)$$
$$m_{ij}^c = \frac{\partial g^c(p, \epsilon_{vol,c,0}^p)}{\partial \sigma_{ij}}, m_{ij}^t = \frac{\partial g^t(p)}{\partial \sigma_{ij}}$$

ただし、塑性ポテンシャル g^f 、 g^c 、 g^t は次式で与えるものとする。

$$g^f = g^f(q, p, \kappa_0^p) = q + p \cdot d^f(\kappa_0^p)$$
$$g^c = g^c(p, \epsilon_{vol,c,0}^p) = -p + p_0 \cdot H^c(\epsilon_{vol,c,0}^p) \quad (4)$$
$$g^t = g^t(p) = p - p^t$$

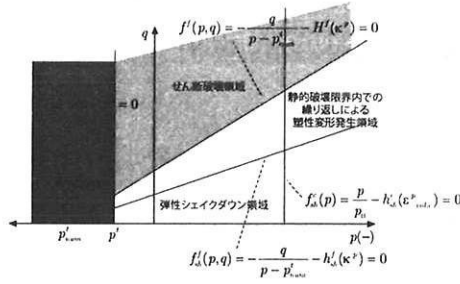


Fig.1 繰り返し载荷過程の破壊面形状

なお、 $p < 0$ は静水圧応力、 $q = \sqrt{(3/2)s_{ij}s_{ij}}$ は相当応力、 $s_{ij} = \sigma_{ij} - p\delta_{ij}$ は偏差応力である。摩擦滑りと体積圧縮に関する塑性乗数の発現速度は、Perzyna の超過応力モデル同様、超過応力量に基づき次式で与える。なお、繰り返し载荷過程における構成モデルの破壊基準面は Fig.1 に示す通りである。

$$\begin{aligned} \frac{d\varepsilon^p}{dN} &= \alpha^f \left\langle -\frac{q}{p - p_{n,um}^f} - h_{sh}^f(\kappa^p) \right\rangle^{\gamma^f} \\ \frac{d\varepsilon_{vol,c}^p}{dN} &= \alpha^c \left\langle \frac{p}{p_0} - h_{sh}^c(\varepsilon_{vol,c}^p) \right\rangle^{\gamma^c} \end{aligned} \quad (5)$$

ここで、 α^f 、 α^c 、 γ^f 、 γ^c は材料定数、 $\langle \cdot \rangle$ は Macaulay bracket である。また、材料関数 h_{sh}^f 、 h_{sh}^c は次式で与える。

$$\begin{aligned} h_{sh}^f(\kappa^p) &= h_0 + (h_m - h_0) \{1 - \exp(-\eta^f \cdot (\kappa^p - \kappa_0^p))\} \\ h_{sh}^c(\varepsilon_{vol,c}^p) &= 1 + \eta^c (\varepsilon_{vol,c}^p - \varepsilon_{vol,c,0}^p) \end{aligned} \quad (6)$$

解析においては、cyclic densification モデル⁸⁾は繰り返し载荷 2 回目以降の解析で用いるものとし、繰り返し载荷 1 回目における最大荷重作用時までのつり合い状態は古典的弾塑性モデルを用いた単調载荷解析で再現する。本研究では文献⁸⁾と同様、単調载荷過程における降伏曲面は、Drucker-Prager の降伏条件を適用し、引張破壊および体積圧縮破壊を表現する等方応力軸に直交する 2 平面と 1 曲面から構成されるものとする。

また、本研究では、準静的条件下におけるつり合い問題を有限要素法によって離散化して解く⁹⁾。解析を進めるにあたり、応力やひずみの評価のためにはサイクル数 N についての積分計算が必要となる。この積分は、後退 Euler 法で処理するものとする。本研究で用いた解析手法の定式化の詳細については、文献⁹⁾を参照されたい。

3. 実物大軌道の繰り返し鉛直载荷試験の 3 次元解析

3.1 解析条件

本研究では、石川らが実施した実軌道における繰り返し鉛直载荷試験¹⁾を想定した解析条件を設定して解析を行う。比較対象としている载荷試験では、鉛直荷重を 2 本のレール各々に直接载荷するものとし、片レールあたりの最大鉛直荷重は $P=20, 25, 30, 35, 40$ kN の 5 段階としている。また、路盤部へのバラストの貫入を防ぐために道床部下に鋼製路盤を使用している。

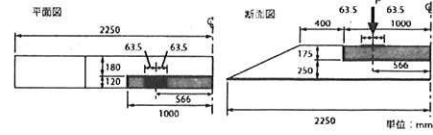


Fig.2 解析領域および境界条件

Table 1 材料パラメータ等の設定値

バラスト			
$K_{s,f}$	110 MPa	η^f	120
n^f	0.35	η^c	200
$p_{n,f}$	-100 kPa	ζ^f	80
$p_{n,m}$	10 kPa	ζ^c	240
ν	0.09	p_0	-20 kPa
α^f	1.0×10^{-5}	$p_0^{(vol)}$	-25 kPa
α^c	0.2×10^{-5}	H_0	1.0
γ^f	2.5	H_m	2.08
γ^c	2.0	$d_0 (= d_m)$	-0.50
ρ	1.8×10^3 kg/m ³	$d_0^{(vol)}$	0.20
h_0	0.70	$d_m^{(vol)}$	1.10
h_m	2.08		
まくらぎ			
E	78 GPa	ν	0.17
ρ	2.677×10^3 kg/m ³		

これらの条件に基づき、本研究では Fig.2 に示すバラスト、まくらぎの 2 相からなる解析領域を有限要素モデルで表現し、レールの位置に鉛直方向の繰り返し荷重を作用させることで沈下量を求める。今回は、まくらぎ 1 本あたりの最大鉛直荷重を $P=20$ kN で一定とし、繰り返し作用させた。境界条件は、軌道縦断面および横断面に対称条件を課し、バラストとまくらぎの間にはジョイント要素は設けず完全付着であるものとした。また、バラスト道床底面には完全拘束条件を課した。材料パラメータ等、その他解析に必要な数値は、Table 1 に示す値を与えるものとする。

3.2 繰り返し载荷による鉛直変位の発現・進展

まず、Fig.3 に単調载荷過程における最大鉛直荷重 $P=20$ kN の場合の鉛直荷重と鉛直変位の関係を、実物大試験結果と数値解析結果とについてそれぞれ示す。なお、実物大試験結果は文献¹⁾で示された結果のうち、負荷・除荷時の鉛直荷重と鉛直変位量の関係から $P=20$ kN までの包絡線の値を抜き出したものである。Fig.3 より、進展速度に若干の誤差は生じているが、ほぼ同等の鉛直荷重-変位関係が得られたといえる。また、Fig.4 は、最大鉛直荷重 $P=20$ kN 作用下での鉛直変位と繰り返し载荷回数との関係を実物大試験結果、数値解析結果の双方について示したものである。なお、数値解析における繰り返し载荷回数は 1001 cycle としており、実物大試験結果は 100 cycle から 1000 cycle まで 100 cycle 刻みでの結果を抜き出している。Fig.4 より、繰り返し载荷回数が増加するにつれて 1 cycle あたりの変位量は徐々に小さくなり、バラストの変形が塑性的なものから弾性的な変形に変化していくことが分かる。载荷初期では実験結果と解析結果との間に差は生じるものの、繰り返し载荷回数を増やすにつれて同等の鉛直変位量に漸近することから、本モデルにより道床沈下挙動が定性的に矛盾なく表現できていることがわかる。

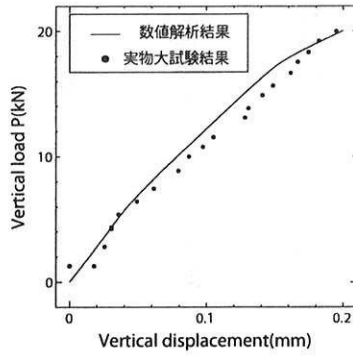


Fig.3 鉛直荷重-鉛直変位関係の比較 ($P=20\text{kN}$)

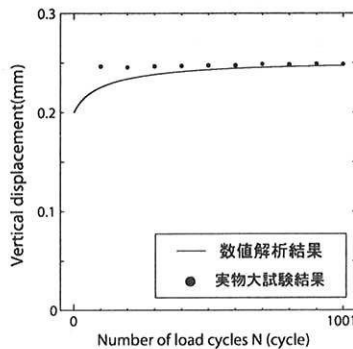


Fig.4 繰り返し载荷回数-鉛直変位関係の比較 ($P=20\text{kN}$)

3.3 繰り返し载荷による道床内部の応力分布および塑性ひずみの発現傾向

まず、Fig.5、Fig.6 に各 cycle におけるまくらぎ下部のバラスト道床内部の静水圧応力 p の分布、偏差応力の 2 次不変量 $\sqrt{\frac{2}{3}q}$ の分布をそれぞれ示す。Fig.5 より、静水圧応力分布は繰り返し初期ではまくらぎ直下で圧縮応力が増加するように変動するが、300cycle 以降はほとんど変化がみられない。繰り返し载荷初期に圧縮方向の圧力増加が見られるが、一定の荷重 ($P=20\text{kN}$) を繰り返し加えることにより、実際のバラストにおいて観測されるように、バラスト道床内部の空隙を埋めるような粒子の再配置が生じ、静水圧応力が圧縮側に増加する現象が定性的に再現されていると考えられる。また、繰り返し载荷回数が増すと静水圧応力が一定となることから、繰り返し载荷によってバラスト粒子間の接触状態が安定する現象も再現できている。一方、Fig.6 からは、偏差応力の 2 次不変量は繰り返し载荷全体を通してほとんど変化が見られないことがわかる。

バラスト道床内部では、繰り返し载荷によって塑性ひずみが発生・進展することが知られている。そこで、繰り返し载荷により塑性ひずみがどのように進展するのか、応力分布の進展と関連付けながら見ていく。まず、Fig.7 に各 cycle における塑性体積ひずみの発現傾向を示す。Fig.5 および Fig.7 より、繰り返し载荷初期の塑性体積ひずみは、静水圧応力と同様に圧縮側に増加していくことが分かる。しかし、塑性体積ひずみは応力の変化がほとんど見られなくなった後も引き続

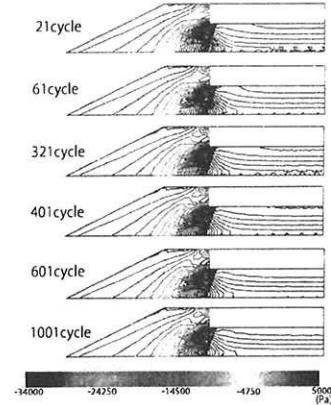


Fig.5 各 cycle における道床内部の静水圧応力分布

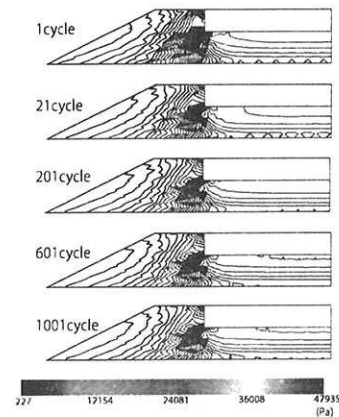


Fig.6 各 cycle における道床内部の偏差応力の 2 次不変量分布

き圧縮側に増加する傾向にある。本構成モデルでは、体積圧縮については塑性体積ひずみに対して線形に破壊強度が上昇する一方、摩擦すべりの破壊強度は終局強度に指数関数的に漸近する。このことから、静水圧応力の上昇を伴いながら塑性体積ひずみが増加する繰り返し初期では、専ら体積収縮の破壊メカニズムによって残留変形が生じていると考えられる。

次に、Fig.8 および Fig.9 に各 cycle における塑性偏差ひずみの 2 次不変量の発現傾向を示す。なお、Fig.8 はバラスト道床の横断面、Fig.9 はレール位置直下におけるバラスト道床の縦断面での塑性体積ひずみの発現傾向をそれぞれ示したものである。まず、Fig.8 より、塑性相当ひずみは塑性体積ひずみと同様、荷重を繰り返し作用させてもほとんど応力分布に変化が認められなくなった後も進展している。応力分布の変化がほとんど見られないにも関わらず塑性変形のみが発現・累積していることから、ある程度の繰り返し数の荷重の作用の後では、解析によって表現している塑性変形は専ら摩擦すべりによって生じていると考えることができる。このことは、実験結果の考察^{1),2)}において、繰り返し数に対して概ね線形に残留変形・残留変位が進展している「漸進変位過

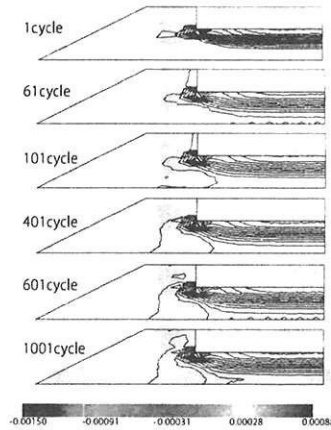


Fig.7 各 cycle における道床内部の塑性体積ひずみの発現傾向

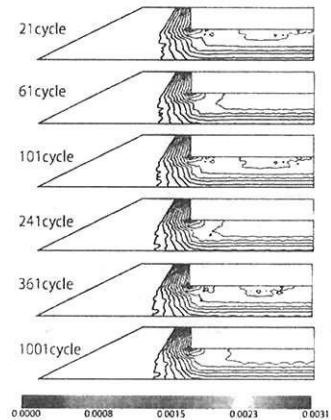


Fig.8 各 cycle における道床内部の塑性偏差ひずみの2次不変量の発現傾向 (横断面)

程」における変形メカニズムを解析によって定性的に表現できていると考えられる。

最後に、Fig.9より縦断面における塑性偏差ひずみの2次不変量の発現傾向を示す。バラスト領域隅角部（まくらぎの角部）では応力集中の影響で大きな塑性ひずみが発生しており、ここからまくらぎ下面および左斜め下方に不可逆的なせん断変形が大きくなる領域が認められる。ただし、明瞭なすべり面の形成までには至っていない。この点も実現象を概ね表現できている点と判断することができる。

なお、Fig.8、Fig.9からもわかるように、塑性偏差ひずみの2次不変量は、まくらぎ側方のバラスト領域でも発生している。本解析の解析条件では、まくらぎとバラスト領域の間にはジョイント要素は設けておらず完全付着の状態であるため、まくらぎ下部のバラストの沈下により、剛性の不連続箇所であるまくらぎとバラストとの界面において大きなせん断ひずみの発現・残留として観測されたものである。

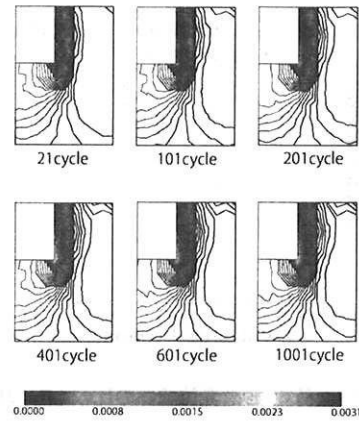


Fig.9 各 cycle における道床内部の塑性偏差ひずみの2次不変量の発現傾向 (縦断面)

参考文献

- 1) 石川達也, 名村明: 実物大試験による道床バラスト部繰り返し変形特性の検討. 土木学会論文集, No.512/ -27, pp.47-59, 1995.
- 2) 石川達也, 須長 誠, 董 軍, 名村 明: 大型繰返し三軸試験による道床バラストの変形特性の検討. 土木学会論文集, No.575/III-40, pp.169-178, 1997.
- 3) Suiker, A.S.J., Selig, E.T. and Frenkel, R.: Static and Cyclic Triaxial Testing of Ballast and Subballast, *J. Geotech. Geoenviron. Engng.*, Vol. 131, No. 6, pp.771-782, 2005.
- 4) 石川達也, 大西有三, 堀池高広: 不連続変形法 (DDA) による道床バラスト部繰り返し塑性変形機構の検討. 土木学会論文集, No.645/ -50, pp.15-28, 2000.
- 5) Saussine, G., Cholet, C., Gauture, P.E., Dubois, F., Bohatier, C., Moreau, J.J.: Modelling ballast behaviour under dynamic loading. Part 1: A 2D polygonal discrete element method approach. *Comput. Meth. Appl. Mech. Engng.*, Vol.195, pp.2841-2859, 2006.
- 6) 紅露一寛, 嘉数東陽, 梶原宗光, 阿部和久: 鉄道におけるバラスト道床材の繰り返し変形解析に用いる構成モデルの検討. 計算数理工学会論文集, Vol.7, No1, pp.31-36, 2007.
- 7) Koro, K., Fukutsu, Y., Abe, K.: 3-D FE simulation of cyclic loading tests of railway ballasted track using subloading surface elastoplastic model. *Proc. of STECH'09*, CD-ROM, 2009.
- 8) Suiker, A.S.J. and de Borst, Rene.: A numerical model for the cyclic deterioration of railway tracks, *Int. J. Numer. Meth. Engng.*, Vol.57, pp.441-470, 2003.
- 9) 紅露一寛, 山田啓太: Cyclic densification モデルに基づく3次元弾塑性有限要素法を用いたバラスト材の繰り返し変形解析, 土木学会鉄道工学シンポジウム論文集, Vol.15, pp.85-92, 2011.