

3504 列車荷重の統計的特性に関する分析結果（その1）

正 [土] ○小木曾 清高 正 [土] 西本 正人

正 [土] 三和 雅史（鉄道総研）

The Statistical analyses of train load due to a lot of measured field data (Part 1)

Kiyotaka OGISO, Masahito NISHIMOTO, Masashi MIWA

Railway Technical Research Institute. 2-8-38, Hikari-cho, Kokubunji City, Tokyo

In order to estimate train load on railway track, we analyzed the statistical properties of the vertical and lateral force. In this analysis, we developed probability distributions model for vertical and lateral force by considering train velocity, track irregularity and track structure. Then, we could found that both vertical and lateral force well fit logistic distribution. Finally, we developed the estimation method for the shape of the distribution.

Keywords : Vertical and Lateral Force estimation equations, Wheel-load fluctuation, Lateral-Force fluctuation, logistic distribution,

1. はじめに

走行する列車における輪重・横圧を把握する方法として、実車両で直接測定する方法の他、輪重、横圧推定式¹⁾を用いて計算で求める方法が用いられている。本推定式は、軌道側、車両側の各パラメータを入力とする力学モデル等により算出するものであり、輪重・横圧をそれぞれ定常成分と変動成分に分けて算出する。一方、こうした列車荷重については、そのデータの統計的特性を考慮して推定、評価する算出法も考えられる。そこで本研究では、輪重・横圧の変動成分について、実測値を統計的に分析してその発生傾向を確認し、著大値等の推定法について検討した。

2. 輪重横圧推定式について

輪重横圧推定式では、輪重の定常成分については静止輪重に曲線中のカント・遠心力による成分を考慮して算出する。一方、変動成分は式(1)(2)のような算定式を用いる。ここでは、高低狂いによる変動成分は定常輪重に速度、高低狂いを考慮し、また、継目・溶接部等の衝撃輪重については、速度および定常輪重に比例した算定式を用いる。図1に、在来線Aの直線区間における100mロットの輪重変動成分の推定値と実測最大値を示す。推定式は実測最大値を高い割合で包含しているが、実測最大値はばらつきが大きいこともわかる。こうしたばらつきは、レール凹凸等の軌道状態や軌道構造の違いによって生じると考えられる。

$$\Delta P_{sp} = \exp(-11.057) \times P_{st}^{0.7461} \times V^{0.7078} \times z^{1.0588} \dots\dots (1)$$

$$\Delta P_{unsp} = P_{st} \times (\alpha/100)V \dots\dots (2)$$

ΔP_{sp} : 高低狂いによる変動輪重 (kN)

ΔP_{unsp} : 継目部衝撃による変動輪重 (kN)

P_{st} : 輪重定常成分 (kN)

V : 走行速度 (km/h)

z : 高低狂いの特性値

α : 継目の種類に応じた係数 (表1)

表1 継目の種類に応じた係数 α

発生確率	新幹線以外		新幹線	備考
	定尺	ロング		
95%	0.74	0.47	0.2	安全性の照査
50%	0.36	0.23	0.13	使用性の照査

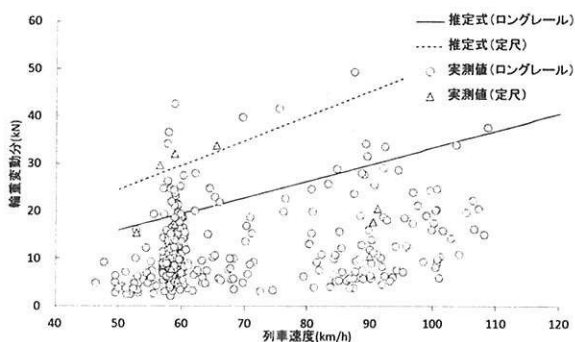


図1 輪重変動成分の推定値と実測最大値の比較

3. 輪重に関する分析

3.1 直線区間における輪重変動

3.1.1 実測輪重の分布状態

在来線Aの輪重実測値データに対して、波長50m以上の成分をカットするハイパスフィルタ処理を行い、輪重の変動成分を算出した。その後、下記①～③のように速度別、軌道狂い別および軌道構造別に分類して確率密度分布を算出し、傾向を比較した。

線区Aの直線区間における確率密度分布を図2～図4に示す。サンプリング間隔は、1.33m(間欠法測定)の0°、180°の2点)とした。

- ① 速度条件 : 50～60km/h, 60～70km/h, 70km/h以上

- ② 軌道狂い条件：10m 弦高低狂いについて、
25m ロット最大値
5mm 以下，5～10mm，10mm 以上

- ③ 軌道構造条件：砕石（ロングレール），
（道床） 砕石（定尺レール），
てん充道床軌道（ロングレール），
直結系軌道（ロングレール）

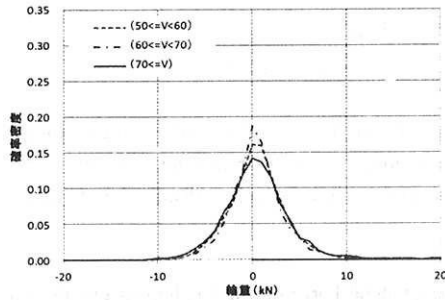


図2 輪重変動分の確率密度分布（直線・速度別）

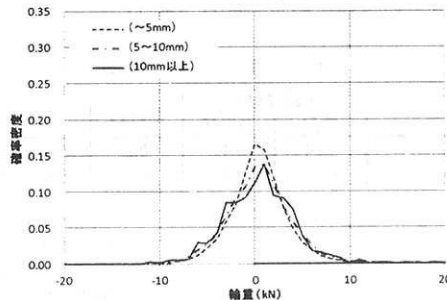


図3 輪重変動分の確率密度分布（直線・高低狂い別）

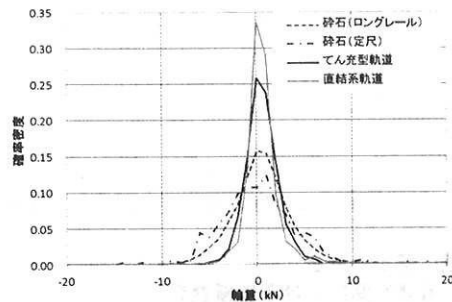


図4 輪重変動分の確率密度分布（直線・軌道構造別）

分布は、全般的には 0kN を中心に対称的な形状となっており、ほとんどのデータは-10～+10kN の範囲に分布する。

条件別にみると、速度条件の違いによる変動幅の差はほとんどないが、速度によって分布形状に差がみられる。但し、その差はわずかであり、図2では速度 50～60km/hの方が 60～70km/h と比較してばらつきが大きい一方、70km/h ではさらにばらつきが大きい。一般に速度が高いほど輪重変動は増えると考えられるのに対し、本結果にはこれに合致しないが、高低狂いや軌道構造でグループ分けして速度に関する同様の分析を行うと、速度に応じたばらつきが増えるグループもあることから、速度以外

の影響が分布形状に表れていると考えられる。

次に、高低狂い条件の違いをみると、高低狂いの増加に伴い分布形状が扁平になることから、輪重変動が大きくなると考えられる。このことは、従来の知見とも一致する。

軌道構造条件の違いについては、直結系軌道、てん充軌道では砕石と比較し変動幅が顕著に狭くなった。これらの軌道は道床沈下が発生しないために軌道状態が良く、敷設年数も浅いと考えられるため、輪重変動が小さいと考えられる。

3. 1. 2 輪重変動成分の確率分布モデル

3. 1. 1 で示した確率密度分布について、次に示す一般的な各分布に対する適合性を評価した。その結果を表2に示す。ここで、各分布に対する適合性は、二乗平均平方根(RMS)誤差により評価した。この RMS 誤差が小さいほど、関数への適合性が高いと判定できる。

- ・ロジスティック分布(Log)
- ・正規分布(Norm)
- ・対数正規分布(Lnorm)
- ・指数分布(Exp)
- ・t分布(Stu)
- ・ワイブル分布(Wei)
- ・カイ2乗分布(Chisq)

表2 分布別適合性評価結果(上段:分布, 下段:RMS 誤差)
単位($\times 10^{-3}$)

適合性 (上位3位)	速度条件(km/h)			高低狂い(mm)			軌道構造			
	50～60	60～70	70～	～5	5～10	10～	砕石 (ロング)	砕石 (定尺)	てん充	直結系
1	Log 1.68	Log 2.45	Log 1.18	Log 1.61	Log 1.26	Norm 3.31	Log 1.38	Log 3.18	Log 1.28	Log 2.82
2	Norm 2.81	Norm 3.67	Lnorm 2.20	Norm 2.86	Norm 2.01	Lnorm 3.31	Norm 2.57	Lnorm 3.33	Lnorm 2.39	Lnorm 4.34
3	Lnorm 2.81	Lnorm 3.69	Norm 2.20	Lnorm 2.86	Lnorm 2.01	Log 3.35	Lnorm 2.57	Norm 3.38	Norm 2.47	Norm 4.36

表2より、ほとんどの条件においてロジスティック分布への適合性が高いことがわかる。高低狂い 10mm 以上の場合のみ、ロジスティック分布の適合性順位は3位であったが、1位の分布との RMS 誤差は小さいことから、輪重の変動成分については、総じてロジスティック分布への適合性が高いといえる。この結果は、高低狂いの分布はロジスティック分布への適合性が高いという過去の知見²⁾とも対応するものであり、直線区間の輪重変動分は軌道狂い分布の形状に対応することを間接的に示していると考えられる。

ロジスティック分布の分布関数(c. d. f) および確率密度関数(p. d. f)は、パラメータ α 、 β を用いて、式(3)のように表わされる。分布形状は左右対称であるが、正規分布より尖っており、また裾野が長い。 α は平均に、 β は標準偏差にそれぞれ対応するため、母集団からの分布形状の推定が比較的容易である。

$$\text{c.d.f} \quad F(x) = \frac{1}{1 + \exp\{-(x - \alpha) \beta\}} \quad \cdots(3a)$$

$$\text{p.d.f} \quad f(x) = \frac{\exp\{(x - \alpha) \beta\}}{[1 + \exp\{-(x - \alpha) \beta\}]^2} \quad \cdots(3b)$$

$$\text{平均: } \alpha \quad \text{標準偏差: } \pi\beta/\sqrt{3} \quad \cdots(3c)$$

図2～図4の各分布にロジスティック分布をあてはめた際に得られたパラメータを表3に示す。平均 α は、砕石（定尺）を除きいずれも 0.4 程度で 0 に近い。標準偏

差に対応する β は、高低狂いが小さいほど、また直結系軌道やてん充軌道では碎石より小さくなり、3. 1. 1で示した考察に対応する。

表3 条件別パラメータ(n:サンプル数)

	速度条件(km/h)			高低狂い(mm)			軌道構造			
	50~60	60~70	70~	~5	5~10	10~	碎石(ロング)	碎石(定尺)	てん充	直結系
α	0.44	0.34	0.35	0.40	0.40	0.46	0.43	-0.12	0.44	0.38
β	1.57	1.42	1.77	1.54	1.87	2.08	1.61	2.19	0.93	0.68
n	11781	4619	8674	20893	4580	722	16929	317	1587	479

以上のように、輪重変動の分布はロジスティック分布による確率モデルにより表わせることを確認できた。但し、軌道狂い等の要因の違いにより分布パラメータは異なったことから、分布形状としては左右対称であってもばらつき(分散)は異なると考えられる。そこで、等分散の検定(Levene test)を行なった結果を表4に示す。

表4 等分散性の検定

条件分類	Levene 統計量	有意確率
速度	69.34	9.33E-31
高低変位	37.99	3.36E-17
軌道構造	160.20	1.52E-102

表3から、有意確率が非常に小さいため、等分散性を仮定できない、即ち要因が異なることにより分布形状に差が生じていることを確認できる。よって、輪重変動を確率分布として扱う場合には、要因を考慮する必要があると考えられる。

3. 2 曲線区間における外軌側輪重変動

直線区間と同様に、線区Aの曲線半径R=400m以上600m未満の曲線区間のうち、速度変化が小さい区間を対象に、外軌側輪重変動の分布の適合性を評価した結果を表5に示す。ここで、評価対象とした分布は3. 1. 2と同じである。なお、速度については曲線部であることを考慮してカント不足量を代わりに用いた。また、対象区間の軌道構造は全て道床が碎石である。

表5 分布別適合性評価結果(上段:分布, 下段:RMS 誤差) 単位($\times 10^{-3}$)

適合性 (上位3種)	カント不足量(mm)			高低狂い(mm)			軌道構造	
	0~10	10~20	20~	~5	5~10	10~	碎石(ロング)	碎石(定尺)
1	Wei	Log	Lnrm	Log	Lnrm	Log	Log	log
	5.30	6.30	5.80	1.31	1.51	5.20	1.43	4.99
2	Log	Lnrm	ChiSq	Lnrm	Norm	Lnrm	Lnrm	Lnrm
	5.60	6.40	5.90	1.72	1.64	5.30	1.55	5.30
3	Lnrm	Norm	Log	Norm	Log	Norm	Norm	Norm
	5.60	6.40	6.30	1.72	1.89	5.30	1.58	5.30

曲線部においてもロジスティック分布が当てはまる場合が多いが、ワイブル分布や対数正規分布への当てはまりが良い場合がある。これらは、左右非対称の非負分布である。このように、線形やカント不足量が分布形状に与える影響については、今後、さらに分析する必要があるが、これらの分布とロジスティック分布との間におけるRMS誤差の差は小さいことから、ここでは直線区間と同様にロジスティック分布で表せると考え、各条件の α 、 β を算出した結果を表6に示す。 α が0に近いのは、直線区間と同じである。 β については、高低狂いに対応する影響は直線区間と同じであるが、カント不足量との関係は明確でない。今後はデータ数を増やすなどして、さらなる分析が必要である。

表6 条件別パラメータ(n:サンプル数)

	カント不足量(mm)			高低狂い(mm)			軌道構造	
	0~10	10~20	20~	~5	5~10	10~	碎石(ロング)	碎石(定尺)
α	0.43	0.80	-0.20	0.40	0.36	0.45	0.38	0.56
β	1.96	3.33	2.52	1.89	2.16	2.19	1.99	1.61
n	879	242	242	3228	1671	245	4741	201

3. 3 パラメータの推定

パラメータ β には要因の差が現れると考えられることから、直線部の場合(100m ロット)を対象に、速度、高低狂い、軌道構造を考慮した分散分析を行なった。なお、ここでは軌道構造については、てん充道床軌道と直結系軌道を「省力化軌道」とまとめて3Level設定した。結果を表7に示す。

分散分析の結果、パラメータ β を式(4)により推定できる。

$$\beta = m + \beta 1 + \beta 2 + \beta 3 \quad \dots\dots\text{式(4)}$$

m : 定数, $\beta 1$: 軌道構造の効果,

$\beta 2$: 高低狂いの効果 $\beta 3$: 速度の効果

表7 分散分析結果

	Level	効果	t値	有意確率
切片 m		1.159	5.929	1.113E-08
軌道構造	碎石(定尺)	1.266	4.283	2.711E-05
$\beta 1$	碎石(ロング)	0.723	5.509	9.662E-08
	省力化	0		
高低狂い	~5mm	-0.286	-2.149	0.033
$\beta 2$	5~10mm	-0.055	-0.405	0.686
	10mm~	0		
速度	~50km/h	0.023	0.227	0.821
$\beta 3$	50~60km/h	0.074	0.584	0.560
	60km/h~	0		
R^2		0.195		
モデルの有意確率		4.403E-09		

表7から、各要因のLevelに応じた β の増減効果が分かる。軌道構造、高低狂いについてはLevelの差が明確であるが、速度に対しては明確でない(t値、有意確率が小さい)。本分析で用いたデータでは速度の影響に比べて軌道構造や高低狂いの影響が大きいためと考えられ、特に省力化軌道の区間では速度70km/hを超えるロットが1箇所しかない等、データのバリエーションに偏りがあったことも影響したと考えられる。

直線区間のパラメータ β について、各条件の実測値(100m ロット)の標準偏差より算出し、式(4)と表6を用いた推定値とを比較した結果を図5に示す。 β の推定値は、いずれの条件においても実測値の平均を中心とした範囲になっていることがわかる。

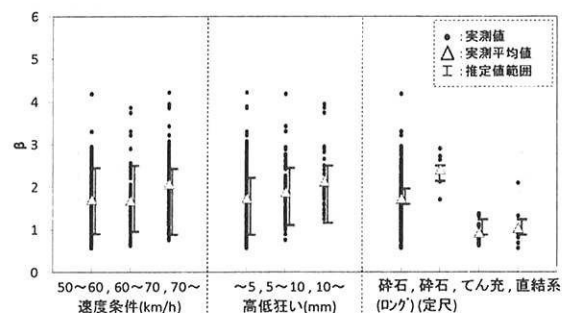


図5 パラメータ β の推定値と実測値(直線)

4. 曲線外軌側横圧の変動成分に関する分析

以上では、輪重の変動成分について検討してきたが、横圧の変動成分についても同様に評価を行った。3. 2と同じ区間について、曲線外軌側横圧における変動成分の確率密度分布の適合性を評価した結果を表8に示す。なお、軌道狂いについては、通り狂いの大きさにより分類した。

表8 分布別適合性評価結果(上段:分布, 下段:RMS誤差)
単位($\times 10^{-3}$)

適合性 (上位3種)	カント不足量(mm)			通り狂い(mm)			軌道構造	
	0~10	10~20	20~	~3	3~6	6~	砕石 (ロング)	砕石 (定尺)
1	Norm 2.81	Log 5.40	Log 5.10	Log 1.52	Log 2.12	Log 6.80	Log 1.27	Log 6.30
2	Lnorm 2.81	Lnorm 5.60	Lnorm 5.20	Norm 1.70	Norm 2.28	Norm 6.80	Norm 1.64	Norm 6.40
3	Log 2.83	Norm 5.60	Norm 5.20	Lnorm 1.70	Lnorm 2.28	Wei 6.80	Lnorm 1.64	Norm 6.40

外軌側横圧の変動成分は、ほぼ全ての条件でロジスティック分布との適合性が高い。つまり、輪重・横圧ともロジスティック分布によるモデル化が可能であることがわかる。過去の知見³⁾では、通り狂いの統計解析結果もまたロジスティック分布との適合性が高い結果となっており、外軌側横圧の変動成分の形状は通り狂いの分布形状に対応していると考えられる。各条件におけるロジスティック分布のパラメータ α 、 β を表9に示す。

表9 条件別パラメータ(n:サンプル数)

	カント不足量(mm)			通り狂い(mm)			軌道構造	
	0~10	10~20	20~	~3	3~6	6~	砕石 (ロング)	砕石 (定尺)
α	0.39	0.43	-0.20	0.70	0.85	1.05	0.80	0.80
β	1.94	1.96	2.52	2.81	3.63	5.67	3.01	3.33
n	879	242	242	3535	1464	145	4741	201

5. 実測最大値とロジスティック分布の関係

輪重・横圧の100mロットの実測最大値について、ロット毎に得られるパラメータ β で規定されるロジスティック(理論)分布上での%値以下になるロットの割合(実測最大値包含率)を算出した。また、正規分布でも同様に100mロット標準偏差より算出し、直線、曲線別に比較した結果を図6~8に示す。

輪重について、実測最大値の90%が包含されるのは、直線区間では理論分布の99.996%、曲線区間では99.957%であり、これがロジスティック分布を用いた際の著大値の推定における一つの目安となる。

外軌側横圧については、実測最大値の90%は理論分布の99.571%で包含される。

正規分布との比較では、同じ最大値点で比べると、輪重、横圧ともロジスティック分布の方が実測最大値包含率が高くなっている。

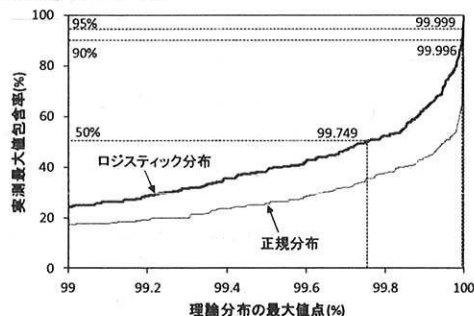


図6 最大値点と実測最大値包含率(輪重・直線)

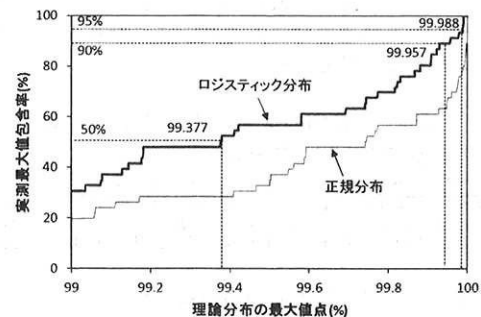


図7 最大値点と実測最大値包含率(輪重・曲線)

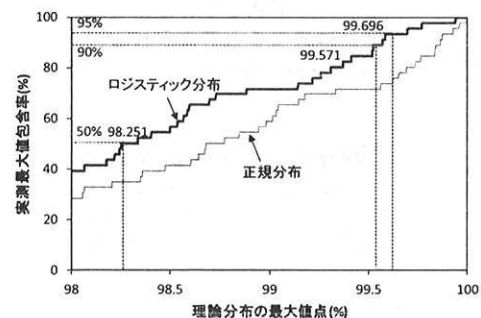


図8 最大値点と実測最大値包含率(横圧・曲線)

6. まとめ

本研究は、列車荷重が軌道に及ぼす影響を推定するため、輪重、横圧の各列車荷重データの統計的な特性を分析した。本分析では、輪重、横圧の変動成分を確率密度分布によりモデル化し、分解した各荷重について、種々の要因が与える影響を考察した。その結果、以下の点が明らかとなった。

- (1) 輪重実測値の変動成分の確率密度分布は、列車速度、高低狂いおよび軌道構造により異なる。
- (2) 輪重・横圧実測値の変動成分の分布形状は、直線、曲線外軌側ともロジスティック分布への適合性が高い。

参考文献

- 1) 鉄道総合技術研究所編：鉄道構造物設計標準・同解説 軌道構造，2012.1
- 2) 三和，石川，大山：軌道状態推移予測モデルの構築に関する基礎的検討，鉄道技術連合シンポジウム(J-RAIL'98)，1998.12
- 3) 寺田，三和：統計解析による通り狂い状態モデルと推移モデルの推計，鉄道技術連合シンポジウム(J-RAIL2004)，2004.12