

# 2706 コンパウンド架線に対応した FEM に基づく 架線パンタグラフ系 3 次元運動シミュレーション

正 [機] ○池田 充 (鉄道総研)

## Three-dimensional Dynamic Simulation of Pantograph/Catenary System Based on FEM Corresponding to Compound Catenary System

Misturu IKEDA, Railway Technical Research Institute, 2-8-38, Hikari-cho, Kokubunji-shi, Tokyo, 185-8540

In order to evaluate three dimensional dynamic behavior of pantograph/catenary systems, the numerical simulation program based on nonlinear finite element method was developed. This program can be applicable not only to simple catenary system but also to compound catenary system. It is compatible with hanger slackening and multi pantographs. This paper shows outline of the computation approach and some calculation examples. This program can be a useful tool for design of new catenary systems or pantographs.

*Keywords* : dynamic simulation, current collection, catenary, pantograph, FEM

### 1. はじめに

架線/パンタグラフ系の動的挙動を計算するシミュレーションプログラムは、電車線設備やパンタグラフの設計、開発を行う上で非常に有用なツールである。1960年代後半に東京大学の藤井、江原らによって開発された差分法に基づく架線・パンタグラフ系の運動シミュレーション手法<sup>1)</sup>は、その後の種々の改良<sup>2)</sup>を経て、今日でも広く用いられている。ただし、差分法に基づく解法では幾何学的非線形性が考慮されていないため、吊り金具や曲線引き金具などの 3 次元運動が正確に表現されていないことや、横張力に起因して生じる支持点におけるトロリ線の引き上げも正確に再現できない、などの問題がある。そこで筆者らは、幾何学的非線形性を考慮することができる、非線形有限要素法に基づく架線/パンタグラフ系の 3 次元運動シミュレーション手法を開発してきた。本稿では、新たに開発したコンパウンド架線にも対応可能なシミュレーションプログラムについて、その計算手法の概要と計算例を示す。本プログラムは多数パンタグラフの走行やハンガの浮きにも対応しており、従来の差分法に基づくプログラムで対応可能な機能をほぼカバーするものである。

### 2. コンパウンド架線の静構造解析

本プログラムでは、トロリ線などの線条は Euler はり要素で、吊り金具や曲線引き金具などはモーメントの作用しない棒要素で、それぞれモデル化している<sup>3)</sup>。各線条および架線金具の諸元と、1) ちょう架線の支持点位置、2) 各線条両端の引き留め位置、3) 曲線引き金具の取り付け位置、などの境界条件を与えれば、架線の静構造を一意に定めることができる。しかし、通常はドロップの長さがあらかじめ与えられないことから、以下の手順で静構造解析を行う。ただし、ここではコンパウンド架線のハンガ長さは全て同じであることを前提とする。

最初に、トロリ線と補助ちょう架線だけを対象として、

その静構造を決定する。すなわち、図 1 に示すように、架線の左右偏位を 0 とした条件でトロリ線下点高さ、ならびにトロリ線と補助吊架線の端点位置を与え、補助ちょう架線のドロップ軸力と、トロリ線、補助ちょう架線の全節点の位置を定める。次に、求められたドロップ軸力を外力としてちょう架線に与えるとともに、ちょう架線の支持点高さと端点位置を与えて、ちょう架線の全節点の位置を求める。以上の結果からドロップ長さが定まるため、架線の静構造が全て決定される。

ただし、この段階では架線の 3 次元構造を考慮していないことから、今度は架線の左右偏位を考慮したうえで、各線条の端点位置、ちょう架線の各支持点位置、ならびに曲線引き金具（主アーム、補助アームとも）の取り付け位置を与え、さらに先ほど求めたドロップ長さを与えることにより、最終的な架線の 3 次元静構造を求める。このステップでは横張力に起因するトロリ線の引き上げや吊り金具のまくらぎ方向への傾斜を考慮する必要があることから、幾何学的非線形性を考慮して構造計算

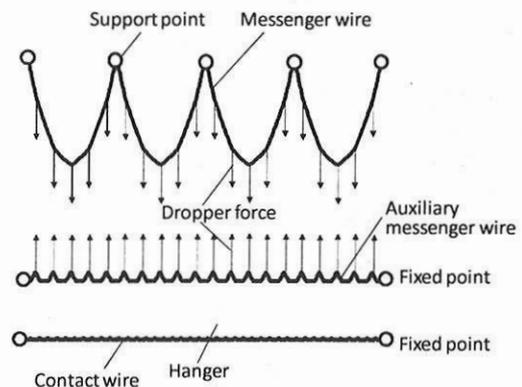
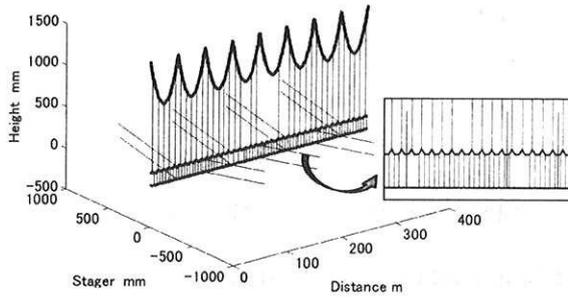
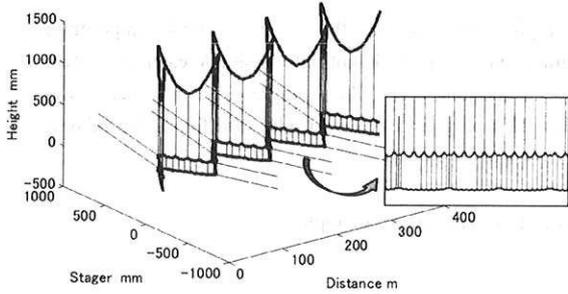


Fig.1 Procedure to calculate static structure of compound catenary system



(a) Static structure without stagger



(b) Static structure with stagger

Fig.2 Evaluated static structure of compound catenary system

を行う。

以上の過程でコンパウンド架線の静構造を計算した例を図2に示す。図2(a)は、架線の左右偏位を考慮しない段階で求められた静構造である。各線条には横張力が作用しないため、各支持点におけるトロリ線、補助ちょう架線の引き上げは発生しない。一方、図2(b)は架線に左右偏位を与え、架線の3次元静構造を最終的に求めた結果である。各線条に作用する横張力により、トロリ線と補助ちょう架線が支持点において引き上げられている状況が再現されていることがわかる。

ところで、以上の手順のうち、最初にドロップ軸力を求める問題は、以下の式を解くことに相当する。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{F}_u \\ \mathbf{F}_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{21} & \mathbf{K}_{12} \\ \mathbf{K}_{21} & \mathbf{K}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{q}_g \\ \mathbf{q}_u \end{bmatrix} \quad (1)$$

ここで、 $\mathbf{F}_u$ は未知の節点外力(トロリ線と補助ちょう架線の端点に作用する支点反力、ならびにドロップ軸力)、 $\mathbf{F}_g$ は既知の節点外力(重力)、 $\mathbf{q}_g$ は既知の節点変位(トロリ線と補助ちょう架線の端点位置と、トロリ線のハンガ下点位置)、 $\mathbf{q}_u$ は未知なる節点変位(上記以外の全ての節点位置)、である。式(1)より、未知なる節点変位  $\mathbf{q}_u$  を求めるためには次式を解けばよいことがわかる。

$$\mathbf{F}_g - \mathbf{K}_{21}\mathbf{q}_g = \mathbf{K}_{22}\mathbf{q}_u \quad (2)$$

ただし、一般にコンパウンド架線ではハンガ本数よりドロップ本数の方が少ないため、 $\mathbf{K}_{22}$ は正方行列にはならず、式(2)は過剰条件となる。そのため、 $\mathbf{K}_{22}$ の疑似逆行列を用いて式(2)を解くことになるため、境界条件として与えた位置条件(ハンガ下点高さ)と端点位置)を厳密に満足する解(架線構造)が存在する数学的保証はなく、一般には式(2)の解は近似解を与えることに留意が必要である。

一方、シンプル架線の静構造解析では、トロリ線のハンガ下点高さを与えてハンガ軸力を求め、これをもとにハンガ長さを求める。この場合も式(2)を解くことになるが、トロリ線に関して未知なる節点外力(端点における支点反力とハンガ軸力)の数と、既知である節点変位(端点位置とハンガ下点位置)の数とが同じであるため、式(2)には必ず厳密解が存在することが、コンパウンド架線の場合とは異なる。

### 3. コンパウンド架線の動解析

#### 3.1 ハンガ浮きの取り扱い

本プログラムでは、パンタグラフの走行に伴う系の動的挙動を Newmark  $\beta$  法とニュートンラプソン法を組み合わせた逐次積分によって計算する<sup>3)</sup>。このうちニュートンラプソン法については、架線の幾何学的非線形性に起因して生じる各節点のつり合い力が無視できる程度以下となるまで収束計算を行うために用いている。

このような幾何学的非線形性とは別に、ハンガが補助ちょう架線に対して浮くことによって生じる非線形性も考慮する必要がある。これに関しては以下のように取り扱う。いま、 $i$  番目のハンガに関わる動的な力のつり合いを以下のように表わす。

$$\mathbf{F}_i = \mathbf{M}_i \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{q}}_{a,i} \\ \dot{\mathbf{q}}_{c,i} \end{bmatrix} + \mathbf{C}_i \begin{bmatrix} \mathbf{q}_{a,i} \\ \mathbf{q}_{c,i} \end{bmatrix} + \mathbf{K}_{r,i} \begin{bmatrix} \mathbf{q}_{a,i} \\ \mathbf{q}_{c,i} \end{bmatrix} + \mathbf{F}_{N,i}(\mathbf{q}_{a,i}, \mathbf{q}_{c,i}) \quad (3)$$

ただし、図3に示すように  $\mathbf{q}_{a,i}$  は  $i$  番目ハンガ上端の補助ちょう架線の節点変位、 $\mathbf{q}_{c,i}$  は  $i$  番目ハンガ下端のトロリ線の節点変位であり、 $\mathbf{M}_i$ 、 $\mathbf{C}_i$ 、 $\mathbf{K}_{r,i}$ 、 $\mathbf{F}_i$  はハンガに関わる質量行列、減衰行列、接線剛性行列、外力ベクトルである。また、 $\mathbf{F}_{N,i}$  はハンガの自然長  $Q_{N,i}$  を考慮するために外力項から減ずべき作用力である。

逐次積分の時間ステップごとにハンガの実長、すなわち  $|\mathbf{q}_{a,i} - \mathbf{q}_{c,i}|$  と、ハンガの全長  $L_{N,i}$ 、ならびに補助ちょう架線に対するハンガの可動範囲  $L_{d,i}$  を対照し、式(3)に対して以下の操作を行う。

$$\begin{aligned} |\mathbf{q}_{a,i} - \mathbf{q}_{c,i}| > L_{N,i} & \quad \text{のとき } Q_{N,i} = L_{N,i} \\ |\mathbf{q}_{a,i} - \mathbf{q}_{c,i}| < L_{N,i} - L_{d,i} & \quad \text{のとき } Q_{N,i} = L_{N,i} - L_{d,i} \\ L_{N,i} - L_{d,i} < |\mathbf{q}_{a,i} - \mathbf{q}_{c,i}| < L_{N,i} & \quad \text{のとき } \mathbf{K}_{r,i} = 0 \end{aligned} \quad (4)$$

この操作により、逐次積分の手続きを特に変更することなく、ハンガが補助ちょう架線にちょう架されている状態(通常の状態)、ハンガが浮いた状態、ならびにハンガに圧縮方向の軸力が作用している状態を、それぞれ表現することが可能である。

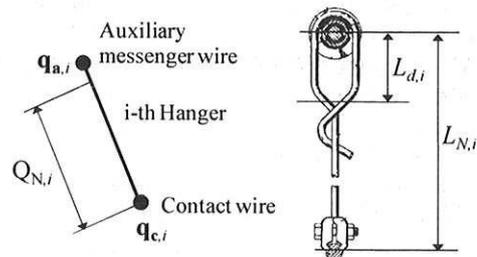


Fig.3 Hanger element

### 3.2 ペナルティ係数の扱い

本プログラムでは、パンタグラフと架線との間の接触力  $F_c$  はペナルティ法により求める。すなわち、

$$F_c = -\alpha(q_{ic} - q_{pc}) - \beta(\dot{q}_{ic} - \dot{q}_{pc}) \quad (5)$$

ここで、 $q_{ic}$ 、 $q_{pc}$  はそれぞれトロリ線、およびパンタグラフの接触点における鉛直方向変位、 $\alpha$ 、 $\beta$  はペナルティ係数である。ただし、

$$\begin{cases} q_{ic} - q_{pc} > 0 \text{ のとき } \alpha = 0, \beta = 0 \\ \text{かつ} \\ \dot{q}_{ic} - \dot{q}_{pc} > 0 \text{ のとき } \beta = 0 \end{cases} \quad (6)$$

とする。

筆者らは、比較的簡単なモデルを用いた検討<sup>4)</sup>により、 $\alpha$  に関してはパンタグラフの復元ばねの剛性と同程度かこれよりやや大きな値を与えたうえで、接触ばねが過減衰となる程度の値を  $\beta$  として与えれば、接触力が減衰したり、あるいは振動的になることを防ぐことができることをすでに示している。図4は、実験によりこれを検証した結果である。パンタグラフをコンパウンド架線のトロリ線下方 900mm の位置に静止させた状態から上昇(突放)させ、トロリ線との衝突によって発生する接触力をパンタグラフ側で測定するとともに、同条件でシミュレーションを実施し、両者の比較を行った。図4(b)に示す通り、衝撃的な接触力変動が発生しているが、シミュレーション結果は実験結果と良好な一致を示していることがわかる。なお、周期的に接触力が0となる箇所が認められるが、これはパンタグラフがトロリ線に対してバウンドしながら接触しているためである。

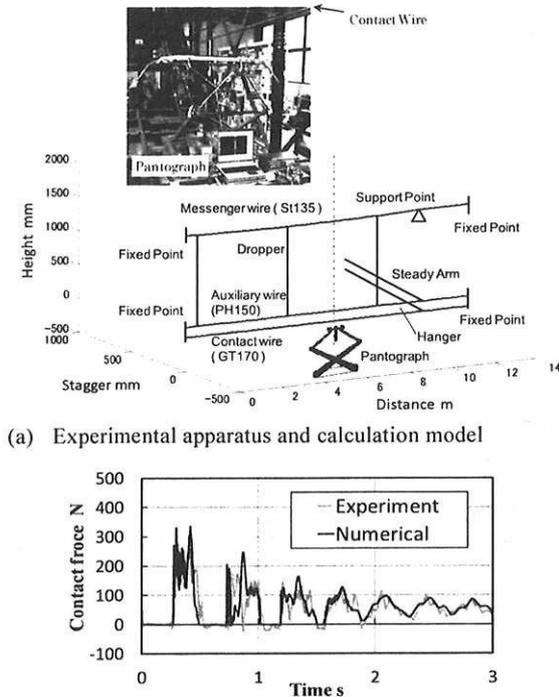


Fig.4 Validation of penalty coefficients

### 4. コンパウンド架線の3次元運動シミュレーション例

今回開発したシミュレーションプログラムを用い、標準的な新幹線用コンパウンド架線を2元系パンタグラフ2台が300km/hでしゅう動走行する際の運動シミュレーションを実行した。シミュレーションに使用した架線の諸元を表1に、パンタグラフの諸元を表2に、それぞれ示す。ただし、ちょう架線の支持点間隔は全て50m、引き留め長は400mとして計算を実行した。なお、各線条を表現する各有限要素の長さは全て0.083mとした。

計算は、以下の4条件に対して実施した(図5参照)。

- (1) Case 1: 架線の左右偏位なし ハンガ浮きなし
- (2) Case 2: 架線の左右偏位 200mm ハンガ浮きあり
- (3) Case 3: 架線の左右偏位 200mm ハンガ浮きなし
- (4) Case 4: 架線の左右偏位 200mm ハンガ浮きあり 横風 25m/s

パンタグラフに作用する接触力の計算結果を図6~図9に示す。各図とも、上段は先頭側パンタグラフの接触

Table 1 Parameters of catenary system

	Messenger wire	Auxiliary messenger wire	Contact wire
Type	St180	PH150	Cu170
Linear density kg/m	1.45	1.375	1.515
Tensile force N	24500	14700	19610
Bending rigidity Nm <sup>2</sup>	550	200	320
Damping factor	0.001	0.001	0.001

Table 2 Parameters of pantograph

$m_1$	9.8kg
$m_2$	15.5kg
$k_1$	10600N/m
$k_2$	0
$c_1$	10Ns/m
$c_2$	80Ns/m (One-way)

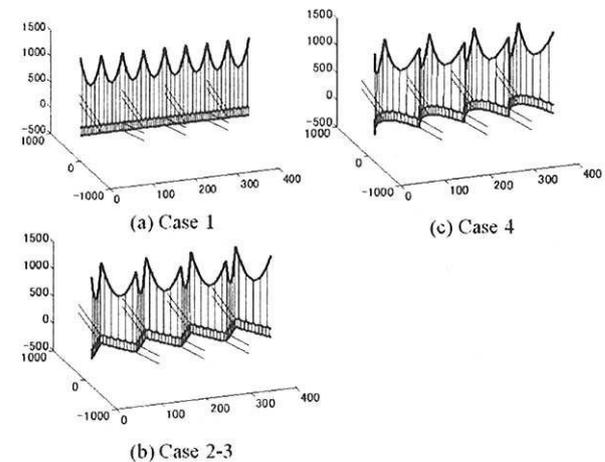
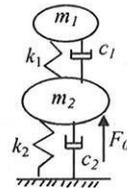


Fig.5 Variation of catenary structures

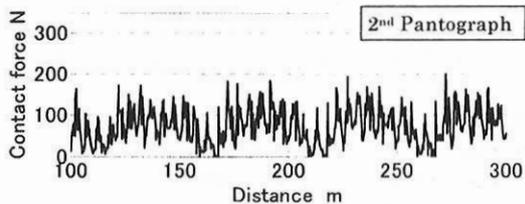
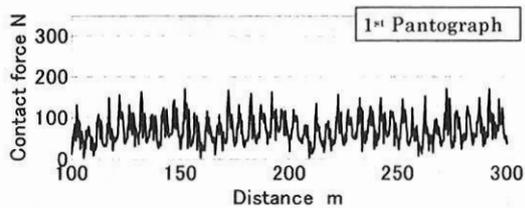


Fig.6 Time history of contact force (Case 1)

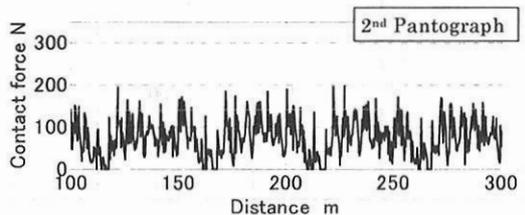
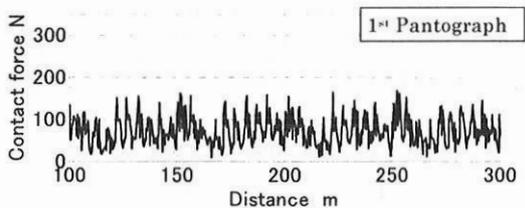


Fig.7 Time history of contact force (Case 2)

力波形を、下段は後続側パンタグラフの接触力波形を、それぞれ示している。

まず、架線の左右偏位がない場合 (Case1: 図 6) と、200mm の左右偏位を与えた場合 (Case2: 図 7) とを比較すると、全体としてはよく似た接触力波形が得られているが、支持点直近 (図中の 150m, 200m, 250m 地点) において Case2 の方が接触力変動が大きくなっていることがわかる。これは、Case2 においては横張力によるトロリ線の引き上げが支持点近傍で生じるためである。

次に、同じ左右偏位 200mm の条件でハンガ浮きを考慮した場合 (Case2: 図 7) と考慮しない場合 (Case3: 図 8) を比較すると、パンタグラフがハンガ点を通る際の接触力波形に大きな差異が認められることがわかる。これは、ハンガ浮きを考慮しない場合、言い換えればハンガがちょう架線に固定されている場合には、パンタグラフ通過の際にハンガに圧縮力が作用するため、パンタグラフから見るとハンガが硬点となるためである。

最後に、左右偏位 200mm を与えた条件で、無風時 (Case2: 図 7) と 25m/s の水平な横風が吹いている場合 (Case4: 図 9) とを比較すると、横風が吹いている条件では、曲線引き金具が風上側となる支持点 (図中の 100m, 200m, 300m 地点) において顕著な離線が生じるとともに、この離線の発生直後に著大な接触力が発生している様子が分かる。これは、風上側の曲線引き金具には大きな横張力が作用するため、風下側の曲線引き金具 (図中の 150m, 250m 地点) に比べてトロリ線の引き上げが

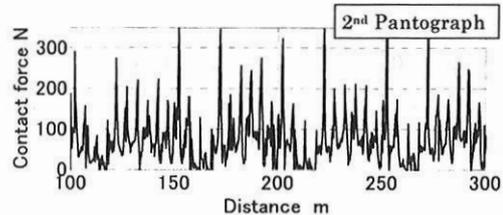
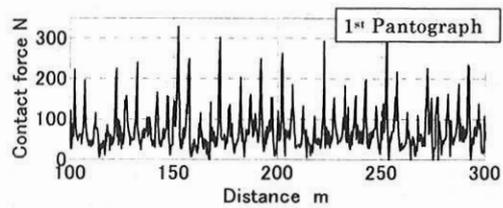


Fig.8 Time history of contact force (Case 3)

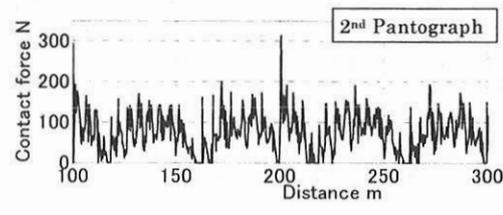
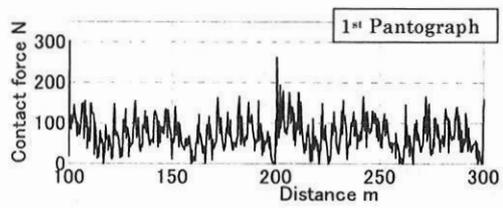


Fig.9 Time history of contact force (Case 4)

顕著となるためである。

以上の例のように、架線の 3 次元構造を正確に再現したうえで運動シミュレーションを実施することにより、系の挙動をより正確に表現することが可能である。

#### 4. おわりに

本稿では、コンパウンド架線にも対応可能な有限要素法に基づく架線/パンタグラフ系の 3 次元運動シミュレーションプログラムについて、その計算手法の概要と計算例を示した。今後は、パンタグラフをマルチボディモデルにより表現することによって、より現実に近いシミュレーションを可能とする予定である。

#### 参考文献

- 1) 江原信郎: “高速集電の動力学研究 (第 1 報, 高速集電系のモデルとその検討), 日本機械学会論文集 (第 1 部), Vol.36, No.287, pp.1067-1074., 1970,
- 2) 網千光雄, 大浦泰: 地震時における電車線路の運動シミュレーション手法, 平成 20 年電気学会産業応用部門大会, 2008.
- 3) 池田 充: 有限要素法による架線・パンタグラフ系の 3 次元運動シミュレーション”, Dynamic and Design Conference 2011, CD-ROM, 2011
- 4) 池田 充: 架線・パンタグラフ系の運動シミュレーションにおけるペナルティ係数の検討, 日本機械学会 2012 年度年次大会, CD-ROM, 2012