

接触力の非線形性を考慮した車輪踏面の凹みによる車輪/レール間相互作用の研究

○ [機] 上妻 雄一 (鉄道総研) [土] 塚西 誠 (JR 西日本) [機] 川口 二俊

[機] 安永 年広 [機] 長倉 清 [機] 間々田 祥吾 (鉄道総研)

Study on wheel/rail interaction due to the wheel tread defect
incorporating non-linearity of contact force○Yuichi Kozuma, (RTRI) Makoto Tsukanishi, (JR-West) Tsugutoshi Kawaguchi,
Toshihiro Yasunaga, Kiyoshi Nagakura, Shogo Mamada, (RTRI)

For Shinkansen trains, wheel tread defects of large amplitude infrequently occur. These defects generate impact force between wheel and rail, and impact noise as a consequence. Due to its non-linear and unsteady characteristics which differ from those of the rolling noise, the frequency-domain approach (e.g. TWINS) is no longer valid for evaluating the impact noise. By adopting the time-domain model incorporating the non-linearities, calculation of the impact noise has been carried out and its result was compared with the measured one.

キーワード：車輪踏面凹凸，衝撃振動，ヘルツの接触バネ，TWINS モデル

Key Words : Wheel tread defect, Impact vibration, Hertzian contact spring, TWINS model

1. はじめに

新幹線の車輪踏面において，まれに振幅が大きい凹みが発生する (図 1)．この凹みは，在来線において一般的な車輪フラットとは異なり，凹みの形状は滑らかで目視で確認すること困難であるが，車輪の真円度が低下し，さまざまな問題を生ずる要因となる可能性を有する．

この凹みにより，騒音・振動の観点からは，レール/車輪表面の凹凸に起因した転動音の定常的な加振力とは異なる

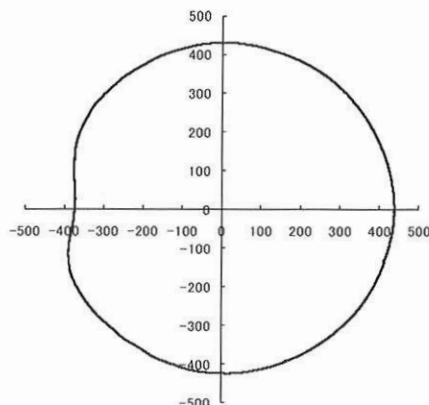


図 1 凹みを有する新幹線車輪踏面プロフィール
(単位 mm : 凹凸プロフィールは 100 倍に拡大)

力がレール/車輪間に生じ，「ゴトゴト」と衝撃的な音が発生する．定常現象である転動音を対象とした予測モデル (TWINS) ¹⁾ では，レール/車輪表面凹凸の波数スペクトルを元に，レール/車輪間に働く力を周波数領域で評価しているため，衝撃的な加振力を伴う現象の予測を行うことは困難である．本報告では，実測結果から得られた車輪踏面形状や軌道に係るパラメータを，レール/車輪間接触力の非線形性を考慮した時間領域解析モデルへ試行的に適用し，得られたレール変位を等価凹凸として TWINS モデルに与え，その結果を現車における実測結果と比較する．

2. 非線形時間領域モデル概要

本報告で用いた解析モデルは，Wu らによるレール/車輪間接触力 (接触バネ) の非線形性を考慮した時間領域解析モデル ²⁾ を参考としている．このモデルでは，車輪・レールは線形モデルとし，接触バネの非線形性を表わすため，時間領域で解析を行う．以下にその概要を示す．なお，数式においては下方向を正，上方向を負とする．

2.1 軌道モデル概要

軌道モデルを構築するにあたり，まず現車走行測定を行

った箇所の軌道（スラブ軌道）に対する衝撃加振試験の結果から、軌道の振動特性に係るパラメータ（レール締結部のバネ定数等）の同定を行う。具体的には、締結装置に相当するバネに支持されたレールを矩形ティモシェンコ梁に置き換えた連続支持軌道モデル（Rodel モデル）³⁾に、各種パラメータを試行的に入力し計算を行い、衝撃加振試験結果（図 2 灰色実線参照）に対応する結果（図 2 破線参照）が得られるまで繰り返す。

なお、本報告における評価対象はスラブ軌道であり、レール上下方向加振時の加振点応答（図 2 灰色実線）を参照しても、レールと軌道スラブが軌道スラブ/床版間のモルタル部のバネに対して共振する周波数に対応するピークが確認できない。これはモルタル部のバネ剛性が極めて高いことに起因している可能性が高い。したがって、ここでは軌道スラブ・床版間のモルタル層に対応するパラメータは、仮想的に設定している。同定された各種パラメータを表 1 に示す。

表 1 評価対象の軌道に係るパラメータ

項目	上下方向	左右方向
レール	曲げ剛性	$6.61 \times 10^6 \text{ Nm}^2$
	断面積	$7.75 \times 10^{-3} \text{ m}^2$
	損失係数	0.05
	質量	60kg/m
	締結間隔	0.625m
締結部	バネ剛性	$3.25 \times 10^8 \text{ N/m}$
	損失係数	0.2
レールスラブ・モルタル層	バネ剛性	$5.10 \times 10^{11} \text{ N/m}$
	損失係数	2.0

同定された各種パラメータを軌道の連続支持モデルに適用し、その解析結果である軌道の加振点応答の振幅および位相の情報を Matlab の invfreqs 関数⁴⁾に与え、逆ラプラス変換を行うことにより、後述の時間領域解析において安定系となる評価対象軌道の伝達関数を次式の通り求める。

$$H(s) = \frac{u_r(s)}{F(s)} = \frac{b_1 s^m + b_2 s^{m-1} + \dots + b_m s + b_{m+1}}{s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_{n-1} s + a_n} \quad (1)$$

ここで、 $s=i\omega$ 、 $u_r(s)$ は周波数領域におけるレール変位、 $F(s)$ は周波数領域における加振力、 a_i および b_i は invfreqs 関数によって $H(s)$ と連続支持モデルによる解析結果の間の誤差が最小となるよう求められる定数である。

文献 2)において、評価対象の軌道がバラスト軌道であるため、軌道モデルが締結部とバラスト層の 2 つのバネとマクラギに連続支持されたものであり、伝達関数の次数を $m=3$ 、 $n=4$ としている。

本報告における評価対象はスラブ軌道であり、文献 2)における伝達関数の次数をそのまま適用すると、共振ピークがバラスト軌道と比べて少ないため係数が過多となる上、時間領域解析において計算効率が悪化する。したがって、伝達関数の次数をそれぞれ 1 つずつ減じ、 $m=2$ 、 $n=3$ とした。求めた伝達関数の各係数を表 2 に整理し、式(1)と表 2 の係数から得られる周波数応答を図 2（黒色実線）に示す。

表 2 評価対象軌道の伝達関数係数

a_1	2.41×10^3	b_1	3.13×10^{-6}
a_2	9.79×10^6	b_2	1.84×10^{-2}
a_3	1.38×10^{10}	b_3	35.2

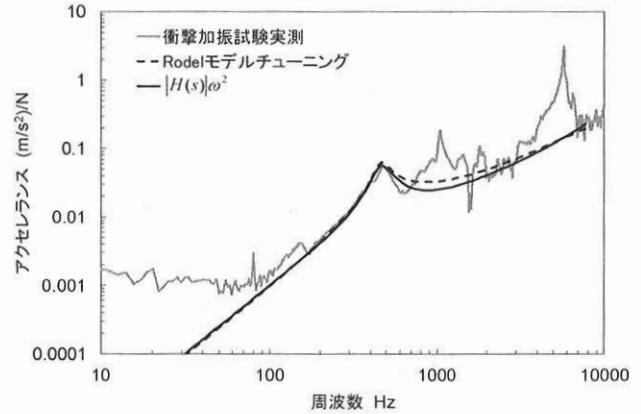


図 2 評価対象スラブ軌道の上下方向周波数応答振幅

2.2 レール/車輪間相互作用の運動方程式

表 2 の係数を式(2)に適用した次式

$$H(s) = \frac{u_r(s)}{F(s)} = \frac{b_1 s^2 + b_2 s + b_3}{s^3 + a_1 s^2 + a_2 s + a_3} \quad (2)$$

は、次のような時間領域の微分方程式と等価である。

$$(\partial_t^3 + a_1 \partial_t^2 + a_2 \partial_t + a_3)u_r(t) = (b_1 \partial_t^2 + b_2 \partial_t + b_3)F(t) \quad (3)$$

ここで、 ∂_t は微分演算子 d/dt 、 $u_r(t)$ は時間領域におけるレール変位、 $F(t)$ は時間領域における加振力である。

軌道に係る運動方程式である式(3)を状態空間形式で表わすと次の 1 次の微分方程式の行列として与えられる⁵⁾。

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -a_1 & 1 & 0 \\ -a_2 & 0 & 1 \\ -a_3 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix} F(t) \quad (4)$$

ここで、 x_1 はレール変位 ($=u_r(t)$) である。

一方、車輪については、振動モードを無視して車輪を質点として扱い、簡略化する。車輪の質量を M_W 、車輪変位を x_4 、輪重を F_0 とすると、車輪の運動方程式は

$$M_W \ddot{x}_4 = F_0 - F(t), \quad (5)$$

状態空間形式で表すと、次式の行列で与えられる。

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_4 \\ \dot{x}_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ F_0/M_W \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1/M_W \end{bmatrix} F(t) \quad (6)$$

なお、式 (4) ~ (6) の x_2 、 x_3 、 x_5 は、状態空間形式で表した際に用いる変数で、物理的意味は持たない。

車輪/レール間において、車輪とレールはそれぞれ弾性体であるため圧縮変形し、その変形量 u_c は凹凸プロフィール量による変位 r を用いて次式で与えられる。

$$u_c = x_4 - x_1 - r \quad (7)$$

変形量 u_c を場合分けすることで、レール/車輪間の接触力は次式で与えられる²⁾。

$$F(t) = \begin{cases} C_H u_c^{3/2}, & u_c > 0 \\ 0, & u_c \leq 0 \end{cases} \quad (8)$$

ここで、 C_H はヘルツ定数であり、両接触面の曲率と材料

物性に依存する⁶⁾ (本報告では $C_H=100.9\text{GN/m}^{3/2}$)。式(8)の下段は、プロフィール変位量が大いいために、車輪/レール間の接触が失われ、荷重が抜ける状態を示している。

式(4)、式(6)および式(8)を連成させ、4次のルンゲ・クッタ法を適用し、一定の時間ステップで解くことにより、車輪・レールそれぞれの振動および加振力の時間変動が求まる。

2.3 プロフィールの処理

前節で述べた方法により、凹凸プロフィールを与えて車輪・レールそれぞれの振動特性を求めるにあたり、凹みを有する車輪踏面のプロフィールをあらかじめレール頭頂面凹凸プロフィールに置き換えることで、解析が簡便になる。すなわち、車輪踏面の凹みをレール頭頂面に存在する凹みに変換し、不整のない車輪がディップを有するレール上を走行する問題に置き換える。図3に車輪踏面の凹凸プロフィールおよびそれをレール頭頂面における凹凸に変換したプロフィールの例を示す。

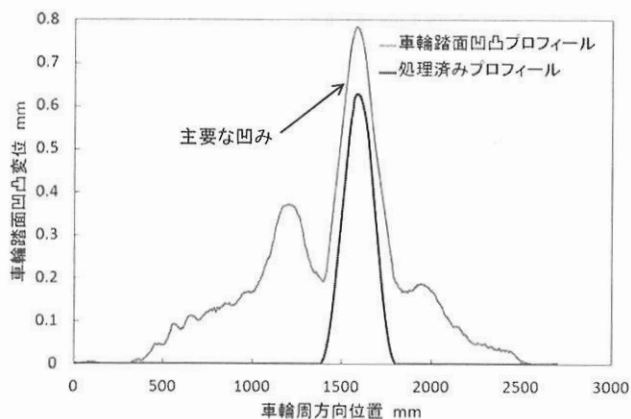


図3 車輪凹みプロフィールの幾何学的フィルタリング処理

プロフィールの置き換えに際しては、以下の手順で処理を行った。

① フィルタリング：

車輪がレール上を移動する場合、車輪径に比べて十分波長の短いレール凹凸に追従できないことを考慮し、剛体車輪が凹凸をもつ剛体のレール上を準静的に移動した場合の車軸中心のプロフィールを求める。

② 主要な凹みのプロフィール抽出：

図3に示す車輪踏面の凹凸プロフィール（灰色実線）には、車輪周長が半波長に概ね対応する長周期の変位成分が現れている。しかし、ここでは凹みによる影響を明確にするため、局所の主要な凹みのプロフィールのみを抽出する。図4に抽出における処理の概念図を示す。処理①のフィルタリングを施した主要な凹みについて、簡単化のため、凹みの肩部（図4の R_1 , R_2 のエリア）で、プロフィールと凹み

の基準線を半径 R_1 , R_2 の円弧で滑らかに結ぶ。

③ プロフィールのオフセット：

基準線が変位量ゼロとなるように、抽出したプロフィール全体をオフセットさせる。

以上の手順で得られたプロフィール量は、車輪の周方向位置の関数であるため、周方向位置を列車速度で除することで、時間の関数に変換する。

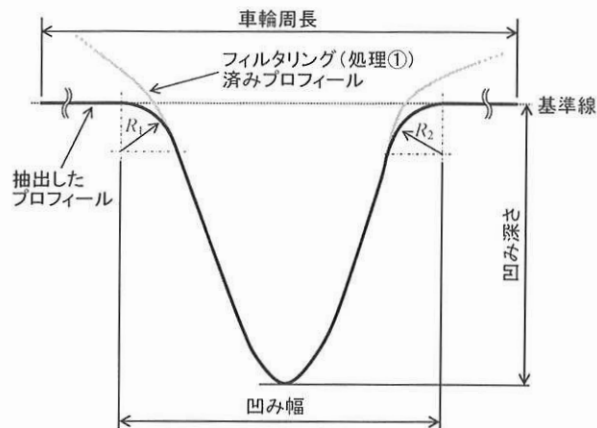


図4 主要な凹みのプロフィール抽出における概念

3. 転動音予測法へのデータ移行

前節の方法では、接触バネの非線形性は考慮されているものの、車輪を質点でモデル化しているため、この方法により求めた加振力は車輪の振動モードの影響を反映していない²⁶⁾。したがって、比較的大きい凹みを有する車輪が通過した際のレール・車輪の連成を考慮した振動および騒音を計算するためには、図5に示すフローに基づき、得られた加振力を等価凹凸に変換した上で TWINS モデルに与えて、計算を行う必要がある。

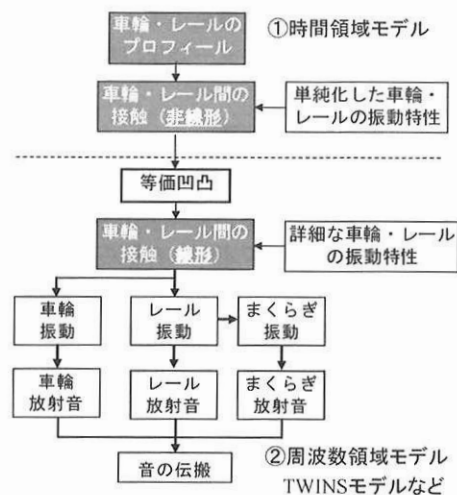


図5 衝撃音予測モデル

周波数領域で解析を行う TWINS モデルに与える等価凹凸は、以下の手順により求める²⁾。

①前節により得られた加振力に対して高速フーリエ変換を行い、加振力スペクトル $F_M(\omega)$ を求める。

②前節の時間領域モデルでは、車輪を単純な質点と仮定し

ているので、車輪のアクセランス $X_{w1}(\omega)$ (図 6 一点鎖線) を車輪質量の逆数として、レールの上下方向アクセランス $X_r(\omega)$ (図 6 実線) およびレール/車輪間の接触バネのアクセランス $X_c(\omega)$ (図 6 破線) と併せて用いて、次式から等価凹凸 $r_{eq}(\omega)$ を求める。

$$r_{eq}(\omega) = \frac{F_{NL}(\omega) \times \{X_r(\omega) + X_{w1}(\omega) + X_c(\omega)\}}{-\omega^2} \quad (9)$$

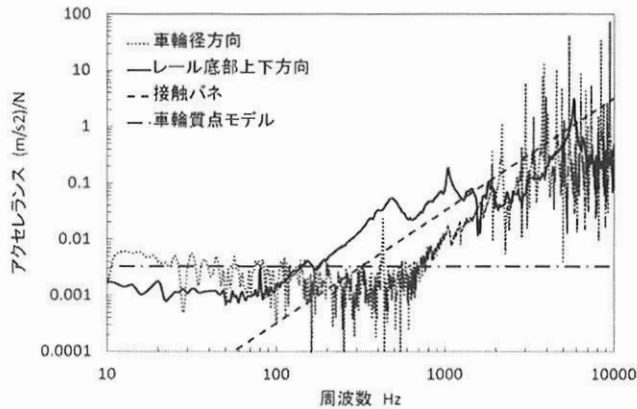


図 6 レール/車輪系の各アクセランス

得られた等価凹凸 $r_{eq}(\omega)$ を次式に与えることで、レール・車輪の連成による振動の減衰を考慮した車輪・レール間で生じる加振力 $F(\omega)$ を求める⁶⁾。

$$F(\omega) = \frac{-\omega^2 r_{eq}(\omega)}{X_r(\omega) + X_{w2}(\omega) + X_c(\omega)} \quad (10)$$

ここで、 X_{w2} は車輪の振動モードを考慮した径方向アクセランスである (図 6 点線)。

式(10)で得られた加振力を、再びレールの上下方向アクセランスに乗ずることで、レール振動 (加速度) の振幅が求まる。ただし、ここでは輪重によって凹凸が弾性変形することで生じる接触フィルター効果は無視している。

4. 実測結果と解析結果の比較

3 節により得られたレール振動と、実際に図 1 に示した踏面プロフィールを有する車輪と正常車輪が、2.1 節で示した軌道を時速 285km/h で走行した際のレール振動の周波数分布 (A 特性振動速度) を図 7 に示す。

図 7 から、1600Hz 以下の周波数域では、過大評価になってはいるものの、解析結果と比較的大きい凹み車輪実測結果の示す傾向は概ね一致した。

2000Hz 以上の周波数域では、解析結果が実測結果 (比較的大きい凹みを有する車輪・正常車輪いずれも) を若干下回る。これは等価凹凸にはレール頭頂面や車輪踏面に元々存在する波長の短い微小な凹凸が考慮されていないためと考えられる。

本報告では、比較的大きい凹みを有する車輪について、車両側と地上側を総合的に取得できたデータが 1 列車のみであったため、予測結果が過大評価になった要因の精査と併せて、今後データのサンプル数を増やして、予測手法の深度化を進める。

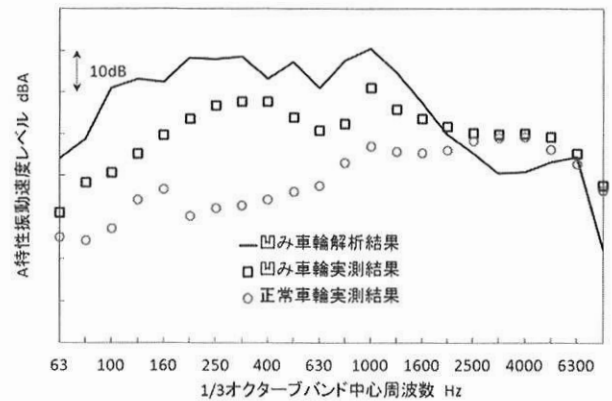


図 7 現車走行時のレール振動測定結果および解析結果

5. まとめ

新幹線において、実測結果から得られた比較的大きい凹みを有する車輪の踏面形状や軌道に係るパラメータをレール/車輪間接触力の非線形性を考慮した時間領域解析モデルへ試行的に適用し、得られた加振力の周波数スペクトルから等価凹凸を逆算し TWINS モデルに与え、その結果を現車における実測結果と比較した。

その結果、解析結果は大きい凹み車輪実測結果に対して 1600Hz 以下の周波数域で過大評価となったが、両者の示す傾向は一致した。今後は、レール/車輪間接触力の非線形性を考慮した時間領域解析モデルから得られた等価凹凸を TWINS モデルに与える解析手法が、衝撃音の予測において有効なツールとなるよう、予測精度の向上を図る。

参 考 文 献

- 1) TWINS: Track-Wheel Interaction Noise Software Theoretical Manual (Version 3.0), TNO-report, HAG-RPT-990211, 1999.
- 2) T. X. Wu, D. J. Thompson : A hybrid model for the noise generation due to railway wheel flats, Journal of Sound and Vibration, Vol. 251(1), 2002.
- 3) S. L. Grassie, R. W. Gregory, D. Harrison, K. L. Johnson : The dynamic response of railway track to high frequency vertical excitation, Journal Mechanical Engineering Science, Vol. 24, No. 2, 1982.
- 4) R2010b Documentation, Signal Processing Toolbox, MathWorks, 2010.
- 5) F. S. Raven, Automatic control engineering, Third edition, McGraw-Hill Book Co. , pp.263, 1978.
- 6) D. J. Thompson, Railway noise and vibration: Mechanisms, modeling and means of control, Elsevier Ltd. , 2009.