

逆踏面勾配車輪を有する独立回転輪軸の走行安定性と軸箱支持剛性

小松 祐太 (東京理科大学) *
道辻 洋平 (茨城大学)

杉山 博之 (東京理科大学)
須田 義大 (東京大学)

Running Stability and Primary Suspension of Independently Rotating Wheelset with Inverted Tread Conicity

Yuta Komatsu*, Hiroyuki Sugiyama, (Tokyo University of Science)
Yohei Michitsuji, (Ibaraki University)
Yoshihiro Suda, (University of Tokyo)

In this investigation, hunting stability of an independently rotating wheelset (IRW) with inverted tread conicity is discussed. To this end, equations of motion of IRW with inverted tread conicity are derived and used for the stability analysis. It is demonstrated that unstable hunting motion occurs in this type of wheelset and the hunting frequency decreases as the speed increases, which is totally different characteristics from those of the conventional wheelset. Furthermore, it is presented that the hunting motion can be stabilized by adequate choices of primary suspensions and the absolute stability condition is theoretically derived for a single suspended IRW with inverted tread conicity.

キーワード：独立回転輪軸，蛇行動安定性，軸箱支持剛性
(Independently rotating wheelset (IRW), Hunting stability, Primary suspension)

1. 緒言

ライトレール車両の低床化を実現するために導入されている独立回転車輪 (Independently rotating wheel: IRW) は従来の一体輪軸と異なり、左右の車輪が独立に回転できる構造であるため、急曲線通過時に台車後軸で発生する縦クリープ力に起因した反操舵モーメントを低減できるなどの特徴を有する一方⁽¹⁾、曲線通過での操舵性が低く、片寄り走行しやすいためフランジ摩耗が大きいという問題点も指摘されている。

また、独立回転車輪台車の操舵性を改善するために、車輪の踏面勾配により発生する重力復元力に着目し、車輪のヨー角回転中心を車輪/レール接触点の外側に配置することで、自己復元モーメントを発生させる二輪ユニット操舵台車が提案されている⁽²⁾。しかし、この方式の輪軸は左右車輪間にリンク機構が必要となるなど、通常の輪軸に比べ構造が複雑となる。

これらの問題を解決するため、独立回転輪軸の車輪踏面勾配を通常と逆、つまり、車輪外側の回転半径が内側よりも大きくなるように設計された逆踏面勾配-独立回転輪軸が提案されている⁽³⁾。本輪軸は通常の独立回転輪軸の踏面形状を変えるだけというシンプルな構造ながら、自己復元力特性を有しており、ライトレール車両の急曲線通過性能と低床化を高次元で両立可能な車両の開発へ道を開くものと考えられるが、その運動特性については理論的な検討が行わ

れていない。

そこで本研究では、縦クリープ力の影響を厳密に考慮した逆踏面勾配を有する独立回転輪軸の運動方程式を導出し、その走行安定性について検討を行う。さらに、軸箱支持剛性が本独立回転輪軸の走行安定性に及ぼす影響について検討を行う。

2. 運動方程式

〈2・1〉 逆踏面勾配-独立回転輪軸 左右車輪が独立に回転可能な独立回転輪軸では、発生する縦クリープ力が一体輪軸と比べて小さいため、曲線通過時に発生する自己操舵モーメントが小さいという特徴がある。また図 1(a)に示すように、左右車輪に内向きの重力復元力が発生するため、静的にはヨー角が増大する方向にモーメントが生じ、静的に不安定な系となる。一方、図 1(b)に示すような逆踏面勾配-独立回転輪軸では輪軸に外向きの重力復元力が発生し、復元モーメントが得られるため、静的に安定な系となる特徴がある。これは、独立回転輪軸の問題点である負の自己復元モーメントおよび曲線通過時の操舵モーメント不足を解決する可能性があり、その適用可能性を検討する上では、詳細な運動特性の解明が必要不可欠である。

〈2・2〉 運動方程式 従来、独立回転輪軸では縦クリープ力は十分小さく、縦クリープ力をゼロとしたモデルを用いて運動特性を検討することが多かった。しかしながら、著者らの研究⁽⁴⁾により、左右車輪の輪径差に起因した縦すべ

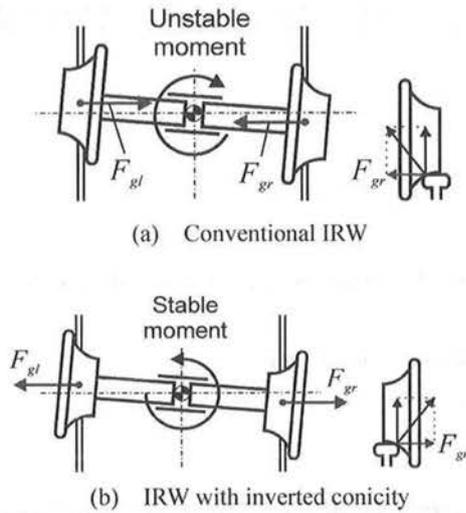


Fig. 1 Self-centering moment of IRW

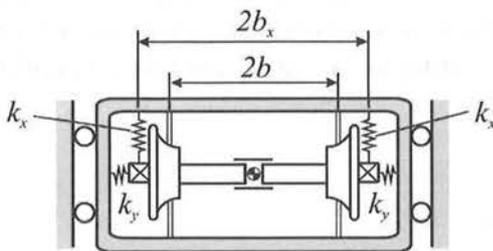


Fig. 2 Suspended wheelset

りにより、縦クリープ力は必ずしもゼロにはならず、独立回転輪軸においても蛇行動が発生することが示されている。そこで本研究では、逆踏面勾配-独立回転輪軸の縦クリープ力を厳密に考慮した線形運動方程式を導出し、その走行安定性について検討を行う。図 2 に示すように質量 m 、輪軸中立位置の回転半径 r_0 を有する逆踏面勾配-独立回転輪軸が進行方向に速度 V で走行している運動を考える。左右車輪の角速度を輪軸のノミナルな角速度 $\dot{\theta}_0$ に対する増減によって与えられるとして以下のように定義する。

$$\dot{\theta}_R = \dot{\theta}_0 + \Delta\dot{\theta}, \quad \dot{\theta}_L = \dot{\theta}_0 - \Delta\dot{\theta} \quad (1)$$

ここで、 $\Delta\dot{\theta}$ は左右車輪の角速度変化分を表し、ノミナルな角速度は $\dot{\theta}_0 = V/r_0$ と与えられる。また、中立位置近傍での踏面勾配変化を一次項まで線形近似した重力復元力として

$$F_{gl} = P(\gamma_0 + \gamma_1 y), \quad F_{gr} = P(\gamma_0 - \gamma_1 y) \quad (2)$$

を考える。ただし、 P : 輪重、 γ_0 : 中立位置の踏面勾配、 γ_1 : 踏面勾配の変化率である。左右変位 y が発生した場合は、重力復元力により式(3)のような復元力が、またヨー角 ψ が発生した場合は式(4)のような復元モーメントが得られる。

$$f = F_{gr} - F_{gl} = -2P\gamma_1 y \quad (3)$$

$$T = -F_{gl} b \sin \psi - F_{gr} b \sin \psi = -2P\gamma_0 b \psi \quad (4)$$

式(1)に基づき、左右車輪の回転差を厳密に考慮し、式(3)、

式(4)で与えられる重力復元力、重力復元モーメントおよび軸ばねを考慮することにより、逆踏面勾配-独立回転輪軸の運動方程式は次式のように導出される。

$$\left. \begin{aligned} m\ddot{y} + 2\kappa_{22} \left(\frac{\dot{y}}{V} - \psi \right) + 2P\gamma_1 y + 2k_y y &= 0 \\ I_{zz} \ddot{\psi} + 2\kappa_{11} \left(\frac{b^2}{V} \dot{\psi} - \frac{br_0}{V} \Delta\dot{\theta} - \frac{b\gamma_0}{r_0} y \right) + 2P\gamma_0 b \psi + 2k_\psi \psi &= 0 \\ I_{yy} \Delta\ddot{\theta} + \kappa_{11} \left(-\frac{br_0}{V} \dot{\psi} + \frac{r_0^2}{V} \Delta\dot{\theta} + \gamma_0 y \right) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

3. 走行安定性解析

〈3・1〉 固有値解析 式(5)のように導出した運動方程式を用いて、図 2 に示すような前後、左右支持剛性を有する 1 輪軸モデルに対して線形固有値解析を行う。支持剛性は、実際の独立回転車輪台車で使用されている値を参考にして、 $k_x = 2.0 \times 10^5$ (N/m)、 $k_y = 1.0 \times 10^5$ (N/m) と仮定した。固有値解析の結果、車輪のピッチ角差 $\Delta\theta$ に関する剛体モード、安定実数根および振動根が現れた。図 3 に走行速度に対する振動根の振動数の変化を示す。本図より速度上昇により蛇行動振動数が低下し、振動根は速度 33 m/s で不安定となる。左右変位とヨー角の位相差に着目すると、位相差 90 度であったことから、逆踏面勾配-独立回転輪軸においてモードの干渉による不安定自励振動が発生していると考えられる。さらに速度を上昇させると速度 62m/s で振動根は最終的に不安定な実数根になり、輪軸変位が単調増加する。これは速度上昇と共に蛇行動振動数も上昇する一体輪軸と明らかに異なる特性を示している。

〈3・2〉 不安定化のメカニズム 不安定化する振動根に着目し、エネルギーの観点から逆踏面勾配-独立回転輪軸に生じる不安定化の要因について検討を行う。モード干渉により生じる自励振動に対して、不安定化するモードの周期解を仮定して、振動 1 周期に消費されるエネルギーから安定性を検討する方法が岩壺によって提案されている⁽⁵⁾。そこで、本手法を逆踏面勾配-独立回転輪軸に適用し、どのような速

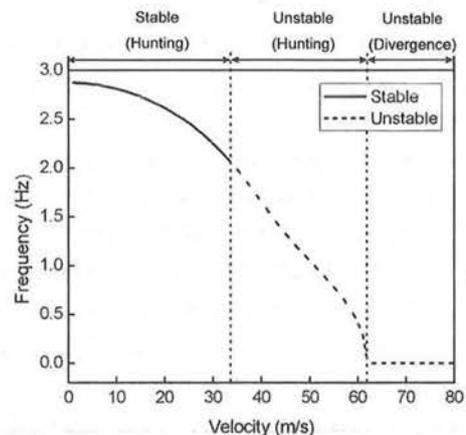


Fig. 3 Hunting frequency

成項が不安定化に寄与しているのかについて検討を行う。

式(5)によって表される逆踏面勾配-独立回転輪軸の運動方程式に対して、1周期に消費されるエネルギーは

$$E = \int_0^\tau \dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{M} \ddot{\mathbf{q}} dt + \int_0^\tau \dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{B} \dot{\mathbf{q}} dt + \int_0^\tau \dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{K} \mathbf{q} dt \quad (6)$$

のように表される。ここで、 τ は振動周期である。固有値解析により求めた不安定化する振動モードの固有ベクトル、位相角をそれぞれ $[u_y \ u_\psi \ u_{\Delta\theta}]^T$ および $[\phi_y \ \phi_\psi \ \phi_{\Delta\theta}]^T$ とし、形式的に以下のような周期解を仮定する。

$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} y \\ \psi \\ \Delta\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_y \cos(\omega t + \phi_y) \\ u_\psi \cos(\omega t + \phi_\psi) \\ u_{\Delta\theta} \cos(\omega t + \phi_{\Delta\theta}) \end{bmatrix} \quad (7)$$

上式を式(6)に代入して積分すれば、第1項の運動エネルギーおよび剛性行列の対角成分に起因したポテンシャルエネルギーの収支はゼロになる。一方、1周期あたりのエネルギー流入出に影響を与える減衰項の対角成分および非対角成分、剛性項の非対角成分をそれぞれ E_1 、 E_2 および E_3 とし、全エネルギーを $E = E_1 + E_2 + E_3$ とおく。 $E > 0$ である時にはエネルギーは散逸されるため安定、一方 $E < 0$ であればエネルギーが流入するため不安定と判別できる。また、各エネルギー成分はそれぞれ次式のように求まる。

$$\left. \begin{aligned} E_1 &= \pi\omega(b_{11}u_y^2 + b_{22}u_\psi^2 + b_{33}u_{\Delta\theta}^2) \\ E_2 &= \pi\omega(b_{12} + b_{21})u_y u_\psi \cos(\phi_y - \phi_\psi) \\ &\quad + \pi\omega(b_{23} + b_{32})u_\psi u_{\Delta\theta} \cos(\phi_\psi - \phi_{\Delta\theta}) \\ &\quad + \pi\omega(b_{13} + b_{31})u_{\Delta\theta} u_y \cos(\phi_{\Delta\theta} - \phi_y) \\ E_3 &= -\pi(k_{12} - k_{21})u_y u_\psi \sin(\phi_y - \phi_\psi) \\ &\quad - \pi(k_{23} - k_{32})u_\psi u_{\Delta\theta} \sin(\phi_\psi - \phi_{\Delta\theta}) \\ &\quad + \pi(k_{13} - k_{31})u_{\Delta\theta} u_y \sin(\phi_{\Delta\theta} - \phi_y) \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

ここで、 b_{ij} および k_{ij} はそれぞれ、減衰行列 \mathbf{B} および剛性行列 \mathbf{K} の成分である。

減衰または剛性行列のどの連成項が不安定化に寄与しているのかを調べるため、 E_1 、 E_2 および E_3 の変化を図4に示す。本図より、 E_1 は速度上昇と共に低下し、安定度が低下しているが負減衰となることはないため、終始安定である。一方、 E_2 は速度上昇と共に指数関数的にゼロに漸近し、不安定度が低下していることがわかる。一方、剛性非対角項によるエネルギー E_3 は常に負(不安定)であり、速度上昇と共に不安定度が増大することから、この項が逆踏面勾配-独立回転輪軸の不安定化に影響を及ぼしていると考えられる。また E_3 を左右運動とヨー運動の連成項によるエネルギー E_{31} と左右運動とピッチ運動の連成項によるエネルギー E_{32} に分けて考える。図5にそのエネルギーを示す。本図より、 E_{32} は常にゼロであり、左右運動とピッチ運動の連成項は逆踏面勾配-独立回転輪軸の不安定化に寄与していないことがわかる。以上から、左右運動とヨー運動の連成項 E_{31} が不安定化の要因であると考えられる。つまり、本独立回転輪軸の不安定蛇行は速度上昇による減衰対角項の減少による見かけ上の減衰の低下と速度上昇による縦クリープ力の増大に

よって、輪軸の左右運動とヨー運動が連成して生じる一体輪軸と同様な蛇行が発生し、系を不安定化させていると言える。

〈3・3〉 振動数低下現象の要因 図3に示した振動数低下現象の発生要因を左右変位、ヨー角およびピッチ角に関する運動方程式の連成項に着目して考察を行う。そこで、式(5)によって与えられる運動方程式をブロック線図で表し

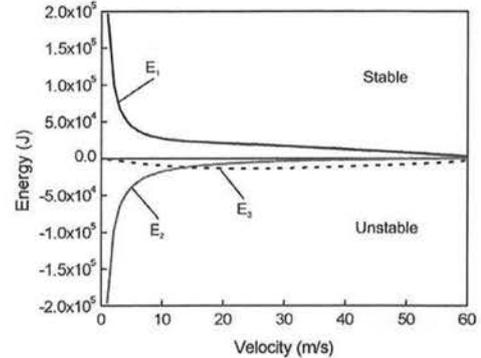


Fig. 4 Energy diagram (E_1 , E_2 and E_3)

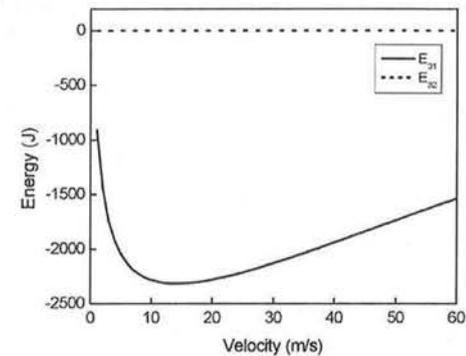


Fig. 5 Energy diagram (E_{31} and E_{32})

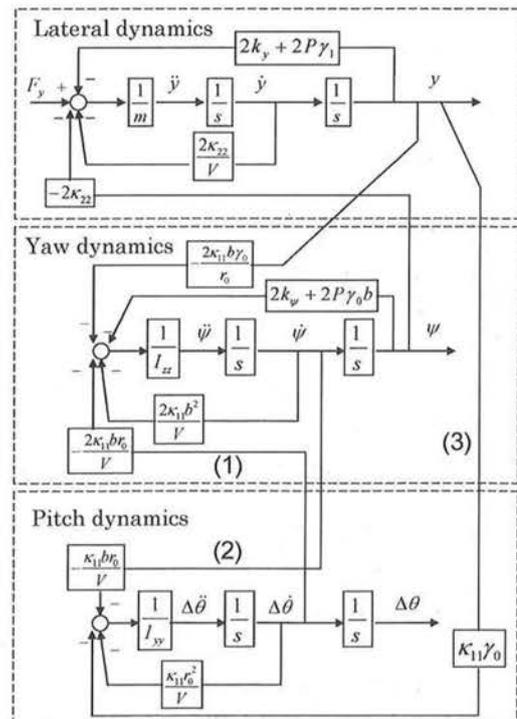


Fig. 6 Block diagram

たものを図 6 に示す。速度 V に依存する項は図中に (1) で示したヨー運動とピッチ運動の連成項 $-2\kappa_{11}br_0/V$ および図中に (2) で示した $-\kappa_{11}br_0/V$ のみであり、速度上昇と共にこれらの項はゼロに漸近する。また、図 5 のエネルギー収支 E_{32} より、図 6 中に (3) で示した左右運動とピッチ運動の連成は蛇行動根に影響を及ぼしていないことから、速度上昇と共に独立回転輪軸の運動は、ピッチ運動が非連成化し、左右運動とヨー運動が支配的となる一体輪軸のダイナミクスに近づいていくことになる。本輪軸の場合、踏面勾配が通常と逆であることから逆踏面勾配を有する一体輪軸で生じる単調増加の不安定実数根に近づいていくため、蛇行動振動数は速度上昇と共に低下していくと考えられる。これは、前項で議論した振動根が輪軸の左右変位とヨー角の連成の影響により不安定化していくとの結論と整合する。

4. 軸箱支持剛性

本章では、逆踏面勾配-独立回転輪軸の蛇行動を安定化するための支持剛性について検討を行う。特に、1 輪軸に対して、逆踏面勾配-独立回転輪軸の蛇行動が絶対安定となる支持剛性の条件を理論的に導出する。

逆踏面勾配-独立回転輪軸の 3 変数 $y, \psi, \Delta\theta$ の運動方程式から $\psi, \Delta\theta$ を消去すると、式(9)に示す y に関する 5 階の線形常微分方程式が得られる。

$$a_5y^{(5)} + a_4y^{(4)} + a_3y^{(3)} + a_2\ddot{y} + a_1\dot{y} + a_0y = 0 \quad (9)$$

一般解を $y = e^{\lambda t}$ と置き、速度が無限大、つまり $V \rightarrow \infty$ において解が安定となる条件を求める。 $V \rightarrow \infty$ とした時の特性方程式は

$$\lambda^5 + \left[\frac{2(P\gamma_1 + k_y)}{m} + \frac{2(P\gamma_0 b + k_\psi)}{I_{zz}} \right] \lambda^3 + \left[-\frac{4\kappa_{11}\kappa_{22}b\gamma_0}{I_{zz}mr_0} + \frac{4(P\gamma_0 b + k_\psi)(P\gamma_1 + k_y)}{I_{zz}m} \right] \lambda = 0 \quad (10)$$

となり、 λ^2 に関する 2 次方程式に帰着できる。解の公式より特性根は、式(11)のように求まる。

$$\lambda = \pm \sqrt{-\left(\frac{P\gamma_1 + k_y}{m} + \frac{P\gamma_0 b + k_\psi}{I_{zz}} \right) \pm \sqrt{\left(\frac{P\gamma_1 + k_y}{m} - \frac{P\gamma_0 b + k_\psi}{I_{zz}} \right)^2 + \frac{4\kappa_{11}\kappa_{22}b\gamma_0}{I_{zz}mr_0}}} \quad (11)$$

式(11)が安定となる条件式を考えると、式(12)に示す絶対安定となる支持剛性条件式が得られる。

$$\frac{\kappa_{11}\kappa_{22}b\gamma_0}{r_0} \leq (P\gamma_1 + k_y)(P\gamma_0 b + k_\psi) \quad (12)$$

この式を前後および左右支持剛性に関してグラフに表すと図 7 に示すようになり、前後、左右支持剛性を共に大きくすることにより、絶対安定となる領域が存在することがわかる。これは前後、左右を異なるように支持すると臨界速度が上昇する一体輪軸とは明らかに異なる特性である⁽⁶⁾。また、固有値解析による計算結果と整合した結果が得られて

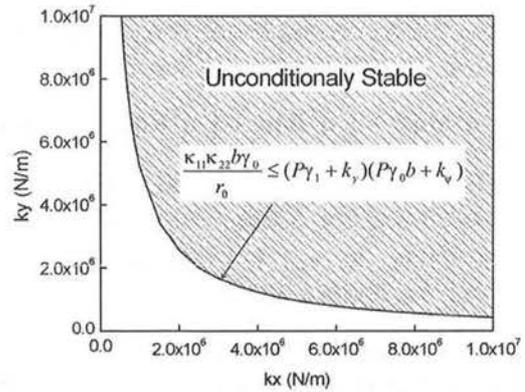


Fig. 7 Critical velocity diagram

おり、理論安定条件式が正しく導出できていることを確認した。なお、本モデルの諸元 ($k_x = 2.0 \times 10^5$ (N/m), $k_y = 1.0 \times 10^5$ (N/m)) では、有限の臨界速度が存在していることがわかる。

5. 結言

本研究では、逆踏面勾配を有する独立回転輪軸の走行安定性について理論的な検討を行った。逆踏面勾配-独立回転輪軸に対する線形運動方程式を縦クリープ力の影響を考慮して導出し、固有値解析の結果、逆踏面勾配-独立回転輪軸にも不安定蛇行動が存在し、その振動数は速度上昇と共に低下し、高速域では変位が単調増加する根に移行することを示した。これは速度上昇による減衰対角項の減少による見かけ上の減衰の低下と速度の上昇による縦クリープ力の増大によって、輪軸の左右変位とヨー角が連成して生じる一体輪軸と同様な蛇行動が発生し、系を不安定化させていることがわかった。また、蛇行動が絶対安定となる理論支持剛性条件式を導出し、前後、左右の軸箱支持剛性を共に大きくすることにより蛇行動を安定化可能であることを示した。

参考文献

- (1) Suda, Y., Improvement of High Speed Stability and Curving Performance by Parameter Control of Trucks for Rail Vehicles Considering Independently Rotating Wheelsets and Unsymmetric Structure, JSME International Journal Series III, Vol. 33, pp. 176-182, (1990).
- (2) 道辻洋平, 須田義大:「鉄道車両二輪-ユニット操舵台車のダイナミクスと制御」, 計測と制御, 45巻9号, pp.785-790, (2006).
- (3) 須田義大, 王文軍, 道辻洋平, 仁科稯, :「操舵機能を持つ新方式独立回転車輪台車の可能性」, J-RAIL2008, pp.473-476, (2008).
- (4) Sugiyama, H., Matsumura, R., Suda, Y. and Ezaki, H., Dynamics of Independently Rotating Wheel System in the Analysis of Multibody Railroad Vehicles, ASME Journal of Computational and Nonlinear Dynamics, in press.
- (5) 岩壺卓三, 一海英文, 川井良次:「多軸受ロータ系の安定性の解析とその応用 (第1報, 2軸受で支持されたロータ系の理論解析)」, 日本機械学会論文集 (C編), 47巻414号, pp.146-155, (1981).
- (6) 須田義大, 宮本昌幸:「車両の運動力学入門-13, 輪軸の線形運動方程式(2)」, 鉄道車両と技術, 2巻8号, pp.34-35, (1996).