

Cycle-jump 型構成モデルによる道床バラスト材の 3次元有限要素繰返し変形解析

○ [土] 山田啓太 (新潟大), [土] 紅露一寛 (新潟大), [土] 阿部和久 (新潟大)

Cyclic deformation analysis of railway ballast using 3-D finite element method with cycle-jump type constitutive model

Keita YAMADA (Niigata Univ), Kazuhiro KORO (Niigata Univ), Kazuhisa ABE (Niigata Univ)

The 3-D finite element analysis method using the cycle-jump type elastoplastic model is developed for the ballast settlement simulation. The cycle-jump type model is based on the overstress formulation. The reversible response is represented by a pressure-dependent, hypoelastic model. The criterion of generation of progressive plastic deformation, the shakedown stress, is assumed to depend on the accumulative plastic strain. The validation of the present analysis method is carried out through the FE simulation under the stress conditions of the cyclic triaxial tests.

キーワード：有道床軌道，道床沈下，cycle-jump 型構成モデル，有限要素法

Key words: ballasted track, ballast settlement, cycle-jump model, FEM

1. はじめに

砕石粒子の集合体であるバラスト道床は，列車通過回数の増加につれてバラスト上面に残留変位（道床沈下）が生じ累積する。道床沈下量の把握は軌道保守上重要であり，軌道設計・管理の実務においては，簡易な経験式を用いた沈下量予測手法が使われている。

しかしながら，経験式は道床上面の残留変位のみを求めるものであり，道床内部の運動状態を把握することはできない。そのため，バラスト道床の残留変位がバラスト材の配置及び接触状態により生じることに着目し，不連続変形法 (DDA) や個別要素法 (DEM) などの離散化解析手法を用い，道床内部の運動状態の把握・考察が行われてきた。一方，著者らはバラスト道床を弾塑性連続体としてモデル化し，道床の残留変形を有限要素法 (FEM) により評価することを試みてきた^{1),2)}。連続体モデルは既存の解析ツールの有効活用面で実用化が期待されるが，応力履歴をもれなく追跡して解析する必要があり，計算負荷の面で課題が残っている。

本研究では，道床沈下量予測の計算負荷の軽減を目的として，Suiker ら³⁾が提案した載荷・除荷各サイクルでの残留変形のみを評価する cycle-jump 型構成モデルの適用可能性について検討してきた⁴⁾。これまでは，大型繰返し三軸試験を対象とした応力評価点での応力・ひずみ解析を行ない，残留ひずみの評価精度および計算負荷の軽減可能性について検討してきた。しかし，実際の有道床軌道の残留変位進展解析を視野に入れた有限要素法への実装は 2次元問題に限定されており³⁾，3次元問題に対しては未対応となっている。そこで本研究では，3次元有限要素法に対し Suiker の cycle-jump 型構成モデルを実装し，解析結果の妥当性を確認する。

2. Cycle-jump 型構成モデル

本研究では，文献³⁾における cycle-jump 型構成モデルを用いて，繰返し各回における残留変形のみを評価する。応力・ひずみ関係は次の亜弾性構成式で与える。なお，応力は 1 載荷除荷における最大振幅をとるものとする。

$$\frac{d\sigma_{ij}}{dN} = D_{ijkl} \frac{d\epsilon_{kl}^e}{dN} \quad (1)$$

$$D_{ijkl} = \frac{3K_t \{ (1-2\nu)(\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk}) + 2\nu\delta_{ij}\delta_{kl} \}}{2(1+\nu)} \quad (2)$$

$$K_t = K_{ref}(p/p_{ref})^{1-n^e} \quad p = \frac{1}{3}\sigma_{kk} < 0$$

ここで， p は静水圧応力，上添字 e は弾性成分， D_{ijkl} は弾性定数， ν はポアソン比， p_{ref} ， K_{ref} ， n^e は材料定数である。全ひずみ速度は，弾性成分と塑性成分の加算分解 $d\epsilon_{ij}/dN = d\epsilon_{ij}^e/dN + d\epsilon_{ij}^p/dN$ で与え，塑性ひずみ速度は，摩擦滑り，圧縮，引張に関する塑性乗数をそれぞれ κ^p ， $\epsilon_{vol,c}^p$ ， $\epsilon_{vol,t}^p$ とし，流動方向規定テンソルを N_{ij} として，次の流動則で与える。

$$\begin{aligned} \frac{d\epsilon_{ij}^p}{dN} &= \frac{d\kappa^p}{dN} m_{ij}^f + \frac{d\epsilon_{vol,c}^p}{dN} m_{ij}^c + \frac{d\epsilon_{vol,t}^p}{dN} m_{ij}^t, \\ m_{ij}^f &= \frac{\partial g_f}{\partial \sigma_{ij}}, \quad g_f = q + d^f \cdot p, \\ m_{ij}^c &= \frac{\partial g_c}{\partial \sigma_{ij}}, \quad g_c = -p + h_{sh}^c \cdot p_0, \\ m_{ij}^t &= \frac{\partial g_t}{\partial \sigma_{ij}}, \quad g_t = p - p^t, \end{aligned} \quad (3)$$

ここで， $q = \sqrt{\frac{3}{2}s_{\alpha\beta}s_{\alpha\beta}}$ ， $s_{\alpha\beta} = \sigma_{\alpha\beta} - p\delta_{\alpha\beta}$ であり， p^t は引張限界応力，材料関数 d^f ， h_{sh}^f ， h_{sh}^c は次式で与える。

$$d^f = d_0 + (d_m - d_0)[1 - e^{-\zeta^f(\kappa^p - \kappa_0^p)}], \quad (4)$$

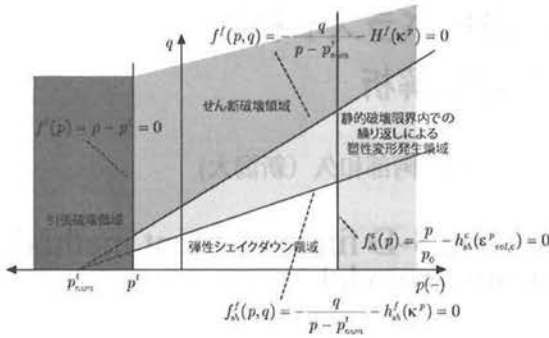


Fig. 1 p - q 平面における塑性変形発現の基準面および単調載荷時の破壊面。

$$\begin{aligned} h_{sh}^f &= h_0 + (h_m - h_0) \{1 - e^{-\eta^f (\kappa^p - \kappa_0^p)}\}, \\ h_{sh}^c &= 1 + \eta^c (\varepsilon_{vol,c} - \varepsilon_{vol,c,0}), \end{aligned} \quad (5)$$

ただし, $d_0, d_m, \eta^c, \zeta^f$ は材料定数である。

また, 塑性乗数の進展速度は次式で与える。

$$\begin{aligned} \frac{d\kappa^p}{dN} &= \alpha^f \left\langle \frac{q}{-p + p_{num}^t} - h_{sh}^f(\kappa^p) \right\rangle^{\gamma^f} \\ \frac{d\varepsilon_{vol,c}^p}{dN} &= \alpha^c \left\langle \frac{p}{p_0} - h_{sh}^c(\varepsilon_{vol,c}^p) \right\rangle^{\gamma^c} \end{aligned} \quad (6)$$

ここで, $\alpha^f, \alpha^c, \gamma^f, \gamma^c, p_0, p_{num}^t$ は材料定数, $\langle \cdot \rangle$ は Macauley bracket である。なお, 引張破壊の降伏条件は $f^t = p - p^t = 0$ で与え, $\Delta\varepsilon_{vol,t}^p$ は $f^t = 0$ を用いて求める。なお, p - q 平面における各曲面の位置関係は Fig.1 に示す通りである。

3. 仮想仕事式の有限要素離散化と応力積分

本研究では, 変位法に基づく 3 次元有限要素法を用い, 残留ひずみの進展解析手法を構成する。今, 荷重回数 $N + \Delta N$ 回目の荷重振幅に対して仮想仕事式を考え, これを離散化して解くことで対応する変位振幅を求める。用いている構成則のサイクル変数 N についての積分を陰的に処理すると, 次式を得る。

$$\begin{aligned} &\int_{\Omega} C_{ijkl}(N + \Delta N) d\varepsilon_{kl}(N + \Delta N) \delta\varepsilon_{ij} d\Omega \\ &= \int_{\Omega} b_i(N + \Delta N) \delta u_i d\Omega + \int_{\Gamma_t} t_i(N + \Delta N) \delta u_i d\Gamma \\ &\quad - \int_{\Omega} \sigma_{ij}(N + \Delta N) \delta\varepsilon_{ij} d\Omega \end{aligned} \quad (7)$$

ここで, b_i は t_i はそれぞれ体積力, 表面力の振幅であり, δu_i は仮想変位とし, 仮想ひずみは $\delta\varepsilon_{kl} = (\delta u_{i,j} + \delta u_{j,i})/2$ で与えられる。また, Ω は領域, Γ_t は表面力規定境界, 部分境界 Γ_u では, $u_i = \bar{u}_i, N + \Delta N$ と定義する。なお, 式 (7) 中の $C_{ijkl} = d\sigma_{ij}/d\varepsilon_{kl}$ は consistent 接線係数で与える。

4. 有限要素解の妥当性の検討

本有限要素解析法により得られた解析結果の妥当性を検討する目的で, 繰返し三軸試験⁵⁾を想定した解析条件を設定し, 有限要素解析を行なった。拘束圧を引張を正として $\sigma_{11} = \sigma_{22} = -19.6 \text{ kPa}$, 最大主応力比 $(\sigma_{33}/\sigma_{11})_{\max} = 5$

Table 1 解析における材料定数

ν	0.09	γ^c	3.0
K_{ref}	110 MPa	p_0	-50 kPa
n^e	0.35	h_0	0.70
p_{ref}	-100 kPa	h_m	1.85
p^t	5 kPa	η^f	120
p_{num}^t	10 kPa	η^c	2000
α^f	5.0×10^{-3}	$d_0 (= d_m)$	-0.50
γ^f	4.0	ζ^f	80
α^c	1.0×10^{-3}		

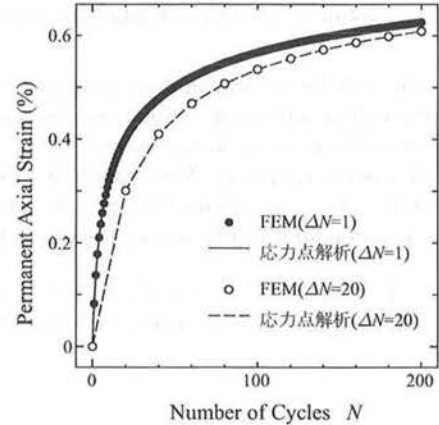


Fig. 2 各繰返し回数 N での残留軸ひずみ。

より軸方向応力 $\sigma_{33} = -98 \text{ kPa}$ の応力条件下で解析を行った。比較のために各物質点での応力制御条件下での応力点解析もあわせて行なった。繰返し荷重回数は 200 回 (サイクル幅は $\Delta N = 1$ または 20) とし, 材料パラメータは Table 1 の値を用いた。

各繰返し回数 N での残留軸ひずみを Fig.2 に示す。有限要素解析により得られた解析結果は, 応力点解析結果とほぼ一致しており, 本研究で取り組んだ有限要素解析への実装が達成できた。今後は, 実物大試験の繰返し荷重試験の有限要素解析に取り組む予定である。

謝辞

本研究を実施するにあたり, 平成 21-23 年度文部科学省科学研究費補助金 (若手研究 (B), 課題番号 21760398) の助成を得た。よって, ここに記して謝意を表す。

参考文献

- 1) 紅露一寛, 嘉数東陽, 阿部和久: 鉄道用バラスト材の繰返し変形解析のための時間域均質法定式化, 応用力学論文集, Vol.11, pp.149-158, 2008.
- 2) 福津佑太, 紅露一寛, 阿部和久: 回転硬化を考慮した下負荷面モデルによる有道床軌道の繰返し変形解析の試み, 土木学会第 63 回年次学術講演会講演概要集, 4-068, 2008.
- 3) Suiker, A.S.J., de Borst, R.: A numerical model for the cyclic deterioration of railway tracks, *Int. J. Numer. Meth. Engng.*, Vol.57, pp.441-470, 2003.
- 4) 紅露一寛, 山田啓太, 阿部和久: バラスト材の繰返し変形解析における cycle-jump 型弾塑性構成モデルの適用, 第 16 回鉄道技術連合シンポジウム講演論文集, pp.213-216, 2009.
- 5) 石川達也, 須長誠, 董軍, 名村明: 大型繰返し三軸試験による道床バラストの変形特性の検討, 土木学会論文集, No.575/ -40, pp.169-178, 1997.9.