

バラスト道床沈下解析のための hypoplastic モデルと 時間域均質化法とを用いた有限要素解析法

○[土] 紅露一寛 (新潟大), [土] 村松久志 (新潟大学 (研究当時)), [土] 阿部和久 (新潟大)

Finite element method using time-domain homogenization scheme and hypoplastic model and its application to ballast settlement analysis

Kazuhiro KORO (Niigata Univ.), Hisashi MURAMATSU (Niigata Univ.), Kazuhisa ABE (Niigata Univ.)

The accumulation of the permanent deformation of the railway ballasted track under cyclic loading is simulated using the 3-D finite element method with the hypoplastic constitutive model and the time-domain homogenization method. The original equilibrium problems are decomposed into coupled the micro-chronological- and macro-chronological equations using asymptotic analysis. The proposed algorithm enables us to change the step width of the macro-chronological analysis, and to reduce the number of the micro-chronological analysis. The accuracy of the simulated permanent axial strain and void ratio depends on the beginning cycle N_0 and the cycle step width ΔN of the present method. This tendency is remarkable when the large permanent deformation is accumulated in a loading cycle.

キーワード: バラスト道床, 繰り返し荷重, 時間域均質化法, hypoplastic モデル, 有限要素法

Key words: railway ballast, cyclic loading, time-domain homogenization, hypoplastic model, FEM

1. はじめに

碎石粒子の集合体であるバラスト道床は, 列車通過により容易に残留変位が発生・累積する道床沈下が軌道保守上の重要項目である。そのため, 道床沈下メカニズムの解明, および道床沈下量の定量予測は, 鉄道工学上の重要な課題の一つである。

今日, 道床沈下量予測は, 実車走行試験等の観測結果に基づき構成された経験式を用いるのが一般的である¹⁾。実験的アプローチによるバラスト道床沈下メカニズムの解明を目的とした先行研究^{2),3)}でも, 試験結果の経験式へのフィードバックを念頭に置いた考察が展開されている。しかし, 経験式からは沈下量しか得ることができないため, 実際のバラスト道床における 3 次元的な残留変位の発現挙動の検討には, 数値シミュレーションが有効である。

バラスト道床およびバラスト材の繰返し載荷時における運動の数値解析は, バラスト道床を構成する単粒度碎石の粒径が道床厚などの代表寸法と比べて必ずしも小さくないことを考慮して, 不連続変形法 (DDA)⁴⁾や個別要素法 (DEM)⁵⁾により行われてきた。DDA や DEM は粒子集合体としての力学特性を容易に表現できるものの, 動的接触解析が中心となるこれらの手法は, 残留変位の累積・進展のような長時間にわたる現象の解析には不向きである。

そこで著者らは, 単粒度碎石の集合体であるバラスト道床を弾塑性連続体としてモデル化し, 有限要素法に基づく道床沈下量予測手法の開発に取り組んできた⁶⁾。ただし, 通常の弾塑性モデルでは応力履歴をもれなく追跡する必要があり, 多数回の繰返し荷重作用時の残留変形量の評価のためには, 計算のさらなる効率化を図る必要がある。特に, hypoplastic モデル⁷⁾では古典的弾塑性論で用いられる降伏曲面を必要としないこともあり, 著者らは残留変形量の効率的な評価を目的として, 時間域均質化法

⁸⁾による構成式の時間に関する 2-スケール分離の定式化, および具体的な応力点解析アルゴリズムを示した⁹⁾。

本研究では, バラスト材の繰返し変形挙動を hypoplastic モデルで表現することを前提に, 準静的釣り合い問題における有限要素・時間域均質化解析法を用い, 繰返し変形解析の計算量を削減しつつ残留ひずみ・間隙比を評価する。その際の解析精度と計算量の削減効果について検討し, 解析手法としての問題点について論じる。

2. 時間域均質化法の定式化

本研究では, 文献⁷⁾の hypoplastic モデルを対象に時間域均質化法⁸⁾の定式化を適用し, ミクロ時間スケールとマクロ時間スケールの 2 つの時間スケールの下で準静的釣り合い問題を弱連成の下で解く。本節では, 文献^{9),10)}で示した定式化の要点を説明する。

2.1 構成式への時間域均質化法の適用

まず, hypoplastic モデルで用いる構成関係式への時間域均質化法の定式化の概要を説明する。詳細については, 文献⁹⁾を参照されたい。

まず, ミクロ時間変数 τ とマクロ時間変数 t を定義し, ζ をスケール変換パラメータとして $\tau = t/\zeta$ ($\zeta \ll 1$) なるスケール間関係を仮定する。さらに, 物質点 $\mathbf{X}$ における応力 σ_{ij} , ひずみ ε_{ij} , 間隙比 e に時間に関する多重スケール性を仮定し, スケール変換パラメータ ζ で漸近展開し, hypoplastic モデルで用いる応力速度・ひずみ速度関係式, および間隙比の発展則に適用する。その結果, $O(\zeta^{-1})$ の構成式として次式を得る。

$$\begin{aligned}\sigma_{ij,\tau}^{(0)} &= f_s^{(0)} \left[L_{ij}^{(0)} + f_d^{(0)} N_{ij}^{(0)} \sqrt{\varepsilon_{\gamma\delta}^{(0)} \varepsilon_{\gamma\delta}^{(0)}} \right], \\ e_{,\tau}^{(0)} &= [1 + e^{(0)}] \varepsilon_{kk,\tau}^{(0)},\end{aligned}\quad (1)$$

なお、上添え字 (0) は漸近展開の 0 次項の成分であることを表しており、 $\hat{\sigma}_{ij}^{(0)} = \sigma_{ij}^{(0)} / \sigma_{kk}^{(0)}$ 、 $p^{(0)} = -\sigma_{kk}^{(0)} / 3$ である。 $L_{ij}^{(0)}$ 、 $N_{ij}^{(0)}$ 、 $f_s^{(0)}$ 、 $f_d^{(0)}$ は次式で定義される。

$$\begin{aligned} L_{ij}^{(0)} &:= a_1^{(0)2} \varepsilon_{ij,\tau}^{(0)} + \hat{\sigma}_{ij}^{(0)} \hat{\sigma}_{kl}^{(0)} \varepsilon_{kl,\tau}^{(0)}, \\ N_{ij}^{(0)} &:= a_1^{(0)} \left[\hat{\sigma}_{ij}^{(0)} + \hat{\sigma}_{ij}^{(0)*} \right], \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} f_s^{(0)} &:= \frac{h_s}{nh_i} \left(\frac{e_i^{(0)}}{e^{(0)}} \right)^\beta \frac{1 + e^{(0)}}{e^{(0)}} \left(\frac{3p^{(0)}}{h_s} \right)^{1-n}, \\ f_d^{(0)} &:= \left(\frac{e^{(0)} - e_d^{(0)}}{e_c^{(0)} - e_d^{(0)}} \right)^\alpha, \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} a_1^{(0)} &:= \left\{ c_1 + c_2 \|\hat{\sigma}^{(0)*}\| [1 + \cos(3\theta^{(0)})] \right\}^{-1}, \\ \cos(3\theta^{(0)}) &:= -\sqrt{6} \text{tr}(\hat{\sigma}^{(0)*3}) (\text{tr}(\hat{\sigma}^{(0)*2}))^{-3/2}, \\ e_i &:= e_{i0} := e_{i0} \exp \left[- \left(3p^{(0)} / h_s \right)^n \right], \\ e_d^{(0)} / e_{d0} &= e_c^{(0)} / e_{c0} = e_i^{(0)} / e_{i0}, \end{aligned} \quad (4)$$

ここで、 $\sigma_{ij}^{(0)}$ 、 $\varepsilon_{ij}^{(0)}$ 、 $e^{(0)}$ が次のように分解できるものとする。

$$\begin{aligned} \sigma_{ij}^{(0)}(\mathbf{X}, t, \tau) &= \bar{\sigma}_{ij}(\mathbf{X}, t) + \tilde{\sigma}_{ij}(\mathbf{X}, t, \tau), \\ \varepsilon_{ij}^{(0)}(\mathbf{X}, t, \tau) &= \bar{\varepsilon}_{ij}(\mathbf{X}, t) + \tilde{\varepsilon}_{ij}(\mathbf{X}, t, \tau), \\ e^{(0)}(\mathbf{X}, t, \tau) &= \bar{e}(\mathbf{X}, t) + \tilde{e}(\mathbf{X}, t, \tau), \end{aligned} \quad (5)$$

式(1)より、ミクロ時間スケールにおける構成式として次式を得る。

$$\begin{aligned} \tilde{\sigma}_{ij,\tau} &= f_s^{(0)} \left[a_1^{(0)2} \tilde{\varepsilon}_{ij,\tau} + \hat{\sigma}_{ij}^{(0)} \hat{T}_{kl}^{(0)} \tilde{\varepsilon}_{kl,\tau} \right. \\ &\quad \left. + f_d^{(0)} a_1^{(0)} (\hat{\sigma}_{ij}^{(0)} + \hat{\sigma}_{ij}^{(0)*}) \sqrt{\tilde{\varepsilon}_{\gamma\delta,\tau} \tilde{\varepsilon}_{\gamma\delta,\tau}} \right], \\ \tilde{e}_{,\tau} &= [1 + \bar{e} + \tilde{e}] \tilde{\varepsilon}_{kk,\tau}, \end{aligned} \quad (6)$$

一方、 $O(\zeta^0)$ の構成式は、諸量の漸近展開において高次項を無視すると、次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \sigma_{ij,t}^{(0)} &= f_s^{(0)} \left[a_1^{(0)2} \varepsilon_{ij,t} + \hat{\sigma}_{ij}^{(0)} \hat{\sigma}_{kl}^{(0)} \varepsilon_{kl,t}^{(0)} \right] \\ &\quad + f_s^{(0)} f_d^{(0)} N_{ij}^{(0)} \frac{\varepsilon_{kl,t}^{(0)} \varepsilon_{kl,\tau}^{(0)}}{\sqrt{\varepsilon_{\gamma\delta,\tau}^{(0)} \varepsilon_{\gamma\delta,\tau}^{(0)}}}, \\ e_{,t}^{(0)} &= [1 + e^{(0)}] \varepsilon_{kk,t}^{(0)}, \end{aligned} \quad (7)$$

ここで、式(5)を式(7)に代入し、 τ_0 をミクロ時間スケールの代表長さとして τ について次式の時間平均をとる。

$$\langle \phi \rangle := \frac{1}{\tau_0} \int_0^{\tau_0} \phi(\mathbf{X}, t, \tau) d\tau \quad (8)$$

その結果、次式を得る。

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_{ij,t} + \langle \tilde{\sigma}_{ij} \rangle_{,t} &= \langle C_{ijkl} \rangle \bar{\varepsilon}_{kl,t} + \langle C_{ijkl} \tilde{\varepsilon}_{ij,t} \rangle, \\ C_{ijkl} &:= \frac{1}{2} f_s^{(0)} a_1^{(0)2} (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}) \\ &\quad + f_s^{(0)} \hat{\sigma}_{ij}^{(0)} \hat{\sigma}_{kl}^{(0)} + f_s^{(0)} f_d^{(0)} N_{ij}^{(0)} \frac{\tilde{\varepsilon}_{kl,\tau}}{\sqrt{\tilde{\varepsilon}_{\gamma\delta,\tau} \tilde{\varepsilon}_{\gamma\delta,\tau}}}, \\ \bar{e}_{,t} + \langle \tilde{e} \rangle_{,t} &= [1 + \bar{e} + \langle \tilde{e} \rangle] \bar{\varepsilon}_{kk,t} \\ &\quad + (1 + \bar{e}) \langle \tilde{\varepsilon}_{kk,t} \rangle + \langle \tilde{e} \tilde{\varepsilon}_{kk,t} \rangle. \end{aligned} \quad (9)$$

式(9)において、 $\langle (\tau - \tau_1) \tilde{\varepsilon}_{ij,t} \rangle = 0$ 、 $\langle (\tau - \tau_2) \tilde{\varepsilon}_{kk,t} \rangle = 0$ のように τ_1 、 τ_2 を選び、 $\tilde{\varepsilon}_{ij,t}$ 、 $\tilde{e}_{,t}$ を含む各項を平均値の定理を用いて近似すると、マクロ時間スケールにおける構成式として次式を得る。

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_{ij,t} + \langle \tilde{\sigma}_{ij} \rangle_{,t} &= \langle C_{ijkl} \rangle \bar{\varepsilon}_{kl,t} + C_{ijkl}(\tau_1) \langle \tilde{\varepsilon}_{kl} \rangle_{,t}, \\ \bar{e}_{,t} + \langle \tilde{e} \rangle_{,t} &= [1 + \bar{e} + \langle \tilde{e} \rangle] \bar{\varepsilon}_{kk,\tau} \\ &\quad + [1 + \bar{e} + \tilde{e}(\tau_2)] \langle \tilde{\varepsilon}_{kk} \rangle_{,t}. \end{aligned} \quad (10)$$

2.2 準静的つり合い問題における時間域均質化法の定式化
次に、準静的つり合い問題において時間域均質化法を導入し、ミクロ・マクロ双方の時間スケールの下での釣り合い問題に対応する仮想仕事式を導出する。なお、定式化の詳細は文献¹⁰⁾を参照されたい。

時間に関する多重スケール性を有する応力場において、つり合い式と境界条件は次式で与えられる。

$$\frac{\partial \sigma_{ji}}{\partial X_j}(\mathbf{X}, t, \tau) + b_i(\mathbf{X}, t, \tau) = 0, \quad (\text{on } \Omega), \quad (11)$$

$$\begin{aligned} u_i(\mathbf{X}, t, \tau) &= U_i(\mathbf{X}, t, \tau), \quad (\text{on } \Gamma_u), \\ p_i(\mathbf{X}, t, \tau) &= P_i(\mathbf{X}, t, \tau), \quad (\text{on } \Gamma_q), \end{aligned} \quad (12)$$

ここで、 u_i は変位、 b_i は物体力、 p_i は表面力、 n_j は境界上での単位外向き法線ベクトルであり、 $p_i(\mathbf{X}, t, \tau) = \sigma_{ji}(\mathbf{X}, t, \tau) n_j$ である。また、 u_i 、 p_i の既知量を U_i 、 P_i で定義しておく。なお、 Ω は領域、 Γ_u は変位規定部分境界、 Γ_q は表面力規定部分境界である。

式(11)、(12)において、 σ_{ij} 、 b_i 、 u_i を $\zeta (= t/\tau)$ について漸近展開し、 ζ の高次項を無視して式を整理した上で、2つの時間スケールにおける仮想仕事式をそれぞれ導出する。その結果、ミクロ時間応答の計算に用いる仮想仕事式は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} \tilde{\sigma}_{ij} \delta \tilde{\varepsilon}_{ij} d\Omega &= \int_{\Gamma_p} (P_i - \bar{P}_i) \delta \tilde{u}_i d\Gamma \\ &\quad + \int_{\Omega} (\bar{b}_i + \tilde{b}_i + \frac{\partial \tilde{\sigma}_{ji}}{\partial X_j}) \delta \tilde{u}_i d\Omega, \end{aligned} \quad (13)$$

なお、 $\delta \tilde{u}_i$ はミクロ時間スケール問題での仮想変位とし、 $\tilde{u}_i = U_i - \bar{U}_i$ (on Γ_u)、 $\delta \tilde{\varepsilon}_{ij} = (\delta \tilde{u}_{i,j} + \delta \tilde{u}_{j,i})/2$ である。また、 $\tilde{p}_i = \tilde{\sigma}_{ji} n_j = P_i - \bar{P}_i$ であり、

$$\begin{aligned} \sigma_{ij} &= \bar{\sigma}_{ij}(\mathbf{X}, t) + \tilde{\sigma}_{ij}(\mathbf{X}, t, \tau) + O(\zeta), \\ u_i &= \bar{u}_i(\mathbf{X}, t) + \tilde{u}_i(\mathbf{X}, t, \tau) + O(\zeta), \\ b_i &= \bar{b}_i(\mathbf{X}, t) + \tilde{b}_i(\mathbf{X}, t, \tau) + O(\zeta). \end{aligned} \quad (14)$$

と定義している。

一方、マクロ時間応答に関する仮想仕事式として次式を得る。

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} \bar{\sigma}_{ij} \delta \bar{\varepsilon}_{ij} d\Omega &= \int_{\Gamma_p} \bar{P}_i \delta \bar{u}_i d\Gamma \\ &\quad + \int_{\Omega} (\bar{b}_i + \langle \tilde{b}_i \rangle + \frac{\partial \langle \tilde{\sigma}_{ji} \rangle}{\partial X_j}) \delta \bar{u}_i d\Omega, \end{aligned} \quad (15)$$

ただし、 $\delta \bar{u}_i$ をマクロ時間スケール問題での仮想変位であり、 $\bar{u}_i = \bar{U}_i$ (on Γ_u)、 $\delta \bar{\varepsilon}_{ij} = (\delta \bar{u}_{i,j} + \delta \bar{u}_{j,i})/2$ である。また、 $\bar{p}_i = \bar{\sigma}_{ji} n_j = \bar{P}_i$ である。

式 (13), (15) は互いに独立な方程式ではなく、相互の連成関係が存在する。そのため本手法では、文献⁸⁾を参考に、2つの時間スケール応答を与える式 (13), (15) を弱連成条件下で解く。以下にそのアルゴリズムを示す。

解析アルゴリズム

- (1) 载荷・除荷 N_0 サイクルまでは、hypoplastic モデルを用いた通常の FEM 解析を実行する。ただし、接線係数および各サイクル内のひずみ・間隙比の変動成分に関する時間平均計算は解析に平行して行う。
- (2) 载荷・除荷 $N_0 + k\Delta N$ ($k = 1, 2, 3, \dots$) サイクルのマクロ時間応答の評価から、時間域均質化法を適用する。まず、 $N_0 + 1 + (k-1)\Delta N$ サイクルのミクロ時間応答 $\tilde{\epsilon}$, $\tilde{e}$ を式 (13) より計算する。このとき、マクロ時間応答は既知として扱う。また、 τ_1 , τ_2 , およびミクロ時間応答および接線係数の時間平均もあわせて計算しておく。
- (3) 上記 (2) の結果を用いて式 (15) を解くことで、载荷・除荷 $N_0 + k\Delta N$ サイクルでのマクロ時間応答 $\bar{\epsilon}$, $\bar{e}$ を求める。当該サイクル終了時の残留ひずみ・間隙比は、マクロ時間応答から評価可能である。なお、計算の際にはミクロ時間平均のマクロ時間変化率 $\langle \dot{\phi} \rangle_t$ を計算する必要があるが、次式の差分近似で評価する。

$$\begin{aligned} \langle \dot{\phi} \rangle_t &\approx \frac{\langle \phi \rangle_{N_0+1} - \langle \phi \rangle_{N_0}}{1}, \quad (N_0 + \Delta N \text{ th cycle}) \\ \langle \dot{\phi} \rangle_t &\approx \frac{\langle \phi \rangle_{N_0+1+k\Delta N} - \langle \phi \rangle_{N_0+1+(k-1)\Delta N}}{\Delta N}, \quad (16) \\ &\quad (N_0 + k\Delta N \text{ th cycle}, k = 2, 3, 4, \dots) \end{aligned}$$

式 (16) は、载荷・除荷 $N_0 + 1 + (k-1)\Delta N$ サイクルから $N_0 + 1 + k\Delta N$ において、マクロ時間平均の値はサイクル数に対して線形に変化することを仮定している。

- (4) 上記 (2), (3) の計算を、繰り返し実行する。その結果、残留ひずみ・間隙比は、载荷・除荷 $N_0 + k\Delta N$ サイクルでの値を評価することとなる。

3. 解析結果

本手法の定式化の妥当性を確認する目的で、石川らによる大型繰り返し三軸試験³⁾を対象とした応力解析を行なった。拘束圧を -19.6 (kPa) で一定として、等方応力状態と軸差応力 -78.4 (kPa) の状態との間で負荷・除荷を一定周期の下で繰り返している。

一方、FEM モデルは一辺が 1 の立方体を定ひずみ要素で分割して構成した。 $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$ の各面は対称面となるように境界条件を設定した。また、式 (13) のミクロ問題を解く際には、 $z = 1$ の面に軸差応力 ($0 \sim -78.4$ kPa) に相当する直応力を繰り返し作用させ、残りの側面では表面力 0 に設定している。式 (13) のマクロ問題を解く際には、全ての表面力規定境界上で -19.6 kPa を各面に直応力として作用させる。なお、材料定数について

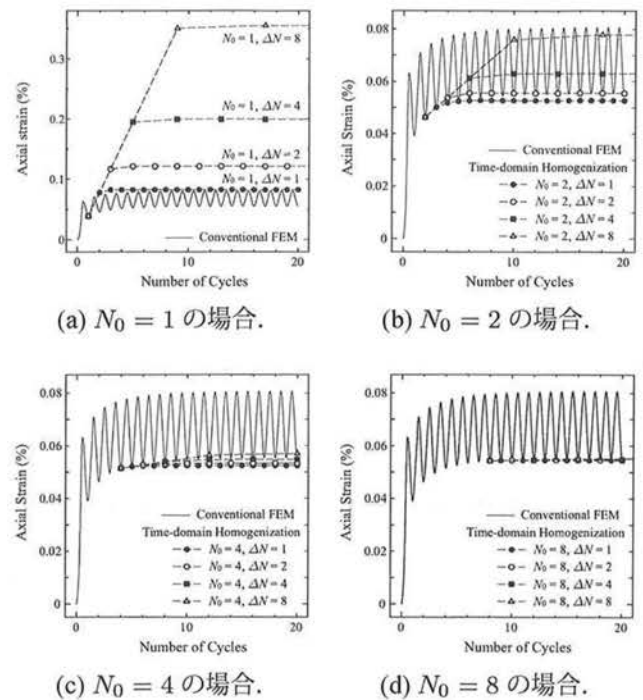


Fig. 1 残留軸ひずみ評価値 $\bar{\epsilon}_{33}$ に及ぼすスケール分離開始サイクル N_0 および計算サイクル幅 ΔN の影響。

は $c_1 = 1.65$, $c_2 = 1.874$, $h_s = 5.65$ (MPa), $n = 1.725$, $\alpha = 0.15$, $\beta = 1.25$, $e_{c0} = 0.600580$, $e_{d0} = 0.600400$, $e_{i0} = 0.600588$ に設定し、 $e_0 = 0.6$ とした。

ここで、時間スケール分離移行サイクルを $N_0 = 1, 2, 4, 8$ のいずれかに固定し、それぞれ解析サイクル幅を $\Delta N = 1, 2, 4, 8$ に変化させた場合における、残留軸ひずみ $\bar{\epsilon}_{33}$ の評価結果を Fig.1 に示す。当該の問題では、繰り返し開始初期に比較的大きな残留軸ひずみが生じ、各サイクルでの残留ひずみの増加量は繰り返し载荷・除荷サイクルの進行とともに急速に減少している。そのため、時間スケール分離開始サイクルが小さい場合、すなわち従来法で解析するサイクル数が少ない場合には、1 サイクル当りの残留軸ひずみ増分の変化が大きく、このことは式 (16) で近似評価した $\langle \bar{\epsilon} \rangle_t$, $\langle \bar{e} \rangle_t$ の値に反映されることとなる。その結果、 ΔN の設定値により残留軸ひずみの予測値が大きく変化する。一方、スケール分離開始サイクル N_0 を次第に大きくしていくと、各サイクルでの残留ひずみの増分が概ね一定で小さいため、解析サイクル幅の影響は徐々に小さくなることがわかる。

次に、時間スケール分離移行サイクルを $N_0 = 1, 2, 4, 8$ のいずれかに固定し、それぞれ解析サイクル幅を $\Delta N = 1, 2, 4, 8$ に変化させた場合における、各サイクル終了時の間隙比 $\bar{e}$ の評価結果を Fig.2 に示す。残留軸ひずみ同様、今回の解析条件では 1 サイクル当りの間隙比の変化量が初期サイクルほど大きいこともあり、時間域均質化法適用開始サイクル N_0 が小さいほど、解析サイクル幅 ΔN の設定が解析結果に及ぼす影響が大きく、 ΔN が大きいほど解析精度が低下することがわかる。

以上の結果より、本手法は残留ひずみの変化量がサイクル間で概ね一定の場合には、残留ひずみやサイクル終

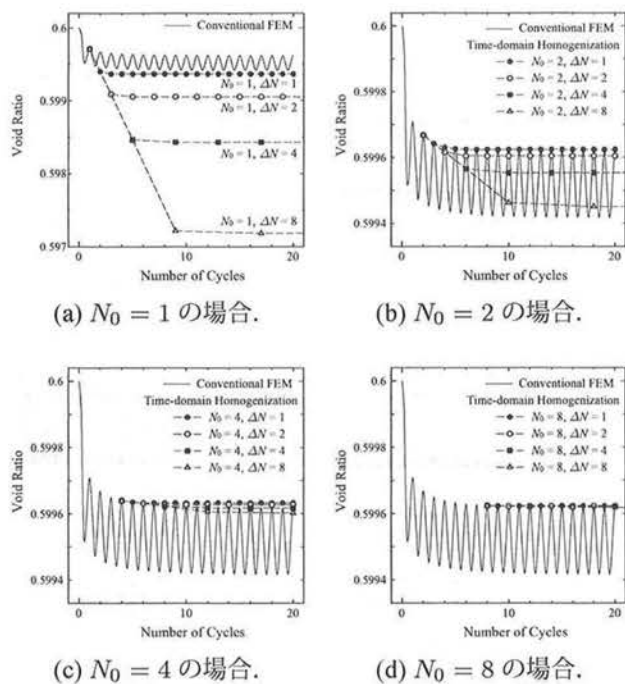


Fig. 2 各サイクル終了時の間隙比評価値 $\bar{e}$ に及ぼすスケール分離開始サイクル N_0 および計算サイクル幅 ΔN の影響.

了時の間隙比が比較的精度よく高効率で評価できる。しかし、その変化量がサイクル間で大きく変化する場合には、従来の FEM 解析に移行するか、もしくは本手法の下で解析サイクル幅 ΔN を小さく設定して解析を進めなければならない。本手法によれば、従来法による解析との接続が容易であり、解析時に特段の障害は生じないと考ええる。また、1 サイクル当りの残留変形の進展が大きい場合に（時間域均質化法を適用しない）従来の FEM を適用することは文献¹¹⁾でも行なわれており、精度低下防止には簡易で有効な選択肢であると考えられる。

4. おわりに

本研究では、バラスト材の繰り返し変形挙動を hypoplastic モデルで表現することを前提に、準静的釣り合い問題における有限要素・時間域均質化解析法の定式化を示した。また、繰り返し変形解析の計算量を削減することを目的とした、具体的な解析アルゴリズムを示し、解析精度と計算量の削減効果について検討した。

その結果、残留ひずみの変化量がサイクル間で概ね一定の場合には、本手法を用いて残留ひずみを比較的良好な精度と計算効率で評価できることがわかった。しかし、残留変形の進展の度合いによって解析精度が大きく左右されるため、この点は本手法の大きな問題点の一つである。なお、同様の解析精度の低さは、粘塑性問題を例に Joseph ら¹¹⁾により指摘されており、文献¹¹⁾では物理応答のサイクル内変動を wavelet 級数で近似評価する方法を採用し、履歴依存型問題における時間域均質化法特有の精度上の弱点を回避する方法を提案している。今後は、この定式化の導入も含め、精度維持の工夫について検討し

ていきたい。

また、解析においては式 (9), (10) で示した $C_{ijkl}(\tau_1)$ の全成分を全ての応力評価点で保存する必要がある、このメモリ負担も実用化を考える上では問題点となりうる。これらの問題点の解決、およびより領域内で応力やひずみが増加する、より一般的な釣り合い問題における本手法の適用についても今後取り組む予定である。

参考文献

- 1) Dahlberg, T.: Some railroad settlement models – a critical review. *Proc. Instn. Mech. Engrs.*, Vol.215, Part F, pp.289-300, 2001.
- 2) 石川達也, 名村 明: 実物大試験による道床バラスト部繰返し変形特性の検討. 土木学会論文集, No.512/IV-27, pp.47-59, 1995.
- 3) 石川達也, 須長 誠, 董 軍, 名村 明: 大型繰返し三軸試験による道床バラストの変形特性の検討. 土木学会論文集, No.575/III-40, pp.169-178, 1997.
- 4) 石川達也, 大西有三, 堀池高広: 不連続変形法 (DDA) による道床バラスト部繰返し塑性変形機構の検討. 土木学会論文集, No.645/III-50, pp.15-28, 2000.
- 5) Saussine, G., Cholet, C., Gautier, P.E., Dubois, F., Bohatier, C., Moreau, J.J.: Modelling ballast behaviour under dynamic loading. Part 1: A 2D polygonal discrete element method approach. *Comput. Meth. Appl. Mech. Engrg.*, Vol.195, pp.2841-2859, 2006.
- 6) Koro, K., Fukutsu, Y., Abe, K.: 3-D FE simulation of cyclic loading tests of railway ballasted track using subloading surface elastoplastic model. *Proc. of STECH'09*, CD-ROM, 2009.
- 7) Bauer, E.: Calibration of a comprehensive hypoplastic model for granular materials. *Soils & Foundations*, Vol.36, No.1, pp.13-26, 1996.
- 8) Oshay, C., Fish, J.: Fatigue life prediction using 2-scale temporal asymptotic homogenization. *Int. J. Numer. Meth. Engrg.*, Vol.61, pp.329-359, 2004.
- 9) 紅露一寛, 嘉数東陽, 阿部和久: 鉄道用バラスト材の繰返し変形解析のための時間域均質化法定式化. 土木学会応用力学論文集, Vol.11, pp.149-158, 2008.
- 10) 紅露一寛, 村松久志, 阿部和久: 鉄道用バラスト材の繰返し変形解析のための時間域均質化法を援用した有限要素解析法. 計算工学講演会論文集, Vol.15, pp.1001-1004, 2010.
- 11) Joseph, D.S., Chakraborty, P., Ghosh, S.: Wavelet transformation based multi-time scaling method for crystal plasticity FE simulation under cyclic loading. *Comput. Meth. Appl. Mech. Engrg.*, Vol.199, pp.2177-2194, 2010.