

# 1702 鉄道車両の走行安定性に及ぼすクリープ係数の影響

正 [機] ○機械 山本 大輔 (鉄道総研)

## Influence of the Creep Coefficient on the Running Stability of Railway Vehicles

Daisuke YAMAMOTO, Railway Technical Research Institute 2-8-38, Hikari-cho, Kokubunji City, Tokyo

In this paper, the calculation method of the equivalent creep coefficient in case there exist many contact points between a wheel tread and a rail was proposed. By using this proposed technique, the equivalent creep coefficient was estimated for the actual wheel profiles of the commuter train. The simulation was also carried out in order to find out how the difference of a evaluated creep coefficient until influence the running stability of railway vehicle. As a result, it was shown that it is important to calculate a creep coefficient strictly for evaluation of running stability of railway vehicle.

**Key Words :** Railway, Running stability, Simulation, Contact problem, Creep coefficient

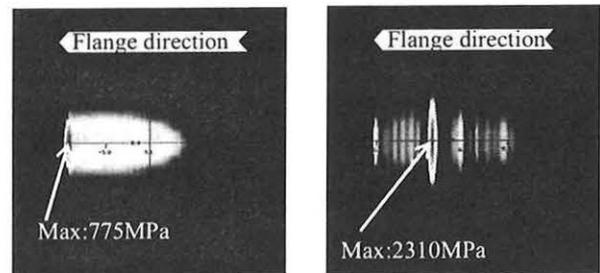
### 1. はじめに

車両の走行安全性や振動乗り心地に影響を及ぼす因子の1つとして、車輪踏面形状(以下、車輪踏面)とレール頭頂面形状(以下、レール形状)の摩耗に起因する車輪・レール間の接触特性の変化がある。これを考慮して、鉄道車両はこれを構成する部品類が劣化しても、営業条件において一定の品質を確保することができるように設計されているが、一方で、車輪踏面とレール形状の摩耗傾向は明確でないため、条件によっては異常振動を誘発して乗り心地を悪化させることがある。この対策として、測定した車輪踏面を用いた接触幾何解析<sup>1)</sup>により等価踏面勾配の大小を評価し、車輪削正周期を変更するなどの対策を行ってきた。これらは問題発生都度行われてきたため、車輪踏面の摩耗傾向に関する系統だった調査報告は少ない。このような背景から、鉄道総研や一部の鉄道事業者では、営業に供する車両を対象として車輪踏面の測定を行い、走行距離と車輪踏面の摩耗傾向や等価踏面勾配の関係を解析的にまとめることで、一般的な車輪踏面の摩耗傾向を把握して走行性能に優れた車両設計に反映させる動きがある<sup>2), 3)</sup>。これらの解析では、車輪踏面とレール形状は弾性変形しない剛体と仮定し、接触幾何解析から、車輪・レール間の接触点位置を探索し、その位置に対応する車輪回転半径と接触角から等価踏面勾配を算出して走行安定性を定性的に評価してきた。

しかし、過去に実施した著者の研究<sup>4)</sup>では、実際の車輪踏面とレール形状には、車輪転削時ではバイト痕、走行距離が多い車輪踏面には摩耗や塑性流動により生じた滑らかな凹凸があることがわかっている。さらに、車輪踏面が設計形状の場合と転削後に測定した形状(以下、転削後形状)の場合で車輪・レール間の特性を解析的に比較したところ、接触幾何解析で求めた車輪回転半径差は同等であるにも関わらず、車輪・レール間の接触領域形状は全く異なっていた。この知見は凹凸を持つ実測した踏面形状におけるクリープ係数が、設計形状のそれとは異なる可能性を示唆している。なぜなら、クリープ係数は、車輪・レール間の接触領域(接触楕円)の長径、短径、および鋼の縦弾性係数、ポアソン比が与えられれば求めることができることが一般的に知られている<sup>5)</sup>が、これは一定曲率同士の面接触を前提とする Hertz 理論によるため、車輪踏面が転削後形状である場合(図 1(b))や摩耗した場合、設計形状でも一定曲率の

面接触をしていない場合(図 1(a))には、前提に合致しないと考えられるためである。

そこで本稿では、在来線修正円弧踏面と 60kg レールを対象とし、測定に基づく車輪踏面と設計形状のレール形状の組合せで、実形状の弾性変形を考慮して接触領域を解析で求めるとともに、これから等価なクリープ係数を推定する手法を考案した。さらに、過去の研究において実測した車輪踏面とレール形状について種々あったクリープ係数の推定方法について、クリープ係数推定手法の違いが走行安定性に与える影響を数値解析で確認したので報告する。



(a) Design profile (b) After re-profiling

Fig.1 Difference of contact patch

### 2. クリープ係数の推定

#### 2.1 接触領域の解析手法

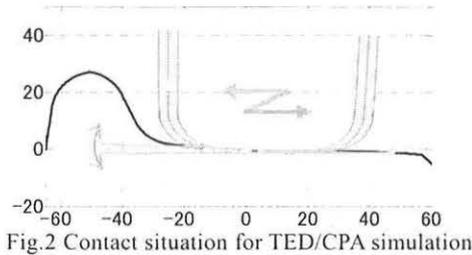
実測した車輪踏面と設計形状のレールの組み合わせで、静止状態の車両の車輪に荷重が付加されている時の接触領域を厳密に求める。接触領域の計算は、半無限体近似を適用した汎用ソフト TED/CPA<sup>6)</sup>を使用し、車輪とレール間は弾性変形のみを考慮した。本解析ソフトでは、同一輪軸左右の車輪・レール間の接触領域の計算を同時に実行することができないため、予め以下の座標変換を行い計算した。

まず、車輪とレールの接触点を1点とした接触幾何解析を実行し、ここで得られる輪軸のロール角度をレール下部に敷設されたタイプレートの角度(1/40)に加えて補正角度 $\alpha$ とする。そして、図2に示す座標系において補正角度 $\alpha$ で傾いたレール形状と地面に対して水平な車輪踏面の位置関係で、片側ずつ接触領域の計算をする。輪軸が左右変

位する際には、車輪踏面は動かさずにレール形状を左右に変位させ、式(1)から求まる補正角度  $\alpha$  で傾けた状態で接触計算を実行する。TED/CPA の解析条件は、車輪径 860mm、ヤング率 206GPa、ポアソン比 0.3 とし、左右方向  $\pm 25$ mm 範囲を 0.12mm 刻み、前後方向  $\pm 15$ mm 範囲を 1mm 刻みで計算した。

$$\alpha = \arctan \left( \frac{r_r - r_l}{2b_w + b_r + b_l} \right) \quad (1)$$

- $\alpha$  : 補正角 [rad]
- $\arctan$  : タイプレート角度 [rad] ( $= \pm 1/40$ )
- $r_r, r_l$  : 左右の車輪回転半径 [m]
- $b_w$  : 軌間の半値 [m] ( $= 0.5335$ )
- $b_r, b_l$  : レール頭頂面の内側端から接触点までの距離 [m]



車輪・レール間の接触領域の解析結果の一例を図3に示す。下図はそれぞれの接触領域と等価な楕円を白色点線で示した模式図である。上図はそれぞれの接触領域における接触圧の大きさを表しており、山が高いほど接触圧が高いことを示す。最大接触圧位置が楕円の中央にある接触領域では、車輪踏面とレール形状は一定の曲率の円弧と考えられるため、等価な楕円は Hertz の接触理論から同等と考えてよい。模式図では左から 1, 2, 5 番目が該当する。一方で、左から 3 番目の接触領域は最大接触圧位置が楕円の中心から右側に寄っており、左から 4 番目の接触領域は楕円形状となっていない。これらを他の接触領域と同様に楕円と見なすことには検討の余地があるが、本稿では接触領域の中心に荷重が付加された面積等価の楕円形状として、Kalker の線形転がり接触理論に基づきクリーブ係数を求めることとする。

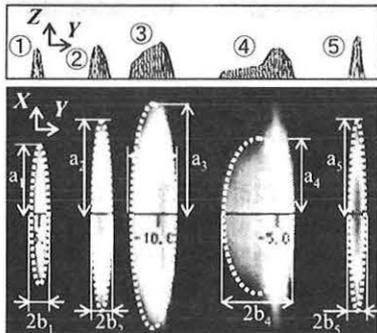


Fig.3 Contact patch between a wheel and a rail

等価な楕円の算出方法は、まくら木方向(Y 軸)の径の半値  $b_n$  と積分して求めた接触領域の総面積  $S_n$  を、式(2)に適用して等価な接触楕円のレール長手方向(X 軸)の径  $a_n$  を求める。

$$a_n = \frac{S_n}{\pi b_n} \quad (2)$$

- $S_n$  :  $n$  番目の接触楕円の面積
- $a_n$  :  $n$  番目の接触領域におけるレール方向の等価な楕円の径の半値
- $b_n$  :  $n$  番目の接触領域におけるまくら木方向の楕円の径の半値

さらに、 $a_n$  と  $b_n$  の比を用いて、対応表から Kalker の係数を求め、線形クリーブ係数を算出する。

## 2.2 多点接触条件での等価クリーブ係数の解析手法

車両運動解析において、車輪・レール間の接線力を計算する際、同一踏面内で多点接触する形態であっても、それと等価な力が 1 点に加わると考えた方が計算上便利となることが多い。そこで、本稿では、同一踏面内に働く力と等価な力が 1 点の接触点に加わると考えて定式化することとする。

接触角度が小さい同一踏面内の  $i$  箇所 ( $i=1, 2, \dots, n$ ) でレールと接触している 1 車輪モデルを考える。ここでは簡単のために、 $n=3$  とした 3 点で接触する場合の解析モデルを図5に示す。さらに、 $l_2$  点をクリーブ力が最大となる位置(以下、最大クリーブ力位置)とする。この際、車輪径測定位置を原点とし、原点回りのモーメントの釣合を考える。この図で、前後方向に働く力を縦クリーブ力、左右方向に働く力を横クリーブ力と定義し、ここでは、スピנקリーブ力は無視する。車輪とレール間の前後方向のすべり率は、

$$v = \frac{\gamma}{r_0} y + \frac{\dot{\psi}}{v} b = \frac{r_0 + \Delta r}{r_0} + \frac{\dot{\psi}}{v} b \quad (3)$$

と表すことができる。ヨーイングが小さい範囲では、

$$\dot{\psi}/v \approx 0 \quad (4)$$

と考えることができ、右辺は第 1 項のみの式となる。

それぞれの接触点における前後方向の力は、同一踏面内の  $i$  個の接触領域それぞれに対して 2.1 で述べた等価な接触楕円の長径・短径比から Kalker の転がり接触理論に基づく縦クリーブ係数  $\kappa_{11-i}$  ( $i=1, 2, \dots, n$ ) を導出し、これを用いると、

$$F_{LONG-i} = \kappa_{11-i} (r_0 + \Delta r / r_0) = \kappa_{11-i} (r_i / r_0) \quad (5)$$

となる。ここで、 $r_0$  は車輪踏面基準位置における車輪径を示す。さらに、 $i$  個の接触領域における接線力に対して、原点回りのモーメントを考えると、等価なモーメント  $M$  は、

$$M = \sum_i (F_{LONG-i} l_i) \quad (6)$$

となる。これが最大クリーブ力位置  $l_2$  点の一点で働く等価な縦クリーブ力  $F_{LONG-eq}$  によるモーメントと等しいと考えると、

$$F_{LONG-eq} = M / l_2 \quad (7)$$

となる。最大クリーブ力位置  $l_2$  点における前後方向の等価なクリーブ係数  $\kappa_{11-eq}$  は、

$$\kappa_{11-eq} = \left| F_{LONG-eq} (r_0 / r_2) \right| \quad (8)$$

と表される。次に、横クリーブ係数を求める。車輪・レール間の左右方向のすべり率は、

$$v = (\dot{\psi} - \dot{y}) / v \quad (9)$$

と表すことができる。ここで、同様に車輪が静止していると思わせる程度の微小な動きであると仮定すると、

$$\dot{y}/v \approx 0 \quad (10)$$

となり、 $i$  個の接触領域それぞれに対して、2・3に基づく横クリーブ係数  $\kappa_{22-i}$  を用いると、

$$F_{LAT-i} = \kappa_{22-i} \psi \quad (11)$$

となる。従って、 $i$  個の接触領域における左右方向のクリーブ力の合成力  $F_{LAT-eq}$  は、

$$F_{LAT-eq} = \sum_i (\kappa_{22-i}) \psi \quad (12)$$

となる。式(12)が最大クリーブ力位置  $l_2$  点に作用する等価な横クリーブ力  $\kappa_{22-eq} \psi$  に等しいと考えると、等価なクリーブ係数  $\kappa_{22-eq}$  は、

$$\kappa_{22-eq} = F_{LAT-eq} / \psi = \sum_i \kappa_{22-i} \quad (13)$$

となり、 $l_2$  点における等価な横クリーブ係数を求めることができる。

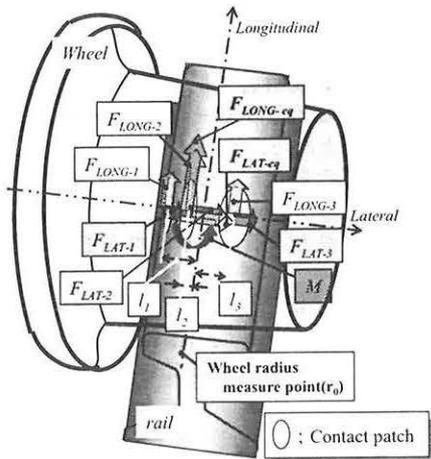


Fig.4 Creep forces works on the devided contact points in the wheel tread (Contact point is three.)

- $\gamma$  : 踏面勾配
- $r_0$  : 車輪径
- $\psi, \dot{\psi}$  : 車輪ヨーイング角度, ヨーイング角速度
- $v$  : 速度
- $b$  : 接触点間距離の半分
- $r_i$  : 位置  $i$  における車輪回転半径
- $l_i$  : 踏面基準位置から位置  $i$  までの距離
- $F_{LONG-i}$  : 位置  $i$  における前後方向力
- $F_{LAT-i}$  : 位置  $i$  における左右方向力
- $\kappa_{11-i}$  : 位置  $i$  における前後方向クリーブ係数
- $\kappa_{22-i}$  : 位置  $i$  における左右方向クリーブ係数

### 2.3 クリーブ係数の評価

過去の研究において、クリーブ係数の算出方法は、摩擦した車輪でも、車輪踏面とレール形状が設計形状で輪軸が中立位置にある場合に算出した値とする場合、車輪・レール間の接触領域と同等の大きさの楕円として算出した値とする場合等、種々の方法が見られた。このため、クリーブ係数算出方法の違いが走行安定性に与える影響を確認する。

車輪・レール間の接触領域の解析では、レール形状を設計形状とし、車輪形状は車輪転削後と26万km走行後に測定した形状を用い、垂直荷重を一般的な通勤型車両の静止輪重を想定して30.1kNとした。本稿で提案した手法に基づくクリーブ係数をType A(図9(a)), 接触領域の外形寸法から求めたクリーブ係数をType B(図9(b)), 修正円弧踏面設計形状と60kgレール設計形状の組み合わせで輪軸中立位

置付近における接触楕円形状から算出したクリーブ係数をType Cとする。走行安定性解析では、同じ等価踏面勾配を有する円錐踏面に対して3種類のクリーブ係数を用いて蛇行動限界速度の比較をした。

ここでは、転削後条件も実測した8枚全ての車輪形状を使用し、各輪軸を $\pm 3\text{mm}$ 区間を左右に1mm刻みで変位させ、それぞれの輪軸位置での左右の接触領域から別々にクリーブ係数を算出する。走行安定性シミュレーションでは、1輪軸あたり左右計14個で4輪軸分の平均値(表1)を用いた。

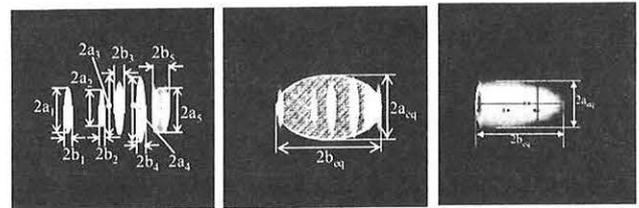


Fig.5 Types of contact patch for simulation

Table.1 Contact characteristics for simulation

	Types of contact patch	Equivalent conicity[ $\gamma_e$ ]	Longitudinal creep coefficient[N]	Lateral creep coefficient[N]
After re-profiling	A	0.147(1/6.8)	4.96E+06	4.81E+06
	B		8.40E+06	7.21E+06
	C		6.50E+06	5.15E+06
After 260000km running	A	0.05(1/20)	6.98E+06	5.06E+06
	B		9.05E+06	7.56E+06
	C		6.50E+06	5.15E+06

## 3. 走行安定性解析

### 3.1 解析モデル

一般的な在来線通勤形車両を想定し、ヨーダンバを装備しない2軸ボギー車両を対象にモデル化を行った<sup>7)</sup>。モデルは、集中質点をばね要素と減衰要素で結合しており、左右動ダンバはばね要素と減衰要素を直列としたMaxwellモデルで表現した。自由度は、車両が17自由度と左右動ダンバの2個の中間自由度、軌道モデルは左右方向のみに自由度を考慮した8自由度の計27自由度の車両運動解析モデルである。車輪・レール間の解析モデルは、各車輪の局所的な凹凸の影響を除去するため全車輪ともに一定の等価踏面勾配を有する円錐踏面モデルとした。

### 3.2 入力波の条件

軌道不整を有する直線軌道上を1両の鉄道車両が走行する場合を考える。入力波は、鉄道車両の軸距と台車中心間距離、および走行速度から求まる時間遅れを考慮した片振幅1mmの連続正弦波とし、振動数を0.1Hz刻みで増加させて周波数応答解析を行った。一方で、2軸剛台車モデルを用いて式(14)から蛇行動波長を求めることができる<sup>5)</sup>。

$$S_2 = S_1 \sqrt{1 + (l/d_0)^2} \quad (14)$$

$S_1$  : 輪軸の幾何学的蛇行動波長

$$(S_1 = 2\pi \sqrt{d_0 r_0 / \gamma_e})$$

$S_2$  : 剛台車の幾何学的蛇行動波長

$d_0$  : 車輪・レール間の接触点間距離の半値 (=0.56[m])

$r_0$  : 車輪径(=0.43[m])

$\gamma_e$  : 踏面勾配

$l$  : 軸距の半値(=1.05[m])

実際の台車は、輪軸と台車枠がばね要素で結合されていること、車輪・レール間の接線力が異なることにより、式(14)から導いた蛇行動波長は、1車両モデルでの周波数応答解析結果とは若干異なる。このため本稿では、式(14)と速度の関係から求まる振動数に近く、周波数応答解析で台車枠先端の左右振動加速度(左右、ヨーイング、ローリングの合成加速度)応答が大きい値を台車蛇行動振動数と定義し、これを走行安定性解析で用いた。

走行安定性解析では、時間遅れを考慮した軌道不整を片振幅 3mm の台車蛇行動振動数を有する正弦波 3 波とし、走行速度を 5km/h 刻みで向上させながら輪軸の過渡応答の収束性を確認した。

### 3.3 走行安定性の解析結果

クリープ係数の評価別別に表 1 に示す条件で走行安定性解析を行い、蛇行動限界速度を求めた結果を図 6 に示す。棒グラフ横の数値は蛇行動限界速度を示す。

最初に、車輪踏面が転削後形状の場合を考える。クリープ係数が修正円弧踏面設計形状と 60kg レール設計形状の組み合わせで求めた理論的な値である場合を示す Type C(灰色棒グラフ)では、蛇行動限界速度が転削後形状では 165km/h であった。これを基準として考え、車輪・レール間の接触領域を考慮した提案モデル(Type A: 黒色棒グラフ)では蛇行動限界速度が 140km/h であり、25km/h 低下することがわかる。一方、クリープ係数を接触領域の外形から求めた場合(Type B: 斜線棒グラフ)では、蛇行動限界速度は 240km/h で、Type C と比較すると 75km/h 高い。

次に、26 万 km 走行後の摩耗形状の場合を考える。同様に、Type C(灰色棒グラフ)では、蛇行動限界速度は 215km/h であった。これと転削後形状の Type C を比較すると、前者の蛇行動限界速度が 50km/h 高い。これは、車輪踏面の等価踏面勾配が小さいためである。本稿で提案したモデル(Type A)では蛇行動限界速度が 210km/h であり、Type C とほぼ同等であった。また、Type B では Type C と比較して蛇行動限界速度が 90km/h 高い。クリープ係数推定法ごとに求めた蛇行動限界速度の差異は、横クリープ係数の大小によるものが支配的である。

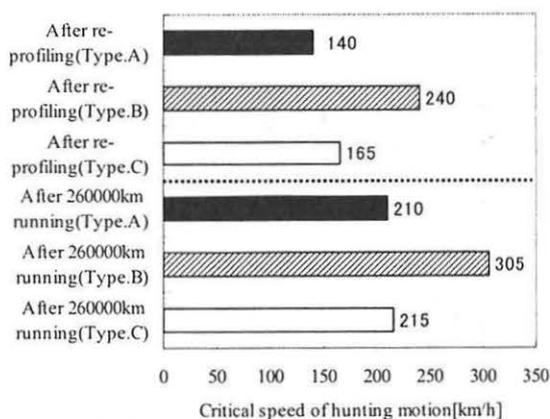


Fig.6 Critical speed of hunting under different conditions

以上より、クリープ係数の推定手法の違いが走行安定性解析に影響を与えることを示した。また、実測した踏面形状を対象にクリープ係数を推定する場合、一定曲率を有する設計形状から理論的に求められる楕円形状に近いかな否かにもよるが、接触領域の外形寸法からクリープ係数を推定する手法(Type B)は、蛇行動限界速度を大幅に過大評価す

る可能性がある一方で、車輪・レール間の接触領域を厳密に求める本提案手法(Type A)では、車輪踏面形状によらず蛇行動限界速度はそれぞれの Type C と比較して若干小さくなるため、等価踏面勾配による評価より厳しい評価が得られると考えられる。

### 4. おわりに

実測踏面を使用した接触領域解析を実施するとともに、同一踏面内で多点接触する条件における等価なクリープ係数の推定手法を提案した。また、クリープ係数の評価方法の違いによる蛇行動限界速度の比較を行った結果、以下のことがわかった。

- (1) 今回測定した車両に関しては、転削直後形状より 26 万 km 走行後に測定した摩耗形状の方が、蛇行動限界速度が向上する。
- (2) クリープ係数を厳密に評価すると、走行安定性に関して、車輪踏面・レール形状を設計形状として求めた理論的なクリープ係数を用いた評価より厳しい評価となる。
- (3) 接触領域の形状にもよるが、クリープ係数を接触領域の外形から求める手法(Type B)は、走行安定性を大幅に過大評価する可能性がある。

今後は、本提案手法の妥当性を検証するため、車輪踏面の微小凹凸が車輪・レール間の接線力特性に及ぼす影響を実験的に検証することを計画している。

### 参考文献

- 1) 谷藤；新幹線電車の摩耗車輪とレールの接触(幾何学的接触による車輪有効こう配の分析), 日本機械学会論文集(C), 54-497, (1985)
- 2) 大塚他；在来線用新円弧踏面形状の開発(第 3 報), J-Rail2000, pp27-30
- 3) 角井他；修正円弧踏面とレールの相互摩耗による車輪半径差特性調査, J-Rail' 04, pp359-362
- 4) D.YAMAMOTO et al. ; The Relation between the Abrasion of the Wheel Profiles and the Running Vibration Characteristic of Shinkansen Super Express Train in Japan, STECH06, (2006), 241-246
- 5) 講習会教材・車輪/レールの接触と鉄道車両のダイナミクス, 日本機械学会, No.00-68, (2001)
- 6) 梶井；線形三角形要素による三次元弾性接触問題の数値解法, 日本機械学会論文集(A), 86-1232A, (1987),1631-1637
- 7) 弘津他；鉄道車両の曲線走行シミュレーション(在来形 2 軸台車を用いた 4 軸車両の場合), 日本機械学会論文集(C), 49-446, (1983), pp.1845-1853