

# 1503 バラスト材の繰り返し変形解析における cycle-jump 型弾塑性構成モデルの適用

[土] 紅露一寛 (新潟大), ○[土] 山田啓太 (新潟大), [土] 阿部和久 (新潟大)

## Cyclic deformation analysis of railway ballast using cycle-jump type elastoplastic constitutive model

Kazuhiro KORO (Niigata Univ.), Keita YAMADA (Niigata Univ.), Kazuhisa ABE (Niigata Univ.)

The cyclic deformation of railway ballast is simulated using the cycle-jump type constitutive model. The cycle-jump type model is based on the overstress formulation. The reversible response is represented by a pressure-dependent, hypoelastic model. The criterion of generation of progressive plastic deformation, the shakedown stress, is assumed to depend the accumulative plastic strain. The present model is used to simulate the cyclic triaxial tests of railway ballast. The accuracy of the simulation results depends on the convergence of the strain accumulation, while the larger value of the cycle increment  $\Delta N$  enables us to reduce the computational work.

キーワード : 有道床軌道, 道床沈下, *cycle-jump* 型構成モデル

*Key words* : ballasted track, ballast settlement, *cycle-jump* type constitutive model

### 1. はじめに

今日, わが国の鉄道においては, レールを支持するまくら木の下部には, 列車荷重の分散や走行時の騒音振動の低減等を目的として, 単粒度砕石を用いたバラスト道床を敷設することが一般的である。バラスト道床は経済性や施工性に優れ, 騒音振動低減等に対し高い費用対効果が期待できる。しかし, バラスト道床は単粒度砕石の粒子集合体であるため, 列車の走行荷重が走行することで道床内部のバラスト粒子の接触状態が変化し, 結果としてバラスト上面に残留変位が生じることとなる。特に鉛直方向の残留変位である道床沈下量は, 軌道保守上の重要監視項目である。

これまで, バラスト道床の沈下現象の解明や, 沈下量予測手法の開発に関する研究が精力的に進められてきた。特に, 石川らはバラスト道床を有する実物大軌道において繰返し載荷試験<sup>1)</sup>, および大型繰返し三軸試験<sup>2)</sup>を行い, バラスト道床およびバラスト材の繰返し変形特性を実験的に検証・考察している。また, 名村らは最小上載荷重とまくらぎ形状<sup>3)</sup>, および荷重振幅<sup>4)</sup>に着目し, 有道床軌道の繰返し鉛直載荷試験を実施し, 道床部の変形特性について検討している。Al Shaer ら<sup>5)</sup>は, 高速走行時におけるバラスト道床部の動的特性および沈下挙動を実験的に考察している。なお, バラスト材の力学挙動および試験法については, Salim らの成書<sup>6)</sup>に詳しい。

一方, 沈下量および道床沈下現象の定量的な評価, および数値予測については, 実務において長らく, 簡単な経験式を用いた道床沈下量予測手法が適用されてきた<sup>7)</sup>。経験式は適用が容易であるものの, 道床上面の残留変位を単に与えるものに過ぎない。道床上面で観測される残留変位は, 道床部内部の単粒度砕石の配置および接触状態の

変化によって生じることが明らかであり, 経験式の妥当性を追認する意味でも, 道床内部の運動状態を正確に把握し, 予測することが必要である。しかし, 道床内部のバラスト粒子の運動状態の観測は非常に困難であり, 相川ら<sup>8)</sup>がバラスト粒子の3次元計測に取り組んでいるが, まだ端緒についたところである。そのため, 離散化解析手法を用いて道床部の運動状態の把握・考察がなされてきた。

石川らは, 不連続変形法 (DDA) により, 大型繰返し三軸試験<sup>9)</sup>および有道床軌道の繰返し載荷試験<sup>10)</sup>のシミュレーションを行っている。また, 文献<sup>11)</sup>では, DDA 解析結果における粒子特性の影響について検討している。DDA 解析は, 粒子自身の変形を考慮できる粒状要素を用いて粒子集合体の運動を解析している。粒子の変形を考慮することは解析の数値安定性に寄与することは間違いないが, 道床部の変形挙動は粒子の回転や平行移動により粒子配置が変化することに起因することは明らかであり, 粒子の変形を考慮することの合理性には疑問が残る。そのため, 国内外では, バラスト粒子を剛体とみなしてその集合体の運動を表現する個別要素法 (DEM) により, バラスト道床の繰返し変形挙動の解析を行った事例も多数報告されている。Saussine<sup>12)</sup>らは, バラスト粒子を剛な多角形として表現した個別要素解析を行っている。同様の解析は著者ら<sup>13)</sup>や Karrech ら<sup>14)</sup>らによっても行われている。浦川ら<sup>15)</sup>は, 動的挙動の把握のために3次元 DEM 解析を実施している。近年では, 複雑な形状を有するバラスト粒子の形状表現の問題を軽減するために, 1個のバラスト粒子を小さな球形剛体要素の結合体としてモデル化し, その DEM 解析手法が McDowell らにより提案されている<sup>16)</sup>。また, 粒子の破砕を考慮した個別要素解析手法<sup>17)</sup>も提案されている。

DDA や DEM による解析は、バラスト道床の粒状体としての性質を評価するためには非常に有効であり、モデルの簡易さも長所である。しかし、その解析には膨大な計算時間を要し、数十万回以上の荷重・除荷の繰返しにより生じる残留変位を予測・評価するには適しているとは言いがたい。DEM のこの問題点を克服するために、荷重各サイクルでの残留変位のみを DEM 解析結果から予測する手法が提案されている<sup>18)</sup>が、その力学的根拠が不明確なままである。

上述の経緯から、著者らは、バラスト道床を弾塑性連続体としてモデル化し、有道床軌道の残留変形を有限要素法 (FEM) により評価・予測することに取り組んできた。弾塑性構成則には hypoplastic モデルと拡張下荷面モデルを考え、その適用可能性について検討した<sup>19)</sup>。特に下荷面モデルについては、実物大有道床軌道の繰返し変形解析に適用している<sup>20)</sup>。なお、弾塑性連続体モデルを採用した場合でも、履歴をもれなく追跡して解析を進める必要があることから、その計算負荷の軽減を目的として時間域均質化法を援用した沈下量予測手法の構成を試みている<sup>21)</sup>が、解析精度の面で問題点があり、現在その解決に取り組んでいる。

そこで本研究では、連続体モデルに基づく FEM 解析により道床沈下量を評価することを前提に、上述の弾塑性モデルとは異なるアプローチで高効率な沈下量予測の実現に取り組む。これまで、連続体モデルに基づく荷重・除荷各サイクルでの残留変形のみを直接評価可能である cycle-jump 型構成モデルが Suiker らにより提案されている<sup>22)</sup>。以下では、文献<sup>22)</sup>のモデルの適用可能性について、繰返し三軸試験の数値シミュレーションにより検討する。

## 2. Cycle-jump 型構成モデル

本研究では、バラスト材を対象に文献<sup>22)</sup>で示されている cycle-jump 型構成モデルを用い、繰返し各回における残留変形のみを評価する。

応力は繰返し荷重回数  $N$  の履歴依存性を有するものと仮定し、応力の変化速度は次の歪弾性構成式で与える。

$$\frac{d\sigma_{ij}}{dN} = D_{ijkl}(p) \frac{d\varepsilon_{kl}^e}{dN} \quad (1)$$

ここで、 $\varepsilon_{kl}^e$  はひずみの弾性成分、弾性定数  $D_{ijkl}$  は圧力依存性を考慮して、

$$D_{ijkl} = \frac{3K_t \{ (1-2\nu)(\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk}) + 2\nu\delta_{ij}\delta_{kl} \}}{2(1+\nu)} \quad (2)$$

$$K_t = K_{ref}(p/p_{ref})^{1-n^e}, \quad p < 0$$

で与える。なお、静水圧応力  $p$  は  $p = \frac{1}{3}\sigma_{kk}$  で与え、 $\nu$  はポアソン比、 $p_{ref} (< 0)$  は参照応力、 $K_{ref}, n^e$  は材料パラメータである。

塑性ひずみ速度  $\dot{\varepsilon}_{kl}^p$  は、 $\kappa^p$ 、 $\varepsilon_{vol,c}^p$  をそれぞれ摩擦滑り、体積変化に関する塑性乗数、 $N_{ij}$  を流動方向を規定するテ

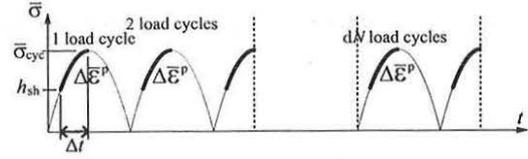


Fig. 1 Generation of progressive plastic deformation modeled with the overstress formulation.

ンソルとして次の流動則で与える。

$$\frac{d\varepsilon_{ij}^p}{dN} = \frac{d\varepsilon_{ij}}{dN} - \frac{d\varepsilon_{ij}^e}{dN} = \frac{d\kappa^p}{dN} N_{ij}^f + \frac{d\varepsilon_{vol,c}^p}{dN} N_{ij}^c \quad (3)$$

上添字  $f, c$  はそれぞれ摩擦滑り、圧縮に関する量を示す。

次に、塑性乗数について考える。バラストに生じる残留変形は、Fig. 1 に示すように、所定の応力レベル  $h_{sh}$  を超過することにより生じるものとし、釣合状態は繰返し各回の荷重または変位振幅に関して考える。よって 2 種類の塑性乗数の発展則は、 $h_{sh}$  を shakedown 応力の特性値として

$$\frac{d\kappa^p}{dN} = \alpha^f \left\langle \left( -\frac{q}{p} \right) - h_{sh}^f(\kappa^p) \right\rangle^{\gamma^f} \quad (4)$$

$$\frac{d\varepsilon_{vol,c}^p}{dN} = \alpha^c \left\langle \left( \frac{p}{p_0} \right) - h_{sh}^c(\varepsilon_{vol,c}^p) \right\rangle^{\gamma^c}$$

で与える。なお、相当応力  $q$  は、

$$q = \sqrt{\frac{3}{2} s_{ij} s_{ij}}, \quad s_{ij} = \sigma_{ij} - p\delta_{ij}, \quad (5)$$

と定義する。また、 $\langle \cdot \rangle$  は Macauley bracket、 $\alpha^f, \gamma^f, \alpha^c, \gamma^c$  は材料パラメータであり、応力超過量評価の基準値となる材料関数  $h_{sh}^f, h_{sh}^c$  は次式で与える。

$$h_{sh}^f(\kappa^p) = h_0 + (h_m - h_0)[1 - e^{-\eta^f(\kappa^p - \kappa_0^p)}] \quad (6)$$

$$h_{sh}^c(\varepsilon_{vol,c}^p) = 0.9 + \eta^c(\varepsilon_{vol,c}^p - \varepsilon_{vol,c,0}^p)$$

ここで、 $h_0, h_m, \eta^f, \eta^c$  は材料パラメータである。

また  $N_{ij}^f, N_{ij}^c$  は次式に示す塑性ポテンシャル  $g^f, g^c$  の勾配によって与える。 $g^f, g^c$  を次式で与えると、

$$g^f(q, p, \kappa^p) = q + d^f(\kappa^p)p \quad (7)$$

$$g^c(p, \varepsilon_{vol,c}^p) = -p + h_{sh}^c(\varepsilon_{vol,c}^p)p_0$$

$$d^f(\kappa^p) = d_0 + (d_m - d_0)[1 - e^{-\zeta^f(\kappa^p - \kappa_0^p)}]$$

$N_{ij}^f, N_{ij}^c$  は次式で与えられる。

$$N_{ij}^f = \frac{\partial g^f}{\partial q} \frac{\partial q}{\partial \sigma_{ij}} + \frac{\partial g^f}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial \sigma_{ij}} = \frac{3s_{ij}}{2q} + d^f \frac{1}{3} \delta_{ij} \quad (8)$$

$$N_{ij}^c = \frac{\partial g^c}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial \sigma_{ij}} = -\frac{1}{3} \delta_{ij}$$

## 3. 大型繰返し三軸試験のシミュレーション

### 3.1 要素試験の解析手法

本研究では、解析に際して、解析対象である三軸試験が応力制御下で行われており、最大応力についてもすべ

ての成分が既知であることを考慮し、各サイクルにおける残留ひずみ増分および内部状態変数のみを未知量として取り扱うこととした。以下にその定式化を示す。

今、 $N$  サイクル目の諸量が既知な状態を基準として、 $N + \Delta N$  サイクルでの諸量の値を評価する場合について考える。 $N \rightarrow N + \Delta N$  サイクル間でのひずみ増分  $\Delta \varepsilon_{ij}$  は、

$$\Delta \varepsilon_{ij} = \Delta \varepsilon_{ij,(N+\Delta N)} - \Delta \varepsilon_{ij,(N)} \quad (9)$$

と定義する。

ひずみ増分は弾性成分と  $\Delta \varepsilon_{ij}^e$  と塑性成分  $\Delta \varepsilon_{ij}^p$  により、 $\Delta \varepsilon_{ij} = \Delta \varepsilon_{ij}^e + \Delta \varepsilon_{ij}^p$  のように加算分解できるものとする。また、ひずみ増分は次式のように偏差成分と体積変化成分とに分離できる。

$$\Delta \varepsilon_{ij} = (\Delta \gamma_{ij}^e + \Delta \gamma_{ij}^p) + \frac{1}{3}(\Delta \varepsilon_{vol}^e + \Delta \varepsilon_{vol}^p) \delta_{ij} \quad (10)$$

ここで、 $\Delta \gamma_{ij}^e$ 、 $\Delta \varepsilon_{vol}^e$  は弾性ひずみ増分の偏差成分、体積成分であり、 $\Delta \gamma_{ij}^p$ 、 $\Delta \varepsilon_{vol}^p$  は塑性ひずみ増分の偏差成分、体積成分である。

その結果、式(4)は

$$\begin{aligned} \Delta \kappa^p &= \alpha^f \left\langle \frac{q}{-p + p_{num}^t} - h_{sh}^f(\kappa_{(N+\Delta N)}^p) \right\rangle^{\gamma^f} \Delta N \\ \Delta \varepsilon_{vol,c}^p &= \alpha^c \left\langle \frac{p}{p_0} - h_{sh}^c(\varepsilon_{vol,c,(N+\Delta N)}^p) \right\rangle^{\gamma^c} \Delta N \end{aligned} \quad (11)$$

と離散化できる。なお、 $p_{num}^t$  は初期剛性を与えるために導入されたパラメータである。

$N + \Delta N$  サイクルでの塑性ひずみ増分および内部状態変数は、応力が完全に規定される条件であることを考慮して、次式を解くことで求める。

$$\begin{aligned} r_i(\mathbf{a}) &= 0, \quad (i = 1, 2, \dots, 5) \\ \mathbf{a} &= \{h_{sh}^f(N+\Delta N), h_{sh}^c(N+\Delta N), \\ &\quad \Delta \kappa_{(N+\Delta N)}^p, \Delta \varepsilon_{vol,c,(N+\Delta N)}^p, d_{(N+\Delta N)}^f\}^T, \end{aligned} \quad (12)$$

式(12)は  $\mathbf{a}$  について非線形であるから、Newton-Raphson 法を適用して、

$$r_i(\mathbf{a}^{(k)}) + \frac{\partial r_i}{\partial a_j}(\mathbf{a}^{(k)}) \Delta a_j = 0 \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \therefore \Delta a_j &= - \left[ \frac{\partial r_i}{\partial a_j}(\mathbf{a}^{(k)}) \right]^{-1} r_i(\mathbf{a}^{(k)}) \\ a_j^{(k+1)} &= a_j^{(k)} + \Delta a_j \end{aligned} \quad (14)$$

のように、繰り返し計算することで収束解  $\mathbf{a}$  を得る。

### 3.2 解析条件

本研究では、石川らの大型繰返し三軸試験<sup>2)</sup>を対象とした解析を行う。この試験で用いる試料の粒度は、わが国で使用されているバラスト材の粒度分布を考慮しており(均等係数  $U_c = 1.7$ )、試験は直径 30cm、高さ 60cm の円筒供試体を対象に、圧密排気条件の CD 条件のもとで実施している。拘束圧は  $\sigma_3 = 19.6 \text{ kPa}$ 、最大主応力比

Table 1 Material parameters.

$K_{ref}$	110 MPa	$p_0$	-50 kPa
$n^e$	0.35	$h_0$	0.89
$p_{ref}$	-100 kPa	$h_m$	2.04
$p_{num}^t$	10 kPa	$\eta^f$	900
$\alpha^f$	$5.0 \times 10^{-3}$	$d_0 (= d_m)$	-0.50
$\gamma^f$	4.0	$\eta^c$	2000
$\alpha^c$	$1.0 \times 10^{-3}$	$\zeta^f$	80
$\gamma^c$	3.0		

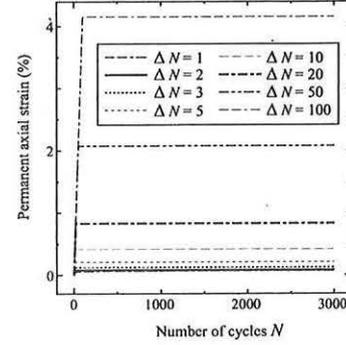


Fig. 2 Influence of the cycle increment  $\Delta N$  on the permanent axial strain.

$(\frac{\sigma_1}{\sigma_3})_{max} = 5$  に定め、繰返し負荷回数は 3000 回としている。

一方、解析においては、ポアソン比を  $\nu = 0.1$  とし、材料パラメータは石川らの試験結果<sup>2)</sup>の残留軸ひずみ図に適合するように Table 1 に示す値に設定した。

### 3.3 解析結果

まず、残留軸ひずみ  $\varepsilon_{11}^p$  の発現に対し、ステップ幅  $\Delta N$  が結果に及ぼす影響を検討する。Fig. 2 に示す通り、 $\Delta N$  を 2 以上に定めると、解析第 1 ステップで全ての残留ひずみが生じ、それ以降のステップでは残留ひずみの累積が全く発現していない。これは、cycle-jump 型構成モデルの定式化から自明なことで、繰返し載荷初期段階における塑性ひずみの進展との整合がとれていないことが原因である。第 1 ステップで過大な塑性ひずみが生じ、それにより材料モデルのひずみ硬化も実現より早く進展したので、第 2 ステップ以降で塑性ひずみが累積しなかったと考えられる。以上の結果から、塑性変形の進展傾向に応じてステップ幅  $\Delta N$  の大きさを可変に設定して解析を行うことで問題の解消を図った。

最初は  $\Delta N = 1$  で解析を行い、第 10, 50, 100 サイクルでそれぞれステップ幅を切り替えた解析結果を Fig. 3 に示す。解析結果から、切り替えるステップが大きくなるに伴い、切り替え後の各ステップ幅の結果の差異も微小になっていくことが確認できる。切り替えるステップ幅が第 100 サイクルよりも大きければ、各ステップ幅の離散化誤差に差はない。よって、繰返し初期に発現する残留ひずみが適切に評価できれば、比較的大きいステップ幅を用いてもその後にはわずかな累積するひずみの評価が可能であり、解析時間の顕著な短縮効果が期待できる。

次に、残留体積ひずみの発現傾向について検討する。離

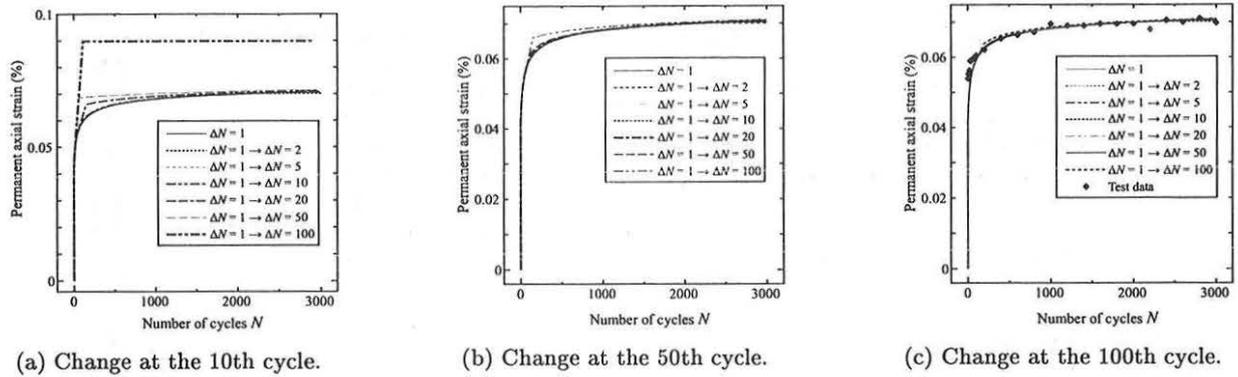


Fig. 3 Influence of changing the increment  $\Delta N$  on the axial strain.

Table 2 Increment of the permanent volumetric strain  $\Delta \epsilon_v^p$  (%) at the 1st- and the 3000th cycles.

Cycle	Simulation	Tests
1	$1.78 \times 10^{-2}$	$7.0 \times 10^{-3}$
3000	$3.44 \times 10^{-7}$	$5.0 \times 10^{-4}$

散化誤差を最小にするため、ステップ幅は  $\Delta N = 1$  を用いる。残留体積ひずみ増分  $\Delta \epsilon_v^p$  の解析結果と試験結果を Table 2 に示す。解析結果の発現速度が試験結果と比較して非常に大きい。以上のことから、実現象よりも解析の方が早く shakedown 状態に到達してしまっていると考えられる。しかし、これは材料パラメータの値にも依存しており、今後の検討課題である。

#### 参考文献

- 1) 石川達也, 名村 明: 実物大試験による道床バラスト部繰返し変形特性の検討. 土木学会論文集, No.512/IV-27, pp.47-59, 1995.
- 2) 石川達也, 須長 誠, 董軍, 名村明: 大型繰返し三軸試験による道床バラストの変形特性の検討. 土木学会論文集, No.575/III-40, pp.169-178, 1997.
- 3) 名村 明, 木幡行宏, 三浦清一: 有道床軌道の繰返し変形特性に及ぼす荷重とまくらぎ形状の影響に関する実験的研究. 土木学会論文集, No.779/IV-66, pp.53-68, 2005.
- 4) 名村 明, 木幡行宏, 三浦清一: 道床バラストの繰返し変形特性と推定法. 土木学会応用力学論文集, Vol.5, pp.793-800, 2002.
- 5) Al Shaer, A., Duhamel, D., Sab, K., Foret, G., Schmitt, L.: Experimental settlement and dynamic behavior of a portion of ballasted railway track under high speed trains. *J. Sound. Vib.*, Vol.316, pp.211-233, 2008.
- 6) Indraratna, B., Salim, W.: *Mechanics of Ballasted Rail Tracks - A Geotechnical Perspective*. Taylor & Francis, 2005.
- 7) Dahlberg, T.: Some railroad settlement models - a critical review. *Proc. Instn. Mech. Engrs.*, Vol.215, Part F, pp.289-300, 2001.
- 8) 相川 明: 鉄道バラストの三次元挙動測定装置の開発 - 溶接継目衝撃荷重の現場測定と DDA パラメータ設定法の提案 -. 土木学会応用力学論文集, Vol.11, pp.487-496, 2008.
- 9) 石川達也, 大西有三: 道床バラストの繰返し変形挙動に対する不連続変形法 (DDA) の適用. 土木学会論文集, No.589/III-42, pp.205-217, 1998.

- 10) 石川達也, 大西有三, 堀池高広: 不連続変形法 (DDA) による道床バラスト部繰返し塑性変形機構の検討. 土木学会論文集, No.645/III-50, pp.15-28, 2000.
- 11) 石川達也, 関根悦夫, 三和雅史, 大西有三: バラスト軌道の不連続体解析に対する粒子特性の力学的影響評価. 土木学会応用力学論文集, Vol.10, pp.513-522, 2007.
- 12) Saussine, G., Cholet, C., Gautier, P.E., Dubois, F., Bohatier, C., Moreau, J.J.: Modelling ballast behaviour under dynamic loading. Part 1: A 2D polygonal discrete element method approach. *Comput. Meth. Appl. Mech. Engrg.*, Vol.195, pp.2841-2859, 2006.
- 13) 阿部和久, Syakir, M., 紅露一寛: 二次元粒状体モデルによるバラスト道床の沈下解析. 土木学会鉄道力学論文集, Vol.10, pp. 49-54, 2006.
- 14) Karrech, A., Duhamel, D., Bonnet, G., Chevoir, F., Roux, J.-N., Canou, J., Dupla, J.-C.: A discrete element study of settlement in vibrated granular layers: role of contact loss and acceleration. *Granular Matter*, Vol.10, pp.369-375, 2008.
- 15) 浦川文寛, 相川 明, 名村 明: レール圧力実測波形を用いた三次元個別要素法によるバラスト軌道の動的挙動解析. 土木学会第 63 回年次学術講演会講演概要集, No.4-069, pp.137-138, 2008.
- 16) Lim, W.L., McDowell, G.R.: Discrete element modelling of railway ballast. *Granular Matter*, Vol.7, pp.19-29, 2005.
- 17) Lobo-Guerrero, S., Vallejo, L.E.: Discrete element method analysis of railtrack ballast degradation during cyclic loading. *Granular Matter*, Vol.8, pp.195-204, 2006.
- 18) Karrech, A., Duhamel, D., Bonnet, G., Roux, J.N., Chevoir, F., Canou, J., Dupla, J.C., Sab, K.: A computational procedure for the prediction of settlement in granular materials under cyclic loading. *Comput. Meth. Appl. Mech. Engrg.*, Vol.197, pp.80-94, 2007.
- 19) 紅露一寛, 嘉数東陽, 梶原宗光, 阿部和久: 鉄道におけるバラスト道床材の繰返し変形解析に用いる構成モデルの検討. 計算数理工学論文集, Vol.7, No.1, pp. 31-36, 2007.
- 20) Koro, K., Fukutsu, Y., Abe, K.: 3-D FE simulation of cyclic loading tests of railway ballasted track using subloading surface elastoplastic model. *Proc. of STECH'09*, CD-ROM, 2009.
- 21) 紅露一寛, 嘉数東陽, 阿部和久: 鉄道用バラスト材の繰返し変形解析のための時間域均質化法定式化. 土木学会応用力学論文集, Vol.11, pp.149-158, 2008.
- 22) Suiker, A.S.J., de Borst, R.: A numerical model for the cyclic deterioration of railway tracks, *Int. J. Numer. Meth. Engrg.*, Vol.57, pp.441-470, 2003.