

# バラスト材の繰り返し変形解析手法における時間域均質化法の導入

[土] 紅露一寛 (新潟大), ○[土] 村松久志 (新潟大), [土] 嘉数東陽 (ホープ設計), [土] 阿部和久 (新潟大)

## Temporal homogenization method for cyclic deformation analysis of railway ballast

Kazuhiro KORO (Niigata University), Hisashi MURAMATSU (Niigata University),  
Toyo KAKAZU (Hope Design), Kazuhisa ABE (Niigata University)

The time-domain homogenization method for elastoplastic model is formulated for reducing the computational cost of the cyclic deformation analysis of railway ballast. The constitutive equations are given by the hypoplastic model. The multiple temporal scales of the stress, strain and void ratio are introduced, and the original constitutive equations are decomposed into coupled micro-chronological and macro-chronological equations using asymptotic analysis. Accuracy of the simulated macro-chronological strain, corresponds to the accumulated permanent strain induced by cyclic loading, depends on the approximation of the time derivatives of temporal averages of micro-chronological response.

キーワード : バラスト道床, 道床沈下, 時間域均質化法

**Key words :** time-domain homogenization, railway ballast, ballast settlement

### 1. はじめに

バラスト道床からなる有道床軌道では, 列車の走行による繰り返し载荷・除荷により, 単粒度碎石の集合体であるバラスト道床部には残留変位が生ずる. この残留変位は道床上面の沈下量として軌道保守上の問題となるため, 道床沈下による軌道狂いを解消すべく, 定期的な保守作業が必要となる. その際, 道床上面の沈下量の高精度な予測は, 軌道の設計・維持管理上有益な情報を与えるものと思われる.

今日, 道床沈下量の予測は経験則に基づいた式で行われることが一般的である<sup>1),2)</sup>. また, 実測が困難である道床内部の運動状態の評価を目的として, 不連続変形法 (DDA)<sup>3)</sup>や個別要素法 (DEM)<sup>4)</sup>などを用いたシミュレーションに取り組んだ研究成果が報告されている. 経験則は実用の面で有用であるが, バラスト内部の変形機構の解明には適用困難であることは明らかである. 一方, 上述の不連続性体の離散化解析手法は, 短時間の運動状態の評価には有用であると思われるが, 解析の際の計算負荷が大きい点が最大の弱点である. そのため, 著者らは, バラスト道床部を弾塑性連続体モデルとして取り扱い, その運動・変形状態を巨視的に評価することに取り組んできた<sup>5)</sup>. しかし, 連続体モデルを用いた変形解析においても, 一度の载荷・除荷過程を増分解析で評価した上で, さらに軌道保守が必要となる沈下量レベルに達するまでには一連の载荷・除荷過程解析を数百万回-数千万回反復する必要がある, 計算負荷の軽減が必須である.

そこで本研究では, 連続体構成モデルの一つである hypoplastic モデル<sup>6)</sup>を用いたバラスト材繰り返し変形解析を対象に, 時間域均質化法<sup>7)</sup>の適用を試みる. 通常の繰り返し弾塑性解析結果との比較を通して, 定式化と解析手法の妥当性を検討する.

### 2. Hypoplastic モデル

本研究では, バラスト道床の連続体構成モデルとして, hypoplastic モデル<sup>6)</sup>を用いる. Hypoplastic モデルは, 古典的弾塑性論のような弾性域と塑性域の区別がなく, 構成式が古典的弾塑性モデルと比べて簡易な形で表現できる利点を有している. 文献<sup>6)</sup>に示されている構成式は, 真応力  $T_{ij}$  の客観速度  $\dot{T}_{ij}$  とストレッチング  $D_{ij}$  との関係が次式で定義される.

$$\begin{aligned}\dot{T}_{ij} &= f_s [L_{ij} + f_d N_{ij} \sqrt{D_{\gamma\delta} D_{\gamma\delta}}], \\ L_{ij} &= a_1^2 D_{ij} + \hat{T}_{ij} \hat{T}_{kl} D_{kl}, \quad N_{ij} = a_1 (\hat{T}_{ij} + \hat{T}_{ij}^*),\end{aligned}\quad (1)$$

なお, 本研究では微小変形を仮定し  $\varepsilon_{ij}$  を微小ひずみとして  $\dot{T}_{ij} \approx \dot{T}_{ij}$ ,  $D_{ij} = \dot{\varepsilon}_{ij}$  で与える. また,  $\hat{T}_{ij} = T_{ij}/T_{kk}$  とし,  $\hat{T}_{ij}^*$  は  $\hat{T}_{ij}$  の偏差成分である. また, 材料関数  $f_s$ ,  $f_d$  は, それぞれ次式で与える.

$$f_s = \frac{h_s}{nh_i} \left(\frac{e_i}{e}\right)^\beta \frac{1+e_i}{e_i} \left(\frac{3p}{h_s}\right)^{1-n}, \quad (2)$$

$$f_d = \left(\frac{e - e_d}{e_c - e_d}\right)^\alpha, \quad (3)$$

$$h_i = \frac{1}{c_1^2} + \frac{1}{3} - \left(\frac{e_{i0} - e_{d0}}{e_{c0} - e_{d0}}\right)^\alpha \frac{1}{c_1 \sqrt{3}}, \quad (4)$$

$$e_i = e_{i0} \exp[-(3p/h_s)^n], \quad p = -T_{kk}/3, \quad (5)$$

$$e_c/e_i = e_{c0}/e_{i0}, \quad e_d/e_i = e_{d0}/e_{i0}. \quad (6)$$

ただし,  $h_s$  は粒子硬度,  $c_1$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $n$  は材料定数である.  $e_i$ ,  $e_c$ ,  $e_d$  は最大間隙比, 限界状態間隙比, 最小間隙比であり,  $p = 0$  における各々の値  $e_{i0}$ ,  $e_{c0}$ ,  $e_{d0}$  は材料定数として与える.

材料関数  $a_1$  は次式で与える.

$$a_1 = \left\{ c_1 + c_2 \|\hat{T}^*\| [1 + \cos(3\theta)] \right\}^{-1}, \quad (7)$$

$$\cos(3\theta) = -\sqrt{6} \cdot \text{tr}(\hat{T}^{*3}) \cdot [\text{tr}(\hat{T}^{*2})]^{-3/2}, \quad (8)$$

ここで,  $c_2$  は材料定数である.

なお, 間隙比の変化速度は次式で与える.

$$\dot{e} = (1+e)D_{kk} = (1+e)\dot{e}_{kk}. \quad (9)$$

なお, 本節では当該構成式を用いて変形解析を実行するために必要となる最低限の情報を示した. Hypoplastic モデルの概念や材料パラメータの設定方法等に関する詳細については, 文献<sup>6)</sup>を参照されたい.

### 3. 時間域均質化法の適用

本節では, hypoplastic モデルの構成方程式に対し時間域均質化法を適用する. 定式化においては, 未知量と内部状態変数に対して時間に関するツースケール性を仮定し, 漸近展開法を用いてマクロおよびミクロ時間スケールにおける構成方程式が導出できることを示す.

まず, ミクロ時間変数  $\tau$  とマクロ時間変数  $t$  を定義し,  $\tau = t/\zeta$  ( $\zeta \ll 1$ ) なる関係を有するものとする. 今, 対象とする変数 (応答)  $\phi$  が時間に関する多重スケール性を有するものとするとして,

$$\phi^\zeta(\mathbf{X}, t) := \phi(\mathbf{X}, t, \tau(t)), \quad (10)$$

のように表わすものとする. なお,  $\mathbf{X}$  は物質点の位置ベクトルである.  $\phi^\zeta$  の物質時間導関数  $\dot{\phi}^\zeta$  は,

$$\dot{\phi}^\zeta(\mathbf{X}, t) = \phi_{,t}(\mathbf{X}, t, \tau) + \frac{1}{\zeta} \phi_{,\tau}(\mathbf{X}, t, \tau), \quad (11)$$

のようになる.

ここで,  $\phi^\zeta$  を  $\zeta = 0$  のまわりで漸近展開し, 次式で表わす.

$$\phi^\zeta = \sum_{m=0,1,\dots} \zeta^m \phi^{(m)}(\mathbf{X}, t, \tau). \quad (12)$$

このとき, 物質時間導関数は次式で表わすことができる.

$$\begin{aligned} \dot{\phi}^\zeta &:= \sum_{m=0,1,\dots} \zeta^{m-1} \dot{\phi}^{(m-1)}(\mathbf{X}, t, \tau), \\ \dot{\phi}^{(-1)} &:= \phi_{,\tau}^{(0)}, \quad \dot{\phi}^{(n-1)} := \phi_{,t}^{(n-1)} + \phi_{,\tau}^{(n)}, \end{aligned} \quad (13)$$

なお,  $n = 1, 2, \dots$  とする.

式 (12), (13) より, hypoplastic モデルにおける変数である応力  $T_{ij}$ , ひずみ  $\varepsilon_{ij}$ , 間隙比  $e$  とその時間導関数は, 時間に関する多重スケール性を仮定して次のように与えることができる.

$$\begin{aligned} T_{ij}^\zeta(\mathbf{X}, t) &:= T_{ij}(\mathbf{X}, t, \tau) = \sum_{m=0,1,\dots} \zeta^m T_{ij}^{(m)}(\mathbf{X}, t, \tau), \\ \varepsilon_{ij}^\zeta(\mathbf{X}, t) &:= \varepsilon_{ij}(\mathbf{X}, t, \tau) = \sum_{m=0,1,\dots} \zeta^m \varepsilon_{ij}^{(m)}(\mathbf{X}, t, \tau), \quad (14) \\ e^\zeta(\mathbf{X}, t) &:= e(\mathbf{X}, t, \tau) = \sum_{m=0,1,\dots} \zeta^m e^{(m)}(\mathbf{X}, t, \tau), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{T}_{ij}^\zeta(\mathbf{X}, t) &:= \sum_{m=0,1,\dots} \zeta^{m-1} \dot{T}_{ij}^{(m-1)}(\mathbf{X}, t, \tau), \\ \dot{\varepsilon}_{ij}^\zeta(\mathbf{X}, t) &:= \sum_{m=0,1,\dots} \zeta^{m-1} \dot{\varepsilon}_{ij}^{(m-1)}(\mathbf{X}, t, \tau), \quad (15) \\ \dot{e}^\zeta(\mathbf{X}, t) &:= \sum_{m=0,1,\dots} \zeta^{m-1} \dot{e}^{(m-1)}(\mathbf{X}, t, \tau), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{T}_{ij}^{(-1)} &= T_{ij,\tau}^{(0)}, \quad \dot{T}_{ij}^{(n-1)} = T_{ij,t}^{(n-1)} + T_{ij,\tau}^{(n)}, \\ \dot{\varepsilon}_{ij}^{(-1)} &= \varepsilon_{ij,\tau}^{(0)}, \quad \dot{\varepsilon}_{ij}^{(n-1)} = \varepsilon_{ij,t}^{(n-1)} + \varepsilon_{ij,\tau}^{(n)}, \quad (16) \\ \dot{e}^{(-1)} &= e_{,\tau}^{(0)}, \quad \dot{e}^{(n-1)} = e_{,t}^{(n-1)} + e_{,\tau}^{(n)}, \end{aligned}$$

ここで,  $n = 1, 2, \dots$  とする.

#### 3.1 応力速度・ひずみ速度関係式

まず, 応力速度・ひずみ速度関係式について考える. 時間域均質化法の適用対象となる式 (1)–(8) に対し, 構成式を構成する諸量について式 (14)–(16) を適用し,  $\zeta$  に関する主要項を評価する. その結果,  $O(\zeta^{-1})$  の構成式として次式を得る.

$$T_{ij,\tau}^{(0)} = f_s^{(0)} \left[ L_{ij}^{(0)} + f_d^{(0)} N_{ij}^{(0)} \sqrt{\varepsilon_{\gamma\delta,\tau}^{(0)} \varepsilon_{\gamma\delta,\tau}^{(0)}} \right]. \quad (17)$$

ここで,  $\hat{T}_{ij}^{(0)} = T_{ij}^{(0)}/T_{kk}^{(0)}$ ,  $p^{(0)} = -T_{kk}^{(0)}/3$  であり,  $L_{ij}^{(0)}$ ,  $N_{ij}^{(0)}$ ,  $f_s^{(0)}$ ,  $f_d^{(0)}$  は次式で定義される.

$$\begin{aligned} L_{ij}^{(0)} &:= a_1^{(0)2} \varepsilon_{ij,\tau}^{(0)} + \hat{T}_{ij}^{(0)} \hat{T}_{kl}^{(0)} \varepsilon_{kl,\tau}^{(0)}, \\ N_{ij}^{(0)} &:= a_1^{(0)} [\hat{T}_{ij}^{(0)} + \hat{T}_{ij}^{(0)*}], \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} f_s^{(0)} &:= \frac{h_s}{n h_i} \left( \frac{e_i^{(0)}}{e^{(0)}} \right)^\beta \frac{1 + e_i^{(0)}}{e_i^{(0)}} \left( \frac{3p^{(0)}}{h_s} \right)^{1-n}, \\ f_d^{(0)} &:= \left( \frac{e^{(0)} - e_d^{(0)}}{e_c^{(0)} - e_d^{(0)}} \right)^\alpha, \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} a_1^{(0)} &:= \left\{ c_1 + c_2 \|\hat{T}^{(0)*}\| [1 + \cos(3\theta^{(0)})] \right\}^{-1}, \\ \cos(3\theta^{(0)}) &:= -\sqrt{6} \cdot \text{tr}(\hat{T}^{(0)*3}) \cdot (\text{tr}(\hat{T}^{(0)*2}))^{-3/2}, \quad (20) \\ e_i^{(0)} &:= e_{i0} \exp \left[ - \left( 3p^{(0)}/h_s \right)^n \right], \\ e_d^{(0)}/e_{d0} &= e_c^{(0)}/e_{c0} = e_i^{(0)}/e_{i0}. \end{aligned}$$

ここで,  $T_{ij}^{(0)}$  と  $\varepsilon_{ij}^{(0)}$ ,  $e^{(0)}$  が次のように分解可能であるものとする,

$$\begin{aligned} T_{ij}^{(0)}(\mathbf{X}, t, \tau) &= \bar{T}_{ij}(\mathbf{X}, t) + \tilde{T}_{ij}(\mathbf{X}, t, \tau), \\ \varepsilon_{ij}^{(0)}(\mathbf{X}, t, \tau) &= \bar{\varepsilon}_{ij}(\mathbf{X}, t) + \tilde{\varepsilon}_{ij}(\mathbf{X}, t, \tau), \quad (21) \\ e^{(0)}(\mathbf{X}, t, \tau) &= \bar{e}(\mathbf{X}, t) + \tilde{e}(\mathbf{X}, t, \tau), \end{aligned}$$

式 (17) より, ミクロ時間スケールにおける構成式として次式を得る.

$$\begin{aligned} \tilde{T}_{ij,\tau} &= f_s^{(0)} \left[ a_1^{(0)2} \tilde{\varepsilon}_{ij,\tau} + \hat{T}_{ij}^{(0)} \hat{T}_{kl}^{(0)} \tilde{\varepsilon}_{kl,\tau} \right. \\ &\quad \left. + f_d^{(0)} a_1^{(0)} (\hat{T}_{ij}^{(0)} + \hat{T}_{ij}^{(0)*}) \sqrt{\tilde{\varepsilon}_{\gamma\delta,\tau} \tilde{\varepsilon}_{\gamma\delta,\tau}} \right]. \end{aligned} \quad (22)$$

一方、 $O(\zeta^0)$  の構成式は、諸量の漸近展開において展開第 1 項のみを考えて高次項を無視すると、次式で与えられる。

$$T_{ij,t}^{(0)} = f_s^{(0)} \left[ a_1^{(0)2} \varepsilon_{ij,t}^{(0)} + \hat{T}_{ij}^{(0)} \hat{T}_{kl}^{(0)} \varepsilon_{kl,t}^{(0)} \right] + f_s^{(0)} f_d^{(0)} N_{ij}^{(0)} \frac{\varepsilon_{kl,t}^{(0)} \varepsilon_{kl,\tau}^{(0)}}{\sqrt{\varepsilon_{\gamma\delta,\tau}^{(0)} \varepsilon_{\gamma\delta,\tau}^{(0)}}} \quad (23)$$

ここで、式 (21) を (23) に代入し、 $\tau_0$  をミクロ時間スケールの代表長さとして  $\tau$  について次式の時間平均をとると、

$$\langle \phi \rangle := \frac{1}{\tau_0} \int_0^{\tau_0} \phi(\mathbf{X}, t, \tau) d\tau, \quad (24)$$

その結果、次式を得る。

$$\begin{aligned} \bar{T}_{ij,t} + \langle \hat{T}_{ij} \rangle_t &= \langle C_{ijkl} \rangle \bar{\varepsilon}_{kl,t} + \langle C_{ijkl} \bar{\varepsilon}_{ij,t} \rangle, \\ C_{ijkl} &:= \frac{1}{2} f_s^{(0)} a_1^{(0)2} (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}) \\ &+ f_s^{(0)} \hat{T}_{ij}^{(0)} \hat{T}_{kl}^{(0)} + f_s^{(0)} f_d^{(0)} N_{ij}^{(0)} \frac{\bar{\varepsilon}_{kl,\tau}}{\sqrt{\bar{\varepsilon}_{\gamma\delta,\tau} \bar{\varepsilon}_{\gamma\delta,\tau}}}. \end{aligned} \quad (25)$$

式 (25) において、 $\langle (\tau - \tau_1) \bar{\varepsilon}_{ij,t} \rangle = 0$  のように  $\tau_1$  を選び、 $\bar{\varepsilon}_{ij,t}$  を含む各項を平均値の定理を用いて近似すると、最終的に次式を得る。

$$\bar{T}_{ij,t} + \langle \hat{T}_{ij} \rangle_t = \langle C_{ijkl} \rangle \bar{\varepsilon}_{kl,t} + C_{ijkl}(\tau_1) \langle \bar{\varepsilon}_{kl} \rangle_t, \quad (26)$$

式 (26) は、マクロ時間スケールにおける構成式となる。

### 3.2 間隙比の発展則

次に、間隙比の発展則についても漸近展開を用いて時間に関するツースケール分解を行なう。式 (9) の諸量にマルチスケール性を仮定し、式 (14), (15) を適用すると次式を得る。

$$\begin{aligned} O(\zeta^{-1}): \quad e_{,\tau}^{(0)} &= [1 + e^{(0)}] \varepsilon_{kk,\tau}^{(0)}, \\ O(\zeta^0): \quad e_{,\tau}^{(0)} + e_{,\tau}^{(1)} &= e^{(1)} \varepsilon_{kk,\tau}^{(0)} \\ &+ [1 + e^{(0)}] [\varepsilon_{kk,t}^{(0)} + \varepsilon_{kk,\tau}^{(1)}]. \end{aligned} \quad (27)$$

ここで、漸近展開の高次項 (添字 "1" の付された項) を無視すると、式 (21) を式 (27) 第 1 式に代入すると、ミクロ時間スケールにおける発展則を規定する式が得られる。

$$\bar{e}_{,\tau} = [1 + \bar{e} + \bar{e}] \bar{\varepsilon}_{kk,\tau}. \quad (28)$$

一方、式 (21) を式 (27) 第 2 式に代入し、 $\tau$  に関する時間平均をとる。さらに、 $\langle (\tau - \tau_2) \bar{\varepsilon}_{kk,t} \rangle = 0$  となるように  $\tau_2$  を定め、平均値の定理を適用すると、マクロ時間スケールにおける発展則を規定する式は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \bar{e}_{,t} + \langle \bar{e} \rangle_t &= [1 + \bar{e} + \langle \bar{e} \rangle] \bar{\varepsilon}_{kk,t} \\ &+ [1 + \bar{e} + \bar{e}(\tau_2)] \langle \bar{\varepsilon}_{kk} \rangle_t. \end{aligned} \quad (29)$$

### 4. 応力解析アルゴリズム

式 (22), (26), (28), (29) に示したように、マクロ時間応答 ( $\bar{\varepsilon}_{ij}$ ,  $\bar{T}_{ij}$ ,  $\bar{e}$ ) とミクロ時間応答 ( $\varepsilon_{ij}$ ,  $\hat{T}_{ij}$ ,  $\bar{e}$ ) とは完全に独立ではない。本研究では、文献<sup>7)</sup>を参考に、以下の弱連成アルゴリズムで繰り返し応力解析を進める。図 1 は流れを図示したものである。

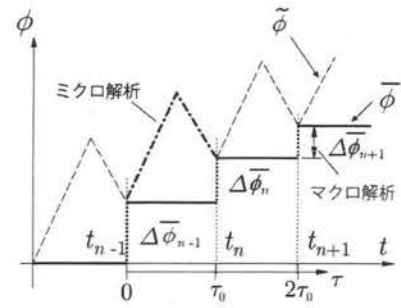


図 1 本手法におけるミクロ・マクロ弱連成解析の流れ。

(a) マクロ時間変数  $t$  軸上の離散時間  $t = t_n$  (载荷・除荷繰り返し第  $n$  ステップ) において、

(i) ミクロ時間スケールにおける構成式 (22), (28) を解き、得られた増分量  $\Delta \bar{\varepsilon}_{ij}$ ,  $\Delta \bar{T}_{ij}$ ,  $\Delta \bar{e}$  を積分してミクロ時間の諸量  $\varepsilon_{ij}$ ,  $\hat{T}_{ij}$ ,  $\bar{e}$  を求める (図 1 の一点鎖線「ミクロ解析」の部分)。

(ii) (必要に応じて)  $\tau_1$ ,  $\tau_2$  を求める。

(iii)  $\tau$  軸上での時間平均  $\langle \hat{T}_{ij} \rangle$ ,  $\langle \bar{\varepsilon}_{ij} \rangle$ ,  $\langle \bar{e} \rangle$ ,  $\langle C_{ijkl} \rangle$ , および  $C_{ijkl}(\tau_1)$ ,  $\bar{e}(\tau_2)$  を計算する。

(b) マクロ時間スケールにおける構成式 (26), (29) を解く。マクロ応答に関する各種増分量  $\Delta \bar{\varepsilon}_{ij}$ ,  $\Delta \bar{T}_{ij}$ ,  $\Delta \bar{e}$  が得られる。

(c) マクロ時間の諸量  $\bar{\varepsilon}_{ij}$ ,  $\bar{T}_{ij}$ ,  $\bar{e}$  を更新する (図 1 「マクロ解析」の部分)。マクロ時間ステップを進め、(a) に戻る。

なお、次式で定義される  $\tau_1$ ,  $\tau_2$  は、

$$\langle (\tau - \tau_1) \bar{\varepsilon}_{ij,t} \rangle = 0, \quad \langle (\tau - \tau_2) \bar{\varepsilon}_{kk,t} \rangle = 0, \quad (30)$$

本研究では式 (30) の代わりに次式で与える。

$$\tau_1 = \langle \tau \cdot \bar{\varepsilon}_{ij} \rangle / \langle \bar{\varepsilon}_{ij} \rangle, \quad \tau_2 = \langle \tau \cdot \bar{\varepsilon}_{kk} \rangle / \langle \bar{\varepsilon}_{kk} \rangle, \quad (31)$$

また、式 (26), (29) よりマクロ時間応答を計算する際には、 $\bar{\varepsilon}_{ij}$  と  $\bar{e}$  の時間平均について、 $t$  に関する変化率  $\langle \bar{\varepsilon}_{ij} \rangle_t$ ,  $\langle \bar{e} \rangle_t$  の評価が必要になる。本研究では、 $t$  に関する差分近似を用いて次に示す 2 通りのスキームのいずれかで与える。

スキーム 1 時間平均をとる物理量を  $\bar{\phi}$  として、現時刻  $t = t_n$  と、1 ステップ前の時刻  $t = t_{n-1}$  における時間平均値の差分近似で時間変化率を評価する。

$$\langle \bar{\phi} \rangle_t|_{t=t_n} = \frac{\langle \bar{\phi} \rangle|_{t=t_n} - \langle \bar{\phi} \rangle|_{t=t_{n-1}}}{t_n - t_{n-1}}. \quad (32)$$

ただし、 $t = t_1$  におけるマクロ解析では、一つ手前の時間格子点  $t = t_0$  での値  $\langle \bar{\phi} \rangle|_{t=t_0}$  が存在しない。この場合には、ミクロ・マクロ弱連成解析に先立って通常の繰り返し変形解析を 2 サイクル実行し、各サイクルで算出した時間平均値の差分で  $\langle \bar{\phi} \rangle_t$  の値を近似する。

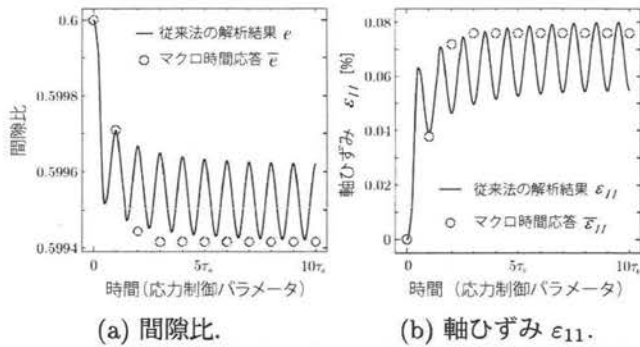


図2 繰り返し10回目までのマクロ時間応答  $\bar{e}$ ,  $\bar{\varepsilon}_{11}$  の評価精度 (スキーム1).

スキーム2 マクロ時間  $t$  によらず、ミクロ時間  $\tau$  における解析は常に連続する2サイクル分実行し、 $\langle \tilde{\phi} \rangle_t$  は次式で評価する。

$$\langle \tilde{\phi} \rangle_t|_{t=t_n} = \frac{\langle \tilde{\phi}^* \rangle|_{t=t_n} - \langle \tilde{\phi} \rangle|_{t=t_{n-1}}}{t_n - t_{n-1}}. \quad (33)$$

ここで、 $\langle \tilde{\phi} \rangle|_{t=t_n}$ ,  $\langle \tilde{\phi}^* \rangle|_{t=t_n}$  は次式で与える。

$$\begin{aligned} \langle \tilde{\phi} \rangle|_{t=t_n} &:= \frac{1}{\tau_0} \int_0^{\tau_0} \tilde{\phi}(t_n, \tau) d\tau, \\ \langle \tilde{\phi}^* \rangle|_{t=t_n} &:= \frac{1}{\tau_0} \int_0^{2\tau_0} [\tilde{\phi}(t_n, \tau) - \tilde{\phi}(t_n, \tau_0)] d\tau. \end{aligned} \quad (34)$$

## 5. 解析手法の妥当性の検討

本論文で示した定式化の妥当性を検討する目的で、バラスト材の大型繰り返し三軸試験<sup>8)</sup>のシミュレーションに本手法を適用した。解析結果の比較は、本手法を適用せずに繰り返し载荷・除荷過程をもれなく考慮して応力積分を行う、通常の hypoplastic モデルによる繰り返し解析 (以下、従来法) の結果を用いて行なうこととする。なお、解析では初期条件を  $T_0 = -19.6 \text{ I (kPa)}$ ,  $\varepsilon_0 = 0$ ,  $e_0 = 0.6$  に定め、繰り返し過程では拘束圧を  $T_{22} = T_{33} = -19.6 \text{ (kPa)}$  で一定に、軸応力は  $T_{11} = -19.6 \text{ (kPa)}$  から最大  $-98 \text{ (kPa)}$  まで载荷・除荷を繰り返すように応力を制御した。材料定数については、文献<sup>5)</sup>に示した値である  $c_1 = 1.65$ ,  $c_2 = 1.874$ ,  $h_s = 5.5 \text{ MPa}$ ,  $n = 1.7$ ,  $\alpha = 0.15$ ,  $\beta = 1.25$ ,  $e_{i0} = 0.600588$ ,  $e_{c0} = 0.60058$ ,  $e_{d0} = 0.600575$  に定めている。

繰り返し回数10回目までの残留軸ひずみと間隙比の評価精度について検討する。本手法によれば、载荷・除荷1サイクル終了時の残留ひずみと間隙比は、図1に示したようにマクロ時間応答  $\bar{\varepsilon}_{11}$ ,  $\bar{e}$  で評価されることになる。図2より、時間平均の時間変化率をスキーム1で評価した場合、繰り返し1回目こそ従来法による解析結果とほぼ一致しているが、繰り返し2回目において間隙比のマクロ時間における変化量  $\Delta \bar{e}$  と軸ひずみ増分  $\Delta \bar{\varepsilon}_{11}$  が過大評価されている。マクロ時間応答の構成式を解く際には、時間平均の時間変化率  $\langle \tilde{\varepsilon}_{ij} \rangle_t$ ,  $\langle \bar{e} \rangle_t$  の値が既知量となることから、この精度低下はこの時間変化率の評価精度に原因があると考えられる。そのため、本研究ではミクロ時間応答の解析を载荷・除荷2サイクル分を行なうスキーム

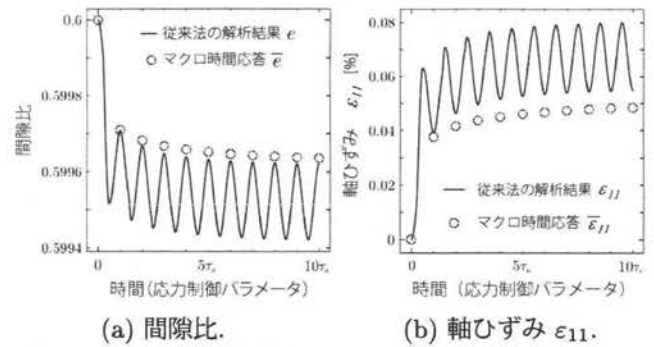


図3 繰り返し10回目までのマクロ時間応答  $\bar{e}$ ,  $\bar{\varepsilon}_{11}$  の評価精度 (スキーム2).

2の適用を試みた。図3に示す解析結果から、スキーム2はミクロ時間応答解析時の計算負荷がスキーム1の2倍となるものの、時間平均の時間変化率を  $t$  軸上の前進差分で評価するために評価精度がスキーム1より高く、解析精度の改善効果が認められる。ただし、今回の解析条件では残留軸ひずみに対する間隙比の誤差の感度が高く、残留ひずみで10%程度の誤差が生じている。この点の改善は今後の検討課題である。

## 6. おわりに

本研究では、hypoplastic モデルを構成則に用いた連続体としてバラスト道床材をモデル化し、繰り返し応力解析を行う場合を対象として、時間域均質化法を適用した。その結果、ミクロ・マクロ時間双方の応答を弱連成アルゴリズムで評価することができた。ただし、時間平均量の時間変化率の評価方法によって解析精度が変化する。今後は、解析精度の向上とあわせて、つり合い問題に対する解析アルゴリズムを構成し、計算効率の改善効果等について検討したい。

## 参考文献

- 1) Dahlberg, T.: Some railroad settlement models — a critical review. *Proc. Instn. Mech. Engrs.*, Vol.215, Part F, pp.289–300, 2001.
- 2) 石田 誠, 名村 明, 鈴木貴洋: 軌道沈下の実態と予測モデル, 土木学会鉄道力学論文集, Vol.6, pp.61–66, 2002.
- 3) 石川達也, 大西有三, 堀池高広: 不連続変形法 (DDA) による道床バラスト部繰り返し塑性変形機構の検討. 土木学会論文集, No.645 / III-50, pp.15–28, 2000.
- 4) Saussine, G., Cholet, C., Gautier, P.E., Dubois, F., Bohatier, C., Moreau, J.J.: Modelling ballast behaviour under dynamic loading. Part 1: A 2D polygonal discrete element method approach. *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, Vol.195, pp.2841–2859, 2006.
- 5) 紅露一寛, 嘉数東陽, 梶原宗光, 阿部和久: 鉄道におけるバラスト道床材の繰り返し変形解析に用いる構成モデルの検討. 計算数理工学論文集, Vol.7, No.1, pp.31–36, 2007.
- 6) Bauer, E.: Calibration of a comprehensive hypoplastic model for granular materials. *Soils & Foundations*, Vol.36, No.1, pp.13–26, 1996.
- 7) Oskay, C., Fish, J.: Fatigue life prediction using 2-scale temporal asymptotic homogenization. *Int. J. Numer. Meth. Engrg.*, Vol.61, pp.329–359, 2004.
- 8) 石川達也, 須長 誠, 董 軍, 名村 明: 大型繰り返し三軸試験による道床バラストの変形特性の検討. 土木学会論文集, No.575, III-40, pp.169–178, 1997.