

分岐区間におけるレール断面形状変化を考慮した車輪／レール接触幾何解析

Wheel/Rail Contact Geometry Analysis of Turnout Section Considering Changes in Rail Cross-Sections

○ [機] 谷井 良充 (東京理科大) [機] 杉山 博之 (東京理科大)

○ Yoshimitsu Tanii, Hiroyuki Sugiyama (Tokyo University of Science)

In this investigation, a systematic procedure that can be used for the analysis of wheel/rail 2-point contact geometries in turnout sections is developed. Since the tongue rail changes its shape along the track in the turnout section, the cross-sectional shapes of the tongue rail is generated by interpolations along the rail and used for evaluating the configuration of the wheel that moves from the stock rail to the tongue rail. Numerical examples are presented in order to demonstrate the use of the procedure developed in this investigation.

キーワード： 車輪／レール接触，接触幾何解析，分岐通過，多点接触

Key Words： Wheel/rail contact, contact geometry analysis, turnout, multiple contacts

1. 緒言

分岐通過時における車輪とレール間の接触解析は，車輪の基本レールからトンブレールへのスムーズな乗り移りや共走区間におけるトンブレールの磨耗，折損を検討する上で極めて重要である¹⁾．一方，トンブレール形状は一般に複雑であり，その断面形状がレール長手方向に変化していくため，既存の手法では，これらの複雑な車輪とレール間の接触を効率的に解析することが難しい．これまで，レール長手方向にいくつかの断面を取り，それぞれの位置に対して1点接触幾何解析を実施することにより，分岐区間での車両運動解析を行った研究²⁾や，レールの長手方向に形状の内挿を行うことによって任意断面における車輪／レール接触を取り扱った研究³⁾などが報告されている．車輪とレール間の接触幾何は車両運動解析および形状設計の両面から最も基本的かつ本質的な問題である．そこで，本研究では，接触幾何の観点から，ポイント部の共走区間における2点接触状態を厳密に評価可能な手法の開発を行い，基本レールからトンブレールへの接触点の乗り移りについて検討を行う．

2. 車輪／レール座標系

2.1 輪軸座標系

図1に示すように，絶対座標系から見た輪軸上の任意の接触点位置は以下のように表される．

$$\mathbf{r}^{wk} = \mathbf{R}^w + \mathbf{A}^{wi} \mathbf{u}^{wk} \quad (1)$$

ここで， k は接触番号を表し，輪軸の進行方向に対して右車輪の接触点を $k=1$ ，左車輪の接触点を $k=2$ とする．また，

$\mathbf{R}^w = [R_x^w \ R_y^w \ R_z^w]^T$ は絶対座標系から見た輪軸座標系の

原点の位置を表し， $\mathbf{A}^{wi}$ は Y^w 軸に関するピッチ角を除いた輪軸の中間座標系の姿勢行列である．一方，輪軸の姿勢行列は，ヨー，ロールおよびピッチ角に対してオイラー角 $\theta^w = [\psi^w \ \phi^w \ \theta^w]^T$ により表される． $\mathbf{u}^{wk}$ は輪軸座標系から見た接触点の位置ベクトルを表す．図1に示すように，左右各車輪にプロファイル座標系 $X^{wk} Y^{wk} Z^{wk}$ を設置し，その座標系から車輪形状を定義する．本プロファイル座標系から見た座標 s_1^{wk} および s_2^{wk} を図1のように与え，その点における車輪半径を $g^k(s_1^{wk}, s_2^{wk})$ のように定義する．一方，車輪踏面形状が車輪周方向に対して同一であると仮定すれば，形状関数 g^k はプロファイル座標系の左右位置のみの関数として $g^k = g^k(s_1^{wk})$ のように与えられる．また，プロファイル座標系から見た車輪上の任意点の位置ベクトルが $\mathbf{u}^{wk}$ によって与えられるため，その点における車輪の左右方向(s_1^{wk})，前後方向(s_2^{wk})の接線ベクトル，および法線ベクトルが以

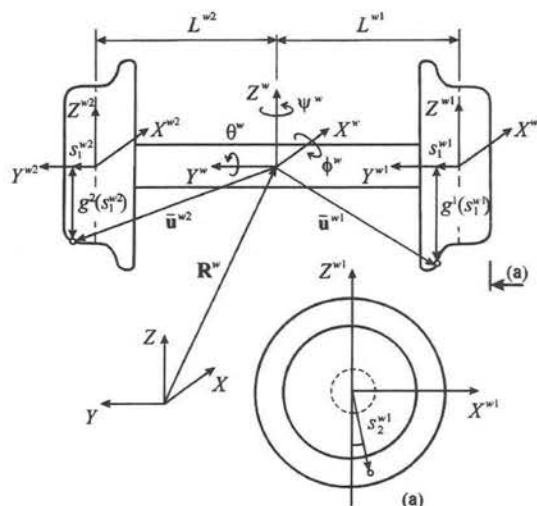


Fig. 1 Parameterization of wheelset.

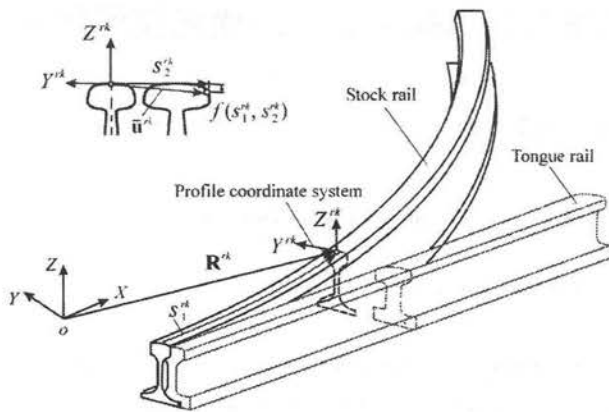


Fig. 2 Rail coordinate system.

下のように求められる.

$$\bar{\mathbf{t}}_1^{wk} = \frac{\partial \bar{\mathbf{u}}^{wk}}{\partial s_1^{wk}}, \quad \bar{\mathbf{t}}_2^{wk} = \frac{\partial \bar{\mathbf{u}}^{wk}}{\partial s_2^{wk}}, \quad \bar{\mathbf{n}}^{wk} = \bar{\mathbf{t}}_1^{wk} \times \bar{\mathbf{t}}_2^{wk} \quad (2)$$

2.2 レール座標系

図2に示すように、プロフィール座標系 $X^{rk}Y^{rk}Z^{rk}$ をレール頭頂部に定義することにより、左右各レールの断面形状をこれらの座標系に関して定義する。レール上の接触点位置は、プロフィール座標系に対して定義されるレールの軸線に沿った座標 s_1^{rk} とその点におけるレール断面の左右座標 s_2^{rk} によって与えられ、その点におけるレール形状が $f(s_1^{rk}, s_2^{rk})$ により与えられる。つまり、レール上の接触点位置は、レール軸線に沿った前後接触点位置 s_1^{rk} が与えられることにより断面形状が決定し、その断面内で左右接触点位置 s_2^{rk} が求まる。一方、分岐区間でなければ、レールの形状関数はレール長手方向に一定であるため、 $f^k = f^k(s_1^{rk})$ のように定義される。

図2に示すように、絶対座標系から見たレールの接触点の位置は以下のように表される。

$$\mathbf{r}^{rk} = \mathbf{R}^{rk} + \mathbf{A}^{rk} \bar{\mathbf{u}}^{rk} \quad (3)$$

ここで、 $\mathbf{R}^{rk}$ は絶対座標系から見たプロフィール座標系の原点の位置を表し、レールの軸線に沿った座標 s_1^{rk} の関数として与えられる。 $\mathbf{A}^{rk}$ はレールの姿勢行列を表し、これも座標 s_1^{rk} の関数として与えられる。また、 $\bar{\mathbf{u}}^{rk}$ はプロフィール座標系から見たレール上の接触点の位置ベクトルを表す。さらに、式(2)と同様にして、レール上の各接触点位置における前後、左右方向の接線および法線ベクトルが求められる。

2.3 レール断面形状の生成

任意位置における分岐レールの断面形状を生成するために、図3に示すように、レール長手方向に断面形状の内挿を行うことによって断面データを生成する。はじめに、図3に示すようないくつかの代表的なレール断面に対して、それぞれの断面形状を3次スプラインで近似する。一方、

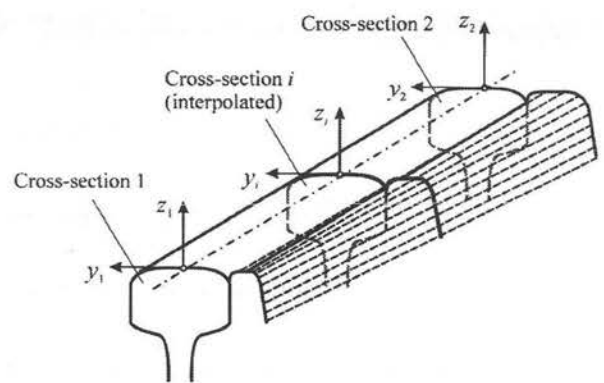


Fig. 3 Interpolation of rail cross-section

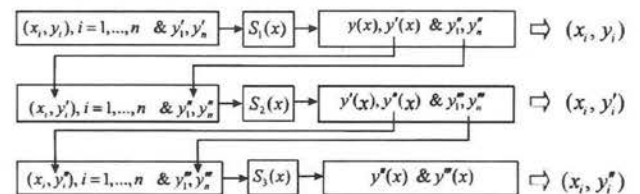


Fig. 4 Spline layer.

車輪、レール形状に対して3次のスプライン近似を行った場合、その1階の微分値は2次、2階の微分値は1次の近似精度を持つ。一方、接平面はプロフィール上の任意点の変位ベクトルの勾配（1階微分）にて定義され、また、各接触点における接触楕円を定義するためには、その点における2階微分値によって定義される曲率が必要となる。さらに、高階の微分値を厳密に計算することは接触幾何の収斂計算における収束性を向上させる上でも重要である。そのため、高階の微分値に対しても変位レベルと同様の精度を有することが望まれる。そこで、図4に示すように、位置、1階微分、2階微分に関する3層のスプライン処理を施すことにより、微分値に対しても3次スプラインの精度を有する点列データを生成することができる。次に、図3に示すように、3次スプラインにより生成された断面（断面1および2）に対して、レール長手方向に内挿を行うことにより、任意位置における断面 i の点列データをシステムティックに生成することができる。

3. 接触幾何解析法

車輪とレールがある任意点において接触している時、車輪とレールがその接触点において位置を共有し（位置共有条件）、またその点において接触面を共有する（接平面平行条件）。これらの条件が満足された車輪およびレール面上の点において2物体が接触すると考える。以上から、接触 k に対して以下の Non-conformal 接触条件式が与えられる⁴⁾。

$$\mathbf{C}^{w, rk}(\mathbf{q}^w, \mathbf{s}^{w, rk}) = \begin{bmatrix} \mathbf{r}^{wk} - \mathbf{r}^{rk} \\ \mathbf{t}_1^{wk} \cdot \mathbf{n}^{rk} \\ \mathbf{t}_2^{wk} \cdot \mathbf{n}^{rk} \end{bmatrix} = \mathbf{0} \quad (4)$$

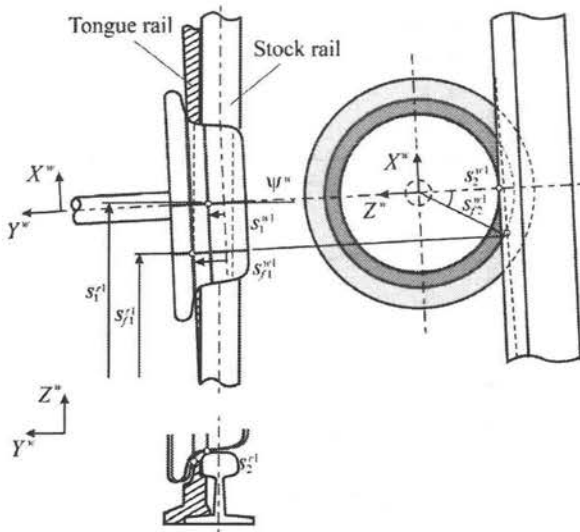


Fig. 5 Two-point wheel/rail contact on the tread and flange.

また、これら接触条件式の輪軸の位置および姿勢を表す一般化座標 $\mathbf{q}^w = [\mathbf{R}^{wT} \ \boldsymbol{\theta}^w]^T$ に関するヤコビ行列は以下のように与えられる。

$$\mathbf{C}_q^{wrk} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{3 \times 3} & -\mathbf{A}^w \tilde{\mathbf{u}}^w \bar{\mathbf{G}}^w \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} & \mathbf{n}^r \cdot (-\mathbf{A}^w \tilde{\mathbf{t}}_1^w \bar{\mathbf{G}}^w) \\ \mathbf{0}_{1 \times 3} & \mathbf{n}^r \cdot (-\mathbf{A}^w \tilde{\mathbf{t}}_2^w \bar{\mathbf{G}}^w) \end{bmatrix}^k \quad (5)$$

ここで $\tilde{\mathbf{a}}$ はベクトル $\mathbf{a}$ のひずみ対称行列を表し、 $\bar{\mathbf{G}}^w$ はボディ座標系からみた角速度とオイラー角の時間微分を関連付ける係数行列である⁵⁾。また、接触点位置座標 $\mathbf{s}^{wrk} = [s_1^{wk} \ s_2^{wk} \ s_1^{rk} \ s_2^{rk}]^T$ に関するヤコビ行列は以下のように与えられる。

$$\mathbf{C}_s^{wrk} = \begin{bmatrix} \mathbf{t}_1^w & \mathbf{t}_2^w & -\mathbf{t}_1^r & -\mathbf{t}_2^r \\ \mathbf{t}_{1,1}^w \cdot \mathbf{n}^r & \mathbf{t}_{1,2}^w \cdot \mathbf{n}^r & \mathbf{n}_{1,1}^r \cdot \mathbf{t}_1^w & \mathbf{n}_{1,2}^r \cdot \mathbf{t}_1^w \\ \mathbf{t}_{2,1}^w \cdot \mathbf{n}^r & \mathbf{t}_{2,2}^w \cdot \mathbf{n}^r & \mathbf{n}_{2,1}^r \cdot \mathbf{t}_2^w & \mathbf{n}_{2,2}^r \cdot \mathbf{t}_2^w \end{bmatrix}^k \quad (6)$$

車輪およびレールが左右それぞれ 1 点で接触すると仮定した場合、1 つの輪軸に対する左右 2 つの接触点位置は以下の非線形代数方程式を解くことにより求められる。

$$\mathbf{C}^{(i)}(\mathbf{q}^w, \mathbf{s}^{wr1}, \mathbf{s}^{wr2}) = \begin{bmatrix} \mathbf{C}^{wr1}(\mathbf{q}^w, \mathbf{s}^{wr1}) \\ \mathbf{C}^{wr2}(\mathbf{q}^w, \mathbf{s}^{wr2}) \\ R_Y^w - \delta_Y^{(i)} \\ \psi^w - \delta_\psi^{(i)} \\ R_X^w \\ \theta^w \end{bmatrix} = \mathbf{0} \quad (7)$$

ここで、上付文字 (i) は各計算ステップの番号を表す。つまり、各ステップ i に対して輪軸の左右変位およびヨー角をそれぞれ $\delta_Y^{(i)}$ および $\delta_\psi^{(i)}$ として変化させていき、接触点を算出する。同様にして、図 5 に示すようなトングレールとの共走区間における 2 点接触位置を輪軸のヨー角を変数として、以下の方程式を解くことにより求めることができる。

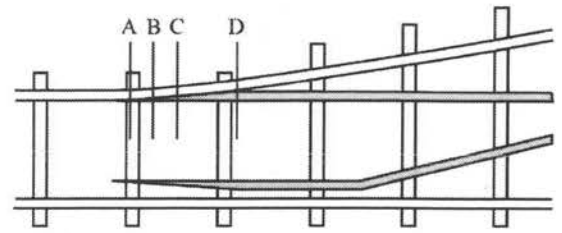


Fig. 6 Turnout section (point).

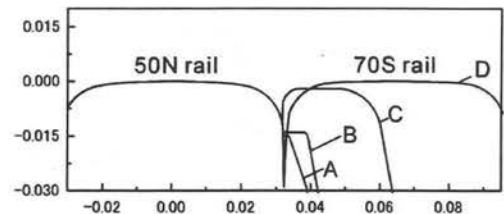


Fig. 7 Rail cross-section.

$$\mathbf{C}^{(i)}(\mathbf{q}^w, \mathbf{s}^{wr1}, \mathbf{s}^{wr2}, \mathbf{s}_f^{wr1}) = \begin{bmatrix} \mathbf{C}^{wr1}(\mathbf{q}^w, \mathbf{s}^{wr1}) \\ \mathbf{C}^{wr2}(\mathbf{q}^w, \mathbf{s}^{wr2}) \\ \mathbf{C}_f^{wr1}(\mathbf{q}^w, \mathbf{s}_f^{wr1}) \\ \psi^w - \delta_\psi^{(i)} \\ R_X^w \\ \theta^w \end{bmatrix} = \mathbf{0} \quad (8)$$

ここで、フランジの接触点位置は接触点位置座標 $\mathbf{s}_f^{wrk}$ によって与えられる。

4. 接触幾何解析

50N レールに対するトングレールに対してレール断面を生成し⁶⁾、図 6 に示すような片開き分岐におけるポイント部の基本レールからトングレールへの車輪の乗り移りについて検討を行う。車輪は半径 860mm の在来線基本踏面とし、軌間は 1067mm とした。図 7 に 2.3 節で示した手法により生成したトングレールの断面形状の例を示す。図 7 にて示した各断面 (A~D 断面) に対して、2 点接触幾何解析によって得られた接触点位置を図 8 に示す。本図から分かるように、A 断面ではトングレールとの接触が発生せず、基本レールのゲージコーナーでフランジ接触が発生しているのに対し、B 断面ではトングレールとのフランジ接触が発生していることが分かる。トングレールがさらに大きくなると、トングレールとフランジ接触していた点が車輪踏面で接触するようになる。その後、トングレールが 70S レールの形状になるにつれて、基本レールとの踏面接触を失い、完全にトングレールへ乗り移り、70S レールの頭頂面とゲージコーナーで車輪が 2 点接触することが分かる。ここで、図 6 から分かるように、基本レールは左側へ曲がるため、A~C 断面では基本レールの接触点位置が曲線と共に外側

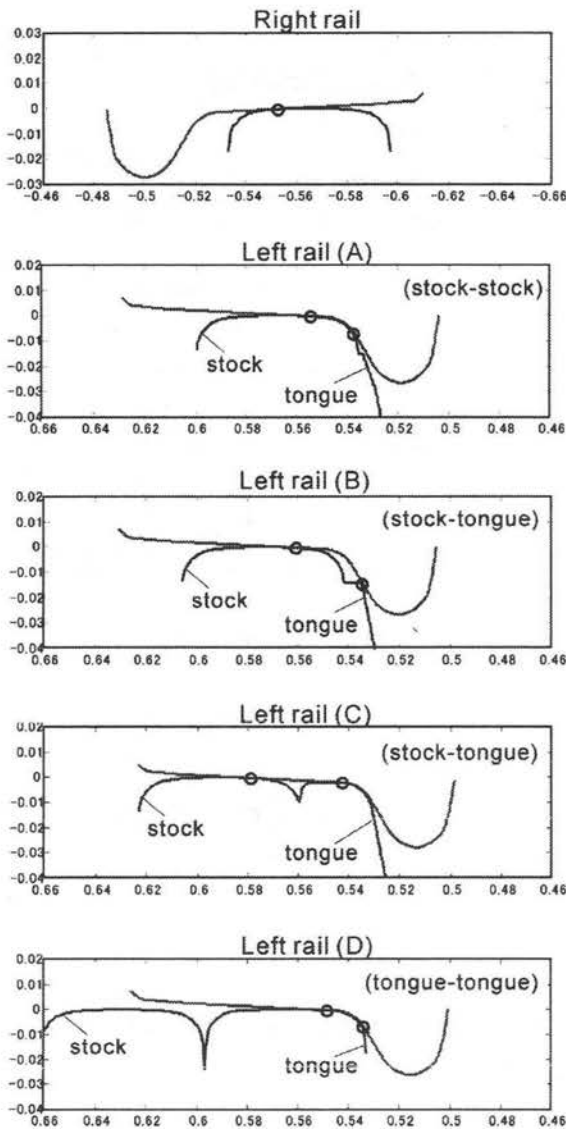


Fig. 8 Rail cross-section.

へずれていき、D断面で車輪が完全乗り移る際に踏面接触点位置が内側へ大きく飛び移っていることが分かる。

これらの断面に対する2点接触幾何解析によって得られたフランジ接触点の接触角を図9に示す。ここで、輪軸の2点接触状態を保ちながらヨー角を $-4^{\circ} \sim +4^{\circ}$ で変化させている。本図から分かるように、A断面では50Nレールのゲージコーナーでフランジ接触しているため、フランジ角に近い接触角を得ている。またヨー角 0° では基本踏面のR14の位置で接触しており、ヨー角が大きくなるにつれ、接触点がフランジ側へ移動し、接触角が滑らかに上昇していく様子が分かる。その後、接触点位置がフランジの直線部に移ることにより、接触角が一定の値を得ていることが分かる。これはD断面における70Sとの接触についても同様である。一方、B断面では鋭角なトングレールの角部に接触しているためヨー角変動による接触角変化は小さい。また、C断面では2点目がトングレールの頭頂部近傍で接触しているため接触角が小さいことも本図から分かる。

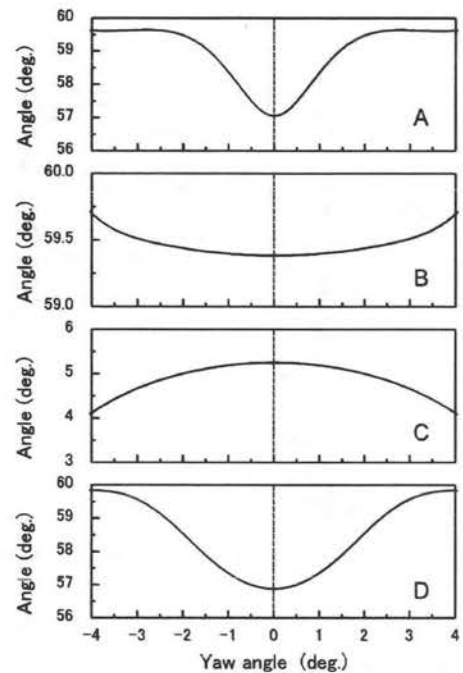


Fig. 9 Contact angles (the second point of contact)

5. 結言

本論文では、レール前後方向の断面形状変化を考慮した車輪、レール間の2点接触幾何解析法を開発し、ポイント部における車輪の基本レールからトングレールへの乗り移りについて接触幾何の観点から検討を行った。提案手法では、接触解析に用いるレール断面の形状関数をレール左右および前後方向の接触パラメータの関数として定義することにより、断面形状がレール前後方向に変化する場合の接触幾何解析を可能とした。数値計算結果から車輪が基本レールからトングレールへの乗り移る際の接触位置の変化を本手法により明らかにすることができることを示した。今後、本手法を用いて、クロッシング部を含めた詳細な解析を実施し、本結果に基づく動力学解析を進めていきたい。

参 考 文 献

- 1) 佐藤泰生(編): 分岐器の構造と保守, 日本鉄道施設協会, 1987.
- 2) Kono, H., Suda, Y., Yamaguchi, M., Yamashita, H., Yanobu, Y. and Tsuda, K.: Dynamic Analysis of the Vehicle Running on Turnout at High Speed Considering Longitudinal Variation of Rail Profiles, Proc. of ASME 2005 IDETC, USA, 2005.
- 3) Kassa, E., Anderson, C. and Nielsen, J.: Simulation of Dynamic Interaction between Train and Railway Turnout, Vehicle System Dynamics, vol.44, pp.247-258, 2006.
- 4) 杉山博之、須田義大, "バックゲージ接触も考慮した車輪/レール2点接触幾何解析手法", 日本機械学会論文集(C 編), vol. 73, No. 729, pp. 1457-1464, 2007.
- 5) Shabana, A. A., Zaazaa, K. E. and Sugiyama, H.: Railroad Vehicle Dynamics: Computational Approach, CRC Press, 2007.
- 6) 日本国有鉄道構造物設計事務所: 分岐器類標準設計図集, 日本鉄道施設協会, 1982.