

S8-3-5 まくらぎ下用防振ゴムパッドを対象とした大変形 応力解析

○西宮裕騎 (新潟大学大学院), [土] 紅露一寛 (新潟大学大学院), [土] 阿部和久 (新潟大学工学部)

LARGE DEFORMATION FINITE ELEMENT ANALYSIS FOR RUBBER VIBROISOLATION PADS

Yuuki NISHINOMIYA, (Graduate School, Niigata University)

Kazuhiro KOURO, Member (Graduate School, Niigata University)

Kazuhisa ABE, Member (Niigata University)

The rubber vibroisolation pad is widely used for the vibration reduction of the railway track. In spite of its popularity, such mechanical properties as the stress and deformation of the pad during the vertical loading are not understood. This paper is devoted to analyze the mechanical behavior of the pad using the finite element method. Since the rubber is modeled as an incompressible material, a stabilized finite element equation is derived based on a mixed form within the framework of the updated Lagrangian description. The accuracy and the efficiency of the developed method are validated through a comparison with experiments. Furthermore, the deformation and the stress distribution of pads are investigated.

キーワード：防振ゴム, 振動低減, 応力, 変形

Key words: rubber vibroisolation pad, vibration reduction, stress, deformation

1. はじめに

軌道における防振対策の一つとして、低バネ定数の合成ゴム製パッドをまくらぎ下部に設置する弾性軌道が広く用いられている (図 1)。この方法は、低コストの割に高い防振効果を発揮し得るという特徴を有している¹⁾。

防振材として用いられる合成ゴムには、列車通過時に著大な荷重が作用するため、大きなひずみが発生する。一般に防振材のバネ定数が低いほど高い防振効果を得られるが、発生するひずみも大きくなる。したがって、防振効果の高いゴムパッドほど、大変形に伴う幾何学的非線形性が顕著に現れる。

こうした軌道用防振材の応力解析は、過去に微小変形を仮定した解析がなされている²⁾。しかしながら、大変形時の力学挙動の詳細については未知な点も多い。本研究では、防振パッドを対象に、その力学挙動の大変形解析による把握を試みた。

2. 防振パッドの静的圧縮試験

解析の妥当性を確認し、未知パラメータを求める目的で防振パッドの一軸静的圧縮試験を行った。試験方法は JIS に定められている軌道パッドの試験方法を参考に設定した。

使用する防振パッドは一般的に用いられているもので、バネ定数の異なる 3 種類 (公称バネ定数 15MN/m, 8MN/m, 5MN/m) を対象とする。各パッドの載荷面には、外周 10mm 部分を除いて多数の突起が周期的に配置されている。解析効率の観点から変形に対称性を課す目的で、外周 10mm 部分を切削し、周期的に突起が並ぶように加工した。さらに表面を研磨した 2 枚の載荷板 (30mm 厚の鋼板) によって、

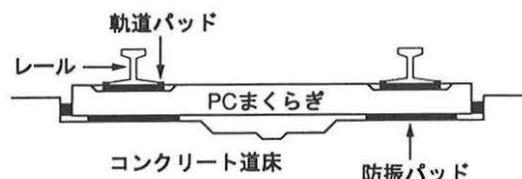


図 1 防振パッドの設置位置

加工されたパッドを挟み込み、上下両面を接着して共試体を作成した。

圧縮荷重は最大 300kN まで、50kN/min の載荷速度で作用させた。なお、載荷実験においては 0 → 300kN の定速載荷・除荷を 4 サイクル繰り返し、荷重と変位をそれぞれロードセル・変位計を用いて測定した。

3. ゴム材料の解析モデル

載荷時に防振パッドには大きなひずみが生じる。ゴム物質の大変形挙動を適切に表現するため、有限変形に対応した非圧縮超弾性体を解析モデルとして用いる。超弾性体の弾性ポテンシャル関数 W の定式化に際し、低減不変量を用いた Mooney-Rivlin 体³⁾モデルを用いる。

$$W = c_1(I_c III_c^{-1/3} - 3) + c_2(II_c III_c^{-2/3} - 3) \quad (1)$$

ここで、 I_c , II_c , III_c は右 Cauchy-Green 変形テンソル $C = F \cdot F^T$ の主不変量である。また、 F は変形勾配テンソル、 c_1 , c_2 は 2. に述べた圧縮試験から定められる定数である。

物体内部に生じる Cauchy 応力を \mathbf{T} とすると次式を得る⁴⁾.

$$\begin{aligned} \mathbf{T} &= p\mathbf{I} + \frac{2}{J}\mathbf{F} \cdot \frac{\partial W}{\partial \mathbf{C}} \cdot \mathbf{F}^T \\ &= p\mathbf{I} + \tilde{\mathbf{T}} \end{aligned} \quad (2)$$

ここで、 p は境界条件から定まる不定静水圧で、 J は体積変化率 ($J = \det \mathbf{F}$) である。

物体の変形を Lagrange 的に記述する場合、座標系も物体の変形に伴って変形する。仮想仕事式の定式化には、変形前の座標系を参照する total Lagrange 法と、変形時の座標系を参照する updated Lagrange 法がある。超弾性体の場合、定式化の簡易性から通常 total Lagrange 法による解法が一般に用いられる。しかし、ここでは大変形時のメッシュ更新の容易さなどの理由で updated Lagrange 法を用いた定式化を採る。

対象としている物体の現配置における領域と境界をそれぞれ v, Γ で表すと、力のつり合いは次の仮想仕事式で与えられる。

$$\begin{aligned} \int_v \tilde{\mathbf{T}} : (\mathbf{u}^* \otimes \nabla_x) dv + \int_v p(\nabla_x \cdot \mathbf{u}^*) dv \\ = \int_\Gamma \mathbf{n} \cdot \mathbf{T} \cdot \mathbf{u}^* d\Gamma, \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \int_v \frac{1}{J} (J-1) p^* dv \\ + \sum_{e=1}^{ne} \int_{v^e} (\nabla_x p) \cdot \beta \cdot (\nabla_x p^*) dv = 0 \end{aligned} \quad (4)$$

ここで、 \mathbf{u}^*, p^* はそれぞれ変位 \mathbf{u} 、圧力 p に関する試験関数、 ∇_x は現配置において定義されるナブラ演算子である。また、 \mathbf{n} は Γ 上での単位外向き法線ベクトルである。なお、本研究では非圧縮超弾性体の解析に際し、不適切な要素選択による圧力振動を抑える目的で、式(4)第2項の安定化項⁵⁾を付加している。ここで β は次式により要素毎に与えられるものとする。

$$\beta = -\frac{\alpha h_{e_i}^2}{2\mu} \delta_{ij} \mathbf{e}_i \otimes \mathbf{e}_j, \quad \alpha > 0 \quad (5)$$

α は無次元量の安定化パラメータであり、 h_{e_i} は有限要素領域の \mathbf{e}_i 方向の代表長さである。また、 μ は局所的なせん断弾性係数である。なお、解析においては、式(3)(4)が非線形方程式であることを考慮し、Newton-Raphson 法による増分計算によって、 \mathbf{u} と p を計算する。

4. 実験と解析の比較

実験と解析の双方で得られた押し込み変位を比較し、解析モデルの再現性を検証する。なお、パッド表面には十分な数の突起が周期的かつ上下対称に配置されていることを考慮し、突起1つ分の1/8の領域を解析領域として設定し

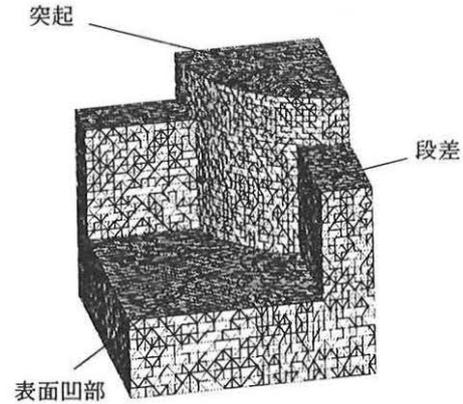


図2 解析メッシュ(公称バネ定数 5MN/m の防振パッド)

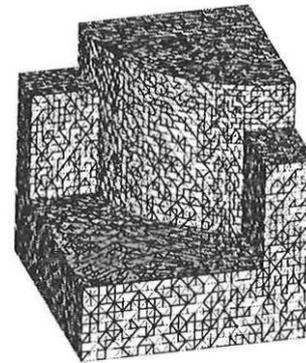


図3 解析メッシュ(公称バネ定数 8MN/m の防振パッド)

た。図2, 3, 4は、公称バネ定数が異なる3種類のパッドの解析モデル、およびその有限要素分割を示したものである。

なお、有限要素分割は4節点四面体要素を用いて、26055節点・119616要素(5MN/m)、29059節点・133120要素(8MN/m)、12975節点・59784要素(15MN/m)で与えた。

図5は荷重-変位関係の実測値と解析値を示したものである。実測において荷重が小さい時は、表面に突起が設けられているためにパッドの自由表面積が大きく、比較的大きな変形が許容される。しかし、荷重が大きくなると変形により突起間の空隙が小さくなり、材料間の接触が発生する。その際、ゴムの非圧縮性によりパッドの剛性は高くなっていく傾向を示している。

一方、解析は変位制御で行なったものの、変位増分を小さくしてもパッド厚約12%(15MN/m)、約28%(8MN/m)、約33%(5MN/m)の変位が生じた段階で解析の続行が不可能となった。これは、変形の進展に伴い要素のゆがみが著しくなること、接触を評価していないことが原因として考えられる。要素のゆがみに関しては、リメッシング手法

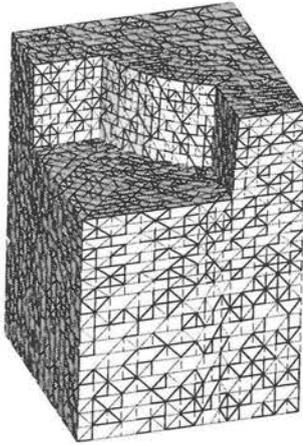


図4 解析メッシュ(公称バネ定数 15MN/mの防振パッド)

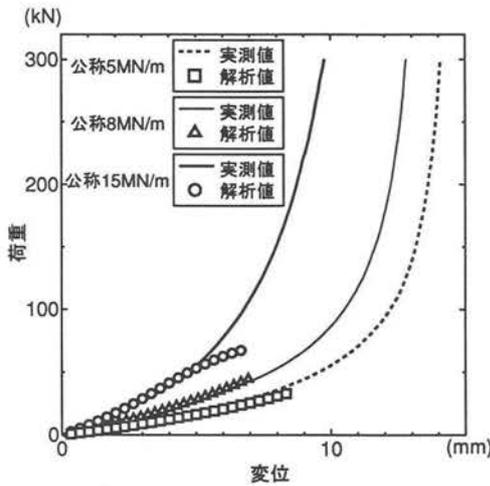


図5 圧縮荷重試験と解析結果(公称バネ定数 8MN/mの防振パッド)

や ALE 法を用いることにより対処可能に思われる。しかし、これらの手法を用いても材料間の接触は表現できない。今後の課題としては、大変形時においても安定解析が可能で、かつ要素間接触を容易に評価できる手法の構築が挙げられる。

なお図5より、計算停止前については実測の荷重-変位関係を適切に再現できることが確認できる。

5. 内部応力と変形状態

公称バネ定数 8MN/m と 15MN/m の防振パッドに対して、発生する応力の分布および変形状態の把握を試みる。各パッドに 3mm の圧縮変位を与えた時点までを対象に、解析を実施した。

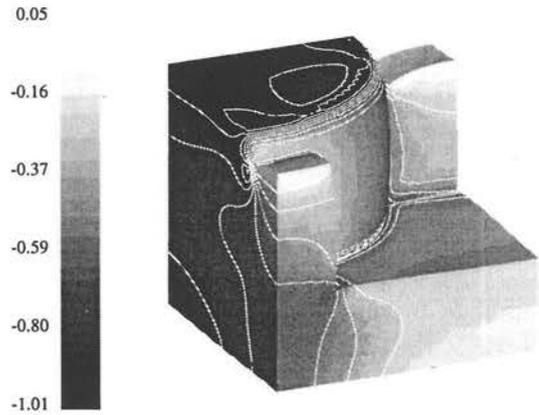


図6 押し込み変位 3mm 時の静水圧分布(公称バネ定数 8MN/mの防振パッド, 単位: N/mm², 引張りを正.)

5.1 公称バネ定数 8MN/m の防振パッド

公称バネ定数 8MN/m の防振パッド内部に発生する静水圧分布を図6に、 J_2 応力の分布を図7に示す。ここで、静水圧は引っ張りを正と定義しており、 J_2 応力は Cauchy 応力の偏差応力テンソルの第二不変量である。

まず、変形状態について見ると、ゴムの非圧縮性により突起側面が膨らみ、表面凹部が盛り上がる様子が確認できる。また、隅角部に大きな変形が集中して発生していることがわかる。

静水圧応力は荷重面付近に大きな圧縮成分を有している。段差と突起の付け根部分においても、比較的大きな値が確認できる。なお、最大静水圧は荷重面の縁部に分布している。

J_2 応力は突起の縁部と段差の隅角部において大きな値を示している。なお、最大応力は突起の縁部に現れ、突起と表面凹部との隅角部においても大きな応力値が現れた。これらのことより、共用時に荷重が繰り返し作用することにより、突起の縁部や各隅角部において、材料の損傷や磨耗が顕著に現れることが予測できる。

なお、要素間接触を考慮していないため、解析では段差と突起の付け根付近で要素の食い込みが生じていた。したがって、接触を適切に評価する場合、要素の食い込みが許容されないため、本解析結果よりも静水圧および J_2 応力の値が大きくなる可能性がある。

5.2 公称バネ定数 15MN/m の防振パッド

公称バネ定数 15MN/m の防振パッド内部に発生する静水圧分布を図8に、 J_2 応力の分布を図9に示す。

8MN/m のパッドと比べ、表面凹部の張り出しが大きく隅角部の食い込みも著しいことなど、ゴムの非圧縮性による影響がより明確に現れている。

静水圧応力は荷重面全体で大きな値を示しており、段差部付近の圧力上昇も大きい。なお、最大静水圧は突起側面から少し離れた荷重面で生じている。

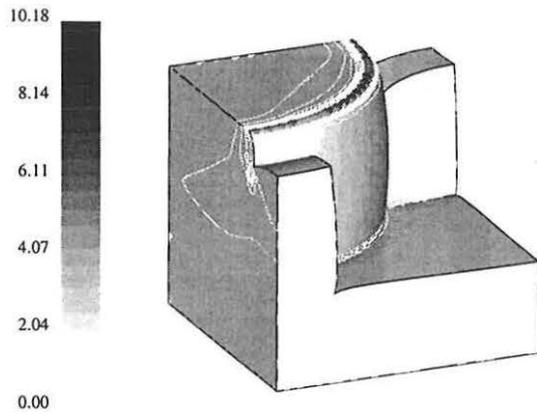


図 7 押し込み変位 3mm 時の J_2 応力分布 (公称バネ定数 8MN/m の防振パッド, 単位: N/mm²)

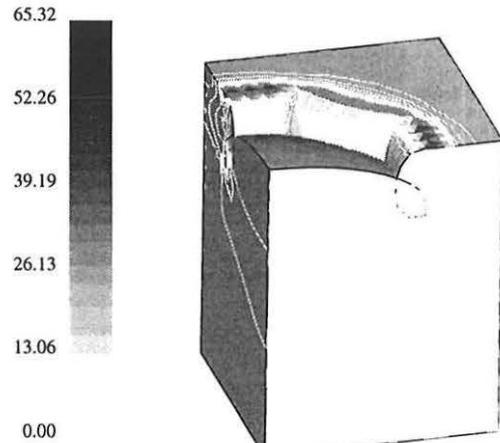


図 9 押し込み変位 3mm 時の J_2 応力分布 (公称バネ定数 15MN/m の防振パッド, 単位: N/mm²)

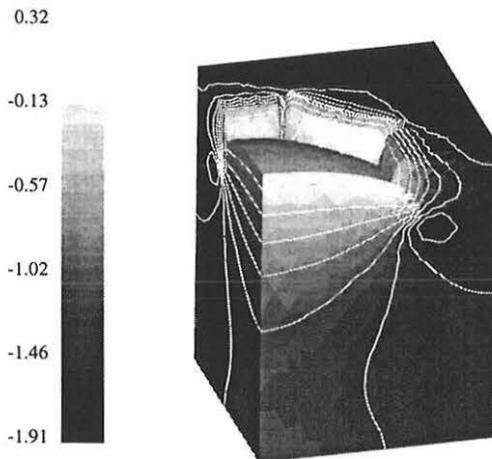


図 8 押し込み変位 3mm 時の静水圧分布 (公称バネ定数 15MN/m の防振パッド, 単位: N/mm², 引張りを正.)

J_2 応力は突起の縁部において著大な値を示すことが確認できる。最大応力も突起の縁部に現れ、8MN/m のものと同様に縁に沿って分布している。ただし 8MN/m のパッドに比べ、公称バネ定数が約二倍であるため、同一の圧縮変位下で約 6.5 倍の最大応力が発生している。

8MN/m のパッドと同様に、段差と突起の付け根付近で要素の食い込みが生じている。窪み部分の体積が少ないこともあり、貫入量は非常に多い。よって、要素間接触を適切に考慮した場合、静水圧および J_2 応力の値がより一層増える可能性が高い。

6. おわりに

本研究では、防振パッドの大変形有限要素解析を通し、その力学挙動の把握を試みた。解析の妥当性を確認するため、現行防振パッドの静的一軸圧縮試験を実施した。その結果、実験における荷重-変位関係を完全に再現するまでには至らなかったが、一軸圧縮ひずみ 10~30%程度まではほぼ適切に再現することができた。ゴム内部に発生する静水圧は、載荷面で大きな値を示すことがわかった。最大静水圧は載荷面の突起縁部から若干離れた場所に現れた。 J_2 応力については、載荷面の突起縁部に沿って著大な応力集中が認められた。また、段差部においても隅角部に沿って大きな応力が発生していた。

なお、今回の研究では材料間の接触を考慮していない。そのため、変形が大きな領域では、要素が他の要素に食い込むような不自然な変形が生じていた。そのため接触が生じる可能性のある領域では、応力が過小評価されている可能性がある。今後は、材料間の接触や摩擦滑りを考慮した適切な接触モデルを選定し、変形解析の質をさらに向上させる必要がある。

参考文献

- 1) 西宮裕騎他: 多目的 GA を用いた地下鉄軌道防振対策の最適化に関する研究, 境界要素法論文集, Vol.21, pp33-38, 2004.
- 2) 阿部則次他: 軌道パッドの応力解析, 土木学会第 44 回年次学術講演会, pp548-549, 1989.
- 3) 渡辺浩志他: 超弾性体の混合型有限要素解析に関する基礎的検討, 日本機械学会論文集 (A 編), 62 巻 595 号, pp745-752, 1996.
- 4) 久田俊明他: 非線形有限要素法の基礎と応用, 丸善, 1995.
- 5) Klaas, O., et al.: A stabilized mixed finite element method for finite elasticity, Comput. Methods Appl. Mech. Engrg. 180, pp65-79, 1999.