

S8-3-2

地下鉄トンネルから放射される 波動の地盤内伝播特性

○[土] 加藤 宏輝 (新潟大学), [土] 阿部 和久 (新潟大学), [土] 古田 勝 (東京都交通局)

GROUND-BORNE WAVES RADIATED FROM SUBWAY TUNNELS

Hiroaki KATO, Kazuhisa ABE and Masaru FURUTA

Ground-surface vibrations caused by waves generated at subway tunnels are investigated. The extraction of ground-borne waves radiated from the tunnel is attempted via the far field approximation of the integral representation. Through the numerical analysis it is found that the waves transmitted from the tunnel to the ground surface is dominated by transverse waves, and they possess the directivity and the dependency on frequencies. The strong vibration zone may arise on the ground surface from these characteristics. While the location of the zone will be governed by the superposition of various waves at frequencies of 40Hz or lower, the profile of amplitude can be estimated at higher frequencies.

キーワード：地下鉄，遠方場近似，放射波動

Key words：subway track, far field approximation, radiated waves

1. はじめに

近年，都市部の開発は過密化を窮め，地下域も既に重要な都市空間の一部となっている．そのため，さらなる開発には，今後大深度域への拡張が必至になるものと考えられる．このような状況は鉄道においても例外ではない．都市鉄道は言うまでもなく，都市間を繋ぐ高速鉄道の新規開発においても到達時間短縮には構造物が輻輳する地上を避ける必要があり，大深度地下域の活用は重要な鍵となる．

以上の点に鑑み，著者らは文献1)において，地下鉄道の深度と列車走行速度とがトンネルや地盤の振動応答に及ぼす影響について2.5次元解析に基づき検討を行った．その結果，地表面変位振幅について見ると，トンネル直上から離れた領域にピークが現れることがわかった．また，このピーク位置がトンネル深度の増加と共にトンネル直上からより遠くに分布する傾向が認められた．

上述の現象の発生機構や特性をより明らかにすることは，地下鉄道の防振対策において有用な知見を与え得るものと思われる．そこで，本研究ではトンネル加振に伴い地盤中に放射される波動場に着目し，それと当該の増幅特性との関連について考察する．なお，ここでは，この現象が二次元場においても認められていることから，二次元問題を対象に議論を進める．また，文献1)では成層地盤を想定したが，条件を簡略化する目的で半無限一様地盤中に設置された円形トンネルを解析対象とする．

2. トンネル・半無限一様地盤の二次元解析

2.1 解析条件

トンネル・地盤の解析条件を図-1に示す．トンネルは単線シールドトンネルを想定し，内径6.2m，厚さ25cmの円形断面とした．また，道床はコンクリート道床とし，トンネル覆工と道床(含インバート)の物性値は過去の解析経験²⁾に

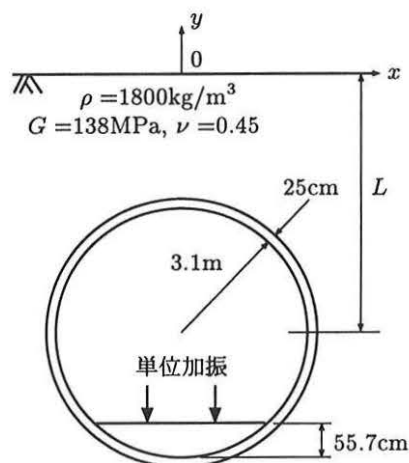


図-1 トンネル・地盤の解析条件

基づき，せん断弾性係数を1435MPa，ポアソン比を0.26，質量密度を2300kg/m³と設定した．外力は道床上面鉛直方向に作用する一対の単位定常加振により与えた．地盤は前述のとおり一様半無限場とし，せん断弾性係数を138MPa，ポアソン比を0.45，質量密度を1800kg/m³とした．

解析に際し，トンネルおよびその周辺地盤を有限要素により離散化し，その外部の半無限領域を境界要素法により与えた．以下の解析においてトンネル深さは $L=15\text{m}$ と 30m の2ケースとした．また，地下鉄軌道の主要振動成分が30～70Hzの範囲内に存在することから，加振周波数を40Hzと60Hzの2種類に設定した．なお，トンネル・地盤共に減衰定数は0.05とし，複素剛性により与えた．

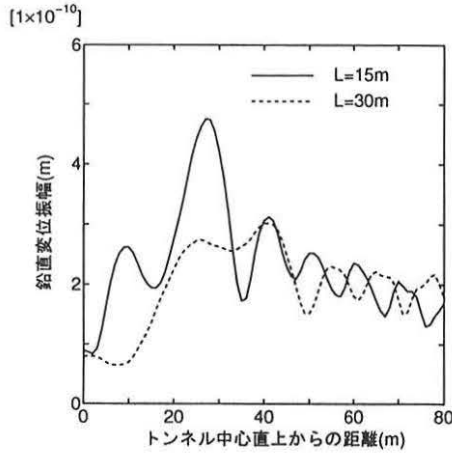


図-2 地表面変位振幅：加振周波数 40Hz

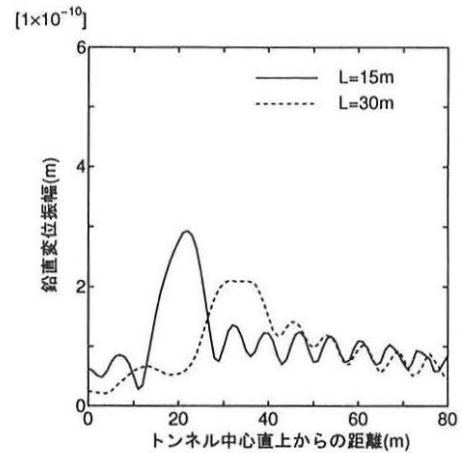


図-3 地表面変位振幅：加振周波数 60Hz

2.2 解析結果

地盤における鉛直変位振幅の分布を図-2, 3 に示す。加振周波数 40Hz の場合、トンネル深さ $L=15\text{m}$ では振幅のピークがトンネル中心直上から 20~30m の範囲に位置しているのに対し、 $L=30\text{m}$ ではそれが 30~40m 前後に分布しており、ピーク位置がトンネル深度と共にシフトする点において文献 1) における 2.5 次元解析結果と符合している。なお、文献 1) では、 $L=30\text{m}$ でのピーク位置において振動振幅の大小関係が $L=15\text{m}$ と 30m とで逆転する結果が得られたが、図-2 においてはそれほど顕著な傾向は認められていない。一方、加振周波数 60Hz の場合においては、ピーク位置とトンネル深さの対応関係および振動振幅の逆転現象のいずれもが明瞭に現れている。ただし、ピーク位置の周波数間での相違について見ると、40Hz 加振の場合の方が、60Hz の場合に比べ 5~10m 程度遠方に位置していることがわかる。なお、ピーク以遠における変位振幅にはトンネル深さの違いによる差異は特段認められない。ちなみに、この傾向は 2.5 次元解析においても確認されており、一般にピークの発生位置より遠方においてはトンネル深さの影響は無視し得る程度であると考えられる。

3. 放射波動の遠方場近似

2.2 に示した解析結果について考察を進める際に、トンネルから地表面に伝わる放射波動特性を明らかにする必要がある。そこで当該波動の遠方場におけるパワー特性の評価を試みる。

物体から放射される波動の遠方場近似は、き裂のような損傷や介在物などからの散乱波の把握を目的とした弾性波動解析において古くから用いられている。ここでは本研究に用いた遠方放射波動場の近似評価について、その概略を説明する。なお、トンネルから放射される波動場の評価が目的であるので、地表面からの反射波などは考慮せず、二次元無限場を対象とする。

ある閉境界 Γ を考える。例えば 2. に示した解析であれば

トンネル周囲に配置された境界要素から成る境界がこれに対応する。 Γ から放射される波動場は次の積分表現式で書き表すことができる。

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}) = - \int_{\Gamma} \mathbf{p}^*(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \cdot \mathbf{u}(\mathbf{y}) d\Gamma_y + \int_{\Gamma} \mathbf{u}^*(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \cdot \mathbf{p}(\mathbf{y}) d\Gamma_y \quad (1)$$

ここで、 $\mathbf{u}(\mathbf{x})$ は Γ の外部無限領域内の点 $\mathbf{x}$ における変位、 $\mathbf{u}^*, \mathbf{p}^*$ は周波数空間における基本解とその表面力成分、 $\mathbf{y}$ は Γ 上の点であり積分は $\mathbf{y}$ について行うものとする。

今、原点 o からソース点 $\mathbf{x}$ までの距離 x が o から積分点 $\mathbf{y}$ までの距離 y に比べて十分に大きいものとする、基本解 $\mathbf{u}^*, \mathbf{p}^*$ の遠方場近似が次式により与えられる³⁾。

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{u}^* &\cong \mathbf{A}^T e^{-ik_T \alpha} \mathbf{g}(x, k_T) + \mathbf{A}^L e^{-ik_L \alpha} \mathbf{g}(x, k_L) \\ \mathbf{p}^* &\cong -\mathbf{B}^T \cdot \mathbf{n} e^{-ik_T \alpha} \mathbf{g}(x, k_T) - \mathbf{B}^L \cdot \mathbf{n} e^{-ik_L \alpha} \mathbf{g}(x, k_L) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

ここで、 k_T, k_L は横波と縦波に対する波数、 $\mathbf{n}$ は Γ 上の単位外向き法線ベクトル、 $\alpha = \hat{\mathbf{x}} \cdot \mathbf{y}$ であり、 $\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{x}/|\mathbf{x}|$ である。また、 $\mathbf{A}^T, \dots, \mathbf{B}^L, \mathbf{g}$ は次式で定義される。

$$\begin{aligned} A_{jk}^T &= \frac{1}{\mu} (\delta_{jk} - \hat{x}_j \hat{x}_k), \\ A_{jk}^L &= \frac{\kappa^2}{\mu} \hat{x}_j \hat{x}_k, \\ B_{jkl}^T &= ik_T (\delta_{jk} \hat{x}_l + \delta_{jl} \hat{x}_k - 2\hat{x}_j \hat{x}_k \hat{x}_l), \\ B_{jkl}^L &= ik_L \{ 2\kappa^2 \hat{x}_k \hat{x}_l + (1 - 2\kappa^2) \delta_{kl} \} \hat{x}_j, \\ g(x, k) &= \frac{e^{i(kx + \frac{\pi}{4})}}{\sqrt{8\pi kx}} \end{aligned} \quad (3)$$

なお、式 (3) で $\kappa^2 = (k_L/k_T)^2 = \mu/(\lambda + 2\mu)$ 、 λ, μ は Lamé 定数である。式 (2) を (1) に代入して変位 $\mathbf{u}$ の遠方場近似式を得る。

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}) \cong \Omega^T g(x, k_T) + \Omega^L g(x, k_L) := \mathbf{u}^T + \mathbf{u}^L \quad (4)$$

ここで右辺の各項 $\mathbf{u}^T, \mathbf{u}^L$ はそれぞれ横波と縦波成分を与える。なお、 Ω^T, Ω^L は次式で定義される。

$$\begin{aligned}\Omega^T &= \mathbf{A} \cdot \int_{\Gamma} \mathbf{p} e^{-ik_T \alpha} d\Gamma_y \\ &\quad + \mathbf{B}^T : \int_{\Gamma} (\mathbf{u} \otimes \mathbf{n}) e^{-ik_T \alpha} d\Gamma_y, \\ \Omega^L &= \mathbf{A} \cdot \int_{\Gamma} \mathbf{p} e^{-ik_L \alpha} d\Gamma_y \\ &\quad + \mathbf{B}^L : \int_{\Gamma} (\mathbf{u} \otimes \mathbf{n}) e^{-ik_L \alpha} d\Gamma_y\end{aligned}\quad (5)$$

また、半径 x の円形境界上における表面力 $\hat{\mathbf{p}}$ の遠方場近似は次式により与えられる。

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{p}}^T &= i\mu k_T \mathbf{u}^T, \\ \hat{\mathbf{p}}^L &= ik_L [(\lambda + \mu)(\hat{\mathbf{x}} \cdot \mathbf{u}^L)\hat{\mathbf{x}} + \mu \mathbf{u}^L]\end{aligned}\quad (6)$$

以上より、半径 x の円形境界上における単位開き角当りの平均パワー $P_\theta(\omega)$ は次式により与えられる。

$$\begin{aligned}P_\theta(\omega) &= x \langle \hat{\mathbf{p}} \cdot \dot{\mathbf{u}} \rangle \\ &= -\frac{\omega x}{2} \text{Im}(\hat{\mathbf{p}} \cdot \bar{\mathbf{u}}) \\ &= -\frac{\omega x}{2} \text{Im}(\hat{\mathbf{p}}^T \cdot \bar{\mathbf{u}}^T + \hat{\mathbf{p}}^L \cdot \bar{\mathbf{u}}^L)\end{aligned}\quad (7)$$

ここで ω は円振動数、 $\dot{\mathbf{u}}$ は変位速度、 $\langle \cdot \rangle$ は時間平均、 $\bar{\mathbf{u}}$ は $\mathbf{u}$ の複素共役、 $\text{Im}(\cdot)$ は $(\cdot)$ の虚部である。式 (4)、(6) より $\hat{\mathbf{p}} \cdot \bar{\mathbf{u}}$ は $1/x$ に比例することがわかる。また $e^{i(kx + \frac{\pi}{4})}$ に関する項は $\hat{\mathbf{p}} \cdot \bar{\mathbf{u}}$ において相殺される。したがって、 $P_\theta(\omega)$ は x を全く含まず、放射方向 $\hat{\mathbf{x}}$ のみに依存するものとなる。さらに式 (7) から、放射波動の平均パワーは横波および縦波の各成分からの寄与に分解できることとなる。

4. 遠方放射波動近似に基づく考察

4.1 遠方放射波動における平均パワー

2. に示した二次元解析結果に対し、3. に述べた遠方場近似を適用した。トンネルから放射される波動の遠方場での平均パワーを図-4、5 に示す。図は原点から放射方向に見て、その方向にどれだけの平均パワーが放射されているのかを示したものである。なお、放射パターンは左右対称となるので右半分のみ示した。図には全波動成分に合わせ横波成分と縦波成分についても示してある。図より、加振周波数によらず、縦波成分は主にトンネル下方向に放射されており、地表面にはほとんど到達していないことがわかる。また、横波成分もそのエネルギーの多くは主にトンネル斜め下方向に放射されているが、地表面方向にも幾らか伝播している。その方向に縦波成分がほとんど放射されていないことから、地表面に到達する波動は主に横波成分から構成されていることがわかる。さらに、地表面に向かって放射される平均パワー分布には強い指向性が認められる。40Hz 加振では鉛直軸から斜め 25° 方向に集中しているが、60Hz 加振においては 20° と約 55° の2方向にそれが現れている。ちなみに周波数の増加と共により多くの方向に分岐する傾向が認められた。

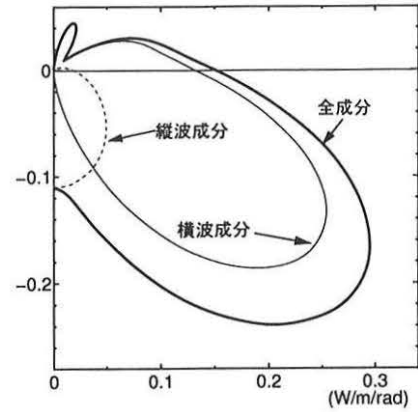


図-4 放射平均パワー：加振周波数 40Hz

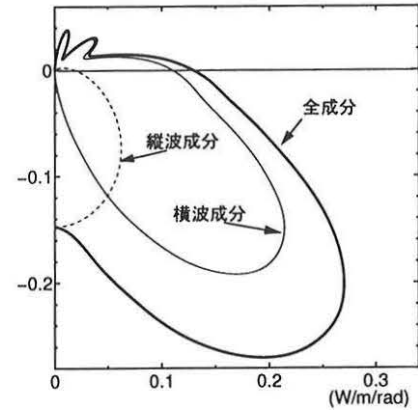


図-5 放射平均パワー：加振周波数 60Hz

4.2 遠方放射波動近似に基づく地表面応答の評価

前述のように、トンネルから地表面に向かって放射される波動は主に横波成分であり、強い指向性を有する。この事実は地表面に認められた応答特性と何らかの関連を持つものと思われる。そこで、議論をできるだけ簡潔にするため遠方放射波動近似の横波成分のみ抽出し、それが到達する地表面上の各点において、当該の横波と同一振幅の平面SV波が入射されたものと想定し変位振幅を求めてみる。

遠方放射波動近似の横波成分を入射平面波に想定して求めた変位振幅を図-6～9 に示す。図には比較のため、2. に求めた地表面変位振幅も合わせて示した。40Hz 加振においては、鉛直軸から斜め 25° 方向に放射された波動による変位応答のピークが遠方場近似を用いたものには明瞭に現れているが、二次元解析ではそれより遠方にさらに大きなピークが存在している。本来、平面波入射に対する応答は、地表面全域に同一平面波を入射して得られるものである。上述の差異は、その近似が成立し得ないことを意味しており、当該ピークの発生が地表面の各点に到達した波動の入射角や振幅の違いに起因する波動の重畳効果によるものであると考えられる。

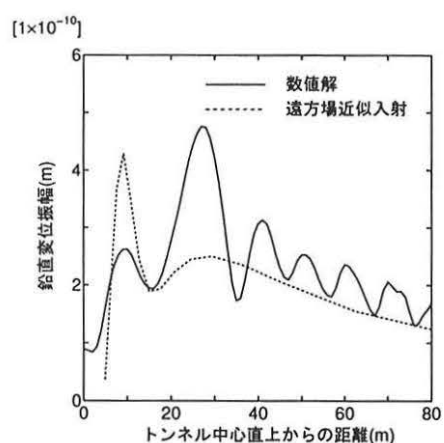


図-6 地表面変位振幅:加振周波数 40Hz, トンネル深さ 15m

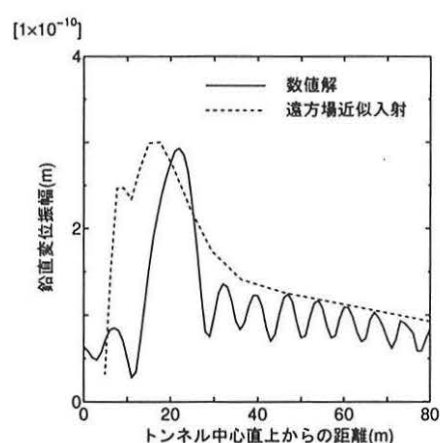


図-8 地表面変位振幅:加振周波数 60Hz, トンネル深さ 15m

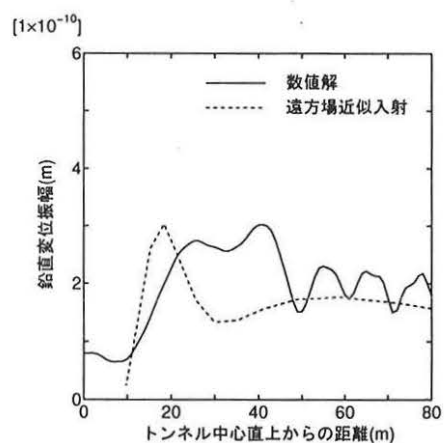


図-7 地表面変位振幅:加振周波数 40Hz, トンネル深さ 30m

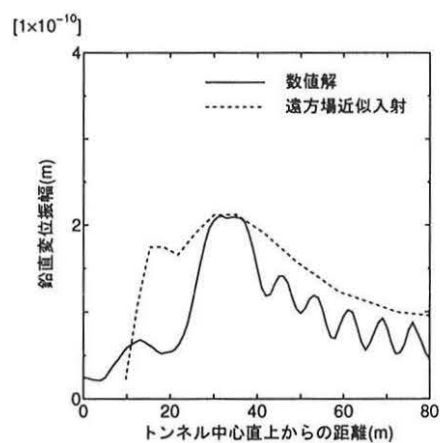


図-9 地表面変位振幅:加振周波数 60Hz, トンネル深さ 30m

次に 60Hz 加振について見ると、40Hz の場合に比べ二次元解析との対応は概ね良好なものとなっている。特に最大ピークの発生位置とその値について比較的良好な一致が認められる。これは、40Hz の場合に比べ入射波長が短く、入射角や振幅・位相等の空間変動の影響が相対的に低減され、その結果平面波入射が近似的に成立したことによるものと思われる。また、このことは、60Hz 以上の高周波成分に関しては、遠方放射波動近似で認められた指向性に基づき、地表面変位のピーク位置が十分評価可能なことを意味しており、トンネル深さに比例してその位置が移動することが結論づけられる。なお、ピーク発生位置以遠においては周波数によらず変位振幅が適切に近似評価されている。

5. おわりに

トンネル加振が地表面変位に及ぼす影響について考察した。検討に当り二次元モデルを対象に、トンネルから放射される波動の遠方場近似を求めた。その結果、トンネルから地表面に到達する波動は主に横波成分であること、および

その放射には強い指向性が存在しており、それは周波数に依存することがわかった。また、トンネル直上から離れた位置に発生する変位振幅のピークは、少なくとも 40Hz 以下の周波数帯においては、トンネルからの放射波の主要な伝播方向とは必ずしも一致せず、それより遠方に存在し得ることがわかった。なお、その原因としては、表面に入射する波動や表面波などの重畳効果が考えられる。一方、60Hz 以上の周波数域においては、放射波の遠方場近似より得た SV 波成分に対応する平面波入射時の変位応答により振幅のピーク位置や大きさ、分布が評価可能であることがわかった。

参考文献

- 1) 阿部和久, 加藤宏輝, 古田 勝: 列車走行荷重を受けるトンネル・地盤系の動的応答解析, 鉄道力学論文集, 8, 47-52, 2004.
- 2) 阿部和久, 佐藤大輔, 古田 勝: 地下鉄軌道における各種防振対策の解析的検討, 鉄道力学論文集, 第 7 号, 7-12, 2003.
- 3) 小林昭一 編著: 波動解析と境界要素法, 京都大学学術出版会, 2000.