

S8-2-6. 舟体間隔および舟体のローリングを考慮したパンタグラフの追従振幅評価

〔機〕 ○ 池田 充 (鉄道総研)

Estimation of pantograph compliance characteristics by using dynamic model with rolling motion of panheads

Mitsuru IKEDA (Railway Technical Research Institute)

The compliance characteristics of a pantograph are representative index of dynamical contact performance, which is estimated by using discrete dynamic models of a pantograph. Since the currently-used models describe a pair of panheads simply as a concentrated mass, the effect of rolling motion of each panhead or the distance between the two panheads on the compliance characteristics is neglected. In this paper, the author proposes a more precise model that reproduces the effect of rolling motion and the distance between the two panheads. As a result of excitation tests of a pantograph, the estimated compliance characteristics using this model agree well with measurements.

キーワード: パンタグラフ 舟体 追従振幅 モデル化 ローリング

Key Words: Pantograph, Panhead, Compliance characteristics, Dynamic model, Rolling motion

1.はじめに

追従振幅はパンタグラフの集電性能を評価する代表的指標である。追従振幅とはパンタグラフのコンプライアンスに静押上力を乗じたものであり、摺動面に単一な波数の凹凸を有する剛な架線をパンタグラフが走行する際に離線を開始する凹凸振幅を意味している。

追従振幅の数値的な算出は、パンタグラフを離散的なばね-質点系としてモデル化し、その動特性を計算することによって行われる。しかし従来のパンタグラフモデルでは舟体全体を1つの質点として表現しているため、舟体間隔や舟体のローリング運動が追従振幅に与える影響を調べることはできなかった。例えば、実際には架線の左右偏位に応じてパンタグラフと架線との摺動位置が変化し、追従振幅の大きさも変わるにもかかわらず、これを評価することができなかった。そこで、これらを考慮に入れた追従振幅の評価手法について検討を行った。

2.追従振幅算出のためのパンタグラフモデル

図1は今回解析対象とした在来線用パンタグラフであり、2本の独立支持された舟体を有している。このパンタグラフはいわゆる3元系パンタグラフであり、従来の解析では図2のように3個の質点とこれを連結するばね、ダンパとしてモデル化される。そのため、舟体のローリングや前後の舟体が独立して運動することは考慮されていない。そこで本論文では、これらの影響を考慮するため、図3に示すモデルを用いて解析を行った。このモデルは2本の

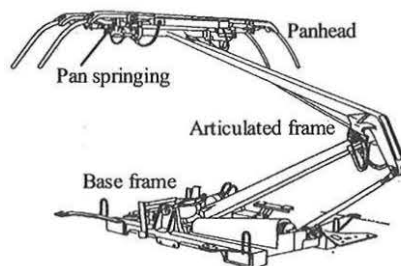


Fig.1 Schematic view of pantograph

舟体の各上下変位とローリング方向の回転変位を考慮に入れたものである。そのため、舟体を支持する復元ばねも、従来のように1つのばねとしてモデル化するのではなく、図3に示すように各舟体の左右に独立したばねを配置している。

3.追従振幅の算出法

以下に図3のモデルを用いた追従振幅の算出法について述べる。

まず、舟体1の上下並進運動ならびに回転運動に関する運動方程式は以下のように記述される。

$$\begin{aligned} m_1 \ddot{x}_1 + 2c_1(\dot{x}_1 - \dot{x}_3) + 2k_1(x_1 - x_3) &= -f_1 \\ I_1 \ddot{\theta}_1 + 2c_1 l^2 \dot{\theta}_1 + 2k_1 l^2 \theta_1 &= -l_c f_1 \end{aligned} \quad (1)$$

ここで m_1 , I_1 は舟体1の質量およびローリング方向の慣性モーメント, f_1 は舟体1が架線から受ける接触力, k_1 , c_1

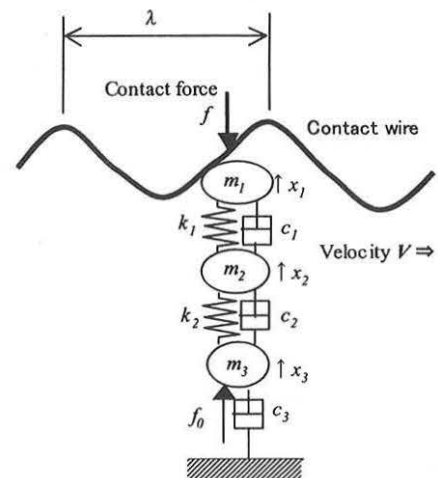


Fig.2 Currently-used pantograph model (3-DOF system)

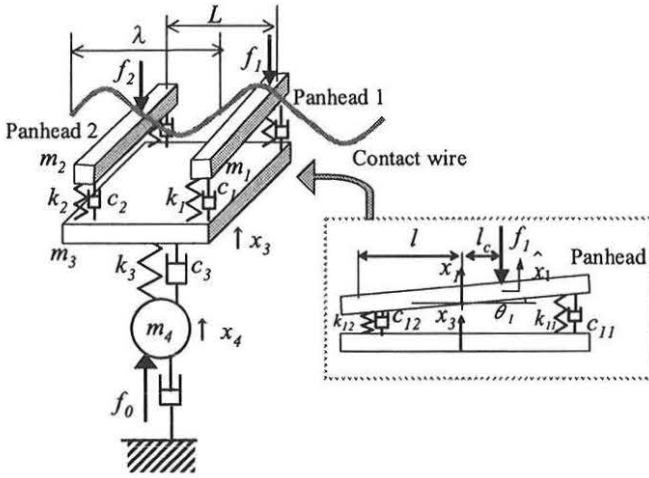


Fig.3 Pantograph model to estimate influence of rolling motion of panhead and distance between panheads

は各復元ばねのばね定数および減衰定数である。舟体 1 の上下変位 x_1 、回転変位 θ_1 の定義は図 3 に従うものとし、舟体の重心と図心とは一致しているものとする。また、舟体と架線の接触点の上下変位 $\hat{x}_1$ は

$$\hat{x}_1 = x_1 + l_c \theta_1 \quad (2)$$

と表現できる。

以上の操作を舟体 2 にも同様に適用し、枠組部については従来の方法でモデル化を行うと、パンタグラフ全体の運動方程式を以下のように得ることができる。

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}\mathbf{x} = \mathbf{f} \quad (3)$$

ただし

$$\begin{aligned} \mathbf{x} &= \{\hat{x}_1, \hat{x}_2, \theta_1, \theta_2, x_3, x_4\}^T \\ \mathbf{f} &= \{-f_1, -f_2, -l_c f_1, -l_c f_2, 0, f_0\}^T \end{aligned} \quad (4)$$

であり、 $\mathbf{M}$ 、 $\mathbf{C}$ 、 $\mathbf{K}$ はそれぞれ質量行列、減衰行列、および剛性行列である。また、 f_0 は静押上力を示す。

追従振幅特性を求めるためには、定常応答のみを考えれば十分である。そこで式(3)を周波数領域における表現に書き直すと、運動方程式は形式的に次のように記述できる。

$$\mathbf{D}\hat{\mathbf{x}} = \begin{pmatrix} \mathbf{D}_{11} & \mathbf{D}_{12} \\ \mathbf{D}_{21} & \mathbf{D}_{22} \end{pmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{X}_p \\ \mathbf{X}_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{F} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

ただし、

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_p &= \{\hat{X}_1, \hat{X}_2, \Theta_1, \Theta_2\}^T \\ \mathbf{X}_f &= \{X_3, X_4\}^T \\ \mathbf{F} &= \{-F_1, -F_2, -l_c F_1, -l_c F_2\}^T \end{aligned} \quad (6)$$

であり、大文字で表現された各変数は周波数領域において記述されている。 $\mathbf{X}_p$ は舟体に関する変位を、 $\mathbf{X}_f$ は枠組に関する変位を、それぞれ表している。そこで、式(5)から $\mathbf{X}_f$ を消去することにより、舟体の変位と接触力との関係が求められる。

$$[\mathbf{D}_{11} - \mathbf{D}_{12}\mathbf{D}_{22}^{-1}\mathbf{D}_{21}]\mathbf{X}_p = \mathbf{F} \quad (7)$$

さらに式(7)を次のように部分行列に分割する。

$$\begin{pmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{pmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \Theta_1 \\ \Theta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -F_1 \\ -F_2 \\ -l_c F_1 \\ -l_c F_2 \end{bmatrix} \quad (8)$$

これから舟体の回転自由度を消去すると、各舟体の接触点における上下変位と接触力との関係を次のように得る。

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} -F_1 \\ -F_2 \end{bmatrix} &= [1 - l_c P_{12} P_{22}^{-1}] [P_{11} - P_{12} P_{22}^{-1} P_{21}] \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} \\ &\equiv \mathbf{Q} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (9)$$

いま、舟体間隔を L 、架線の凹凸波長を λ とする。すると、各舟体変位の位相差 θ_d は

$$\theta_d = \frac{L}{\lambda} 2\pi \quad (10)$$

であるから、パンタグラフ全体に作用する接触力は次式で表されることになる。

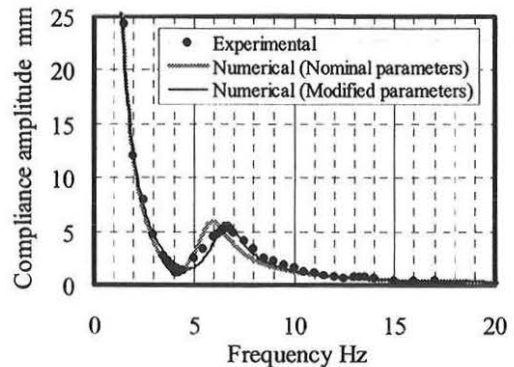
$$F_1 + F_2 = -(Q_{11} + Q_{21})X_1 - (Q_{12} + Q_{22})X_2 e^{j\theta_d} \quad (11)$$

結局、パンタグラフの追従振幅、いいかえれば押上力と同じ振幅の接触力変動を引き起こす加振変位は次式で表されることになる。

$$\left| \frac{X_1}{F_1 + F_2} \right| f_0 = \left| \frac{f_0}{(Q_{11} + Q_{21}) + (Q_{12} + Q_{22})e^{j\theta_d}} \right| \quad (12)$$

4. 架線偏位が追従振幅に与える影響

まず、図 1 に示したパンタグラフの加振試験を実施し、追従振幅を実測した。この加振試験では 2 本の舟体の各中央部を同位相で加振していることから、本実験で求められる追従振幅は、舟体間隔を 0 と見なし、さらに舟体のロー


 Fig.4 Compliance amplitude calculated by currently-used model ($l_c=0\text{mm}$)

リングを無視したモデル、すなわち従来のモデルにより求められる追随振幅に相当する。そこで、従来のモデルによって追随振幅の計算を行い、実験値と比較を行った結果が図 4 である。なお、計算に用いるパンタグラフの各定数（質量、ばね定数）は公称値（設計値）を使用した。図 4 より、計算結果は実験結果とよく一致しているが、6.8Hz 付近に見られる共振周波数近傍では若干の差が認められる。そこで、復元ばねのばね定数を修正してピークの周波数を合わせると計算結果と実験結果はほぼ一致した。したがって、以降では修正を加えた定数によって計算を行うこととする。

先述のように、舟体に対する接触力の作用位置 l_c （左右偏位方向の位置）が変わると追随振幅も変化する。この状況を図 5 に示す。この図は加振試験により求めた追随振幅特性を表しており、接触点を左右方向に変えたとき（すなわち架線偏位が変化したとき）の追随振幅の変化を示している。ただし 2 本の舟体を同位相で加振している。図 5 からわかるように、接触点が左右偏位方向に移動すると、舟体中央を加振したときには認められなかったピークが 4.2Hz 近傍に観察されるようになる。これは、舟体中央点以外でパンタグラフを加振すると、舟体のローリングモードに起因したピークが追随振幅に現れるためである。一方、架線偏位 0 の場合にも認められる 6.8Hz 近傍のピークは、舟体の上下方向の並進モードに対応する共振周波数である。そこで、図 3 のモデルを用い、舟体のローリングを考慮

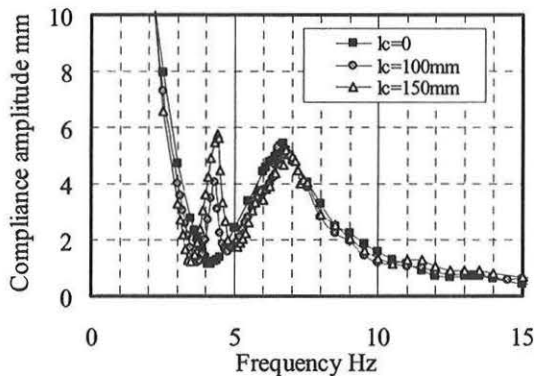


Fig.5 Compliance amplitude measured in excitation test

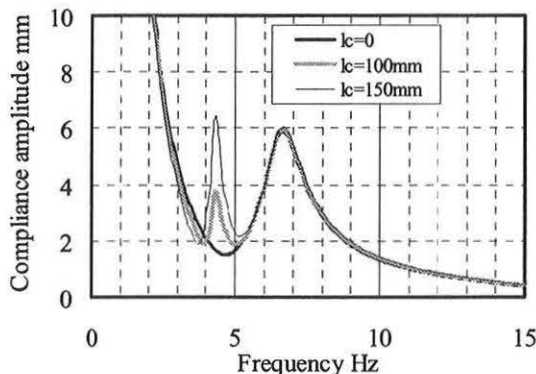


Fig.6 Compliance amplitude calculated by using improved model

した追随振幅の計算を行った。その結果を図 6 に示す。ただし、加振試験の条件に合わせるため、舟体間隔を 0 として計算している。また、舟体の慣性モーメントが不明であったため、実験で求めたローリングモードの共振周波数から慣性モーメントを同定した。図 5 と図 6 はよく一致しており、今回提案したモデルを用いれば舟体のローリングモードの影響を考慮した計算が可能であることがわかる。

以上の結果から、加振点偏位が大きい場合ほどローリングモードに起因する追随振幅のピークが高くなること、舟体の並進モードに起因する 6.8Hz 近傍のピークは加振点偏位の影響をあまり受けないこと、などがわかる。したがって、復元ばねに設けられているストップによる変位の抑制を無視すれば、20Hz 以下の低周波領域では架線偏位が大きいほど追随振幅が向上するといえる。なお、20Hz 以上の高周波領域では舟体の弾性振動の影響が強くなるため、追随振幅に対する架線偏位の影響はこのように単純な議論にはならない。

5. 舟体間隔が追随振幅に与える影響

本章では、舟体間隔と追随振幅の関係について検討する。解析対象パンタグラフは前章と同じである。

列車速度 V を 70km/h と仮定し、舟体間隔 L (0~1m) と架線凹凸波長 λ (1~5m) をそれぞれ変化させたときの追随振幅を図 3 のモデルによって計算した。その結果を図 7~8 に示す。図 7 は架線偏位が 0 の場合、図 8 は架線偏位が 150mm の場合である。なお、パンタグラフ側からみた架線凹凸周波数は V/λ Hz である。前章の議論より明らかに、架線凹凸 3m 付近(6.8Hz)に見られる追随振幅のピークは上下並進モード、架線凹凸 4.5m 付近(4.2Hz)に見られる追随振幅のピークはローリングモードの、それぞれ共振周波数に対応している。

図 7~8 には、 $\lambda=1m$, $L=0.5m$ から $\lambda=2m$, $L=1m$ にかけて、追随振幅が極大となる直線状の領域が存在する。この領域は、前後の舟体で加振周波数がちょうど逆位相となる条件に相当する。このような条件下では、計算により得られる追随振幅の値は無限大になる。しかし、現実には追随振幅が無限大にあなることはありえない。このような状況が生じる理由は、式(12)において片側の舟体のみが離線する状況を考慮していないためである。いいかえれば、式(12)では実際には片側の舟体が離線している状況であっても、これを負の接触力（架線とパンタグラフの間に吸引力が作用する状況）としてモデル化していることになる。

片側のみ離線する状況を考慮した上で追随振幅を求めるためには、2 章で示した線形系としての取扱いではなく、非線形性を考慮した計算（たとえば逐次積分など）が必要となる。しかし、片側の舟体のみが離線する条件については容易に計算可能である。これは次式によって求められる。

$$\min \left(\left| \frac{X_1}{F_1} \frac{f_0}{2} \right|, \left| \frac{X_2}{F_2} \frac{f_0}{2} \right| \right) = \min \left(\left| \frac{f_0}{Q_{11} + Q_{12}e^{j\theta}} \right|, \left| \frac{f_0}{Q_{21} + Q_{22}e^{j\theta}} \right| \right) \quad (13)$$

速度 70km/h、架線偏位 150mm の条件でこれを求めた結果を図 9 に示す。このうち図 9(a) は 2 つの舟体のうちどちらか一方が離線を開始する架線凹凸振幅を表しており、図 9(b) および (c) はそれぞれ前側と後側の舟体が離線を開始する架線凹凸振幅を示している。図 7~8 に示した結果とは異なり、前後の舟体が逆位相の接触力を受ける条件において離線開始振幅は極大値とはならない。また、前後 2 本の舟体の離線開始振幅は同一ではない。これは、接触力の位相と架線凹凸の位相との関係が前後の舟体で異なっているためである。この結果より、波長が 1m 以上の比較的長周期の架線凹凸に対しては舟体間隔の影響は小さく、ばね系や質量などのパラメータの方が追随振幅に与える影響が大きいことがわかる。

6. 結論

パンタグラフの集電性能を評価する代表的指針である追随振幅特性について、舟体間隔や舟体のローリング自由度を考慮に入れたパンタグラフモデルを用いて計算する方法を提示した。この方法により在来線用パンタグラフの追随振幅特性を計算するとともに、実験値との比較を行った。

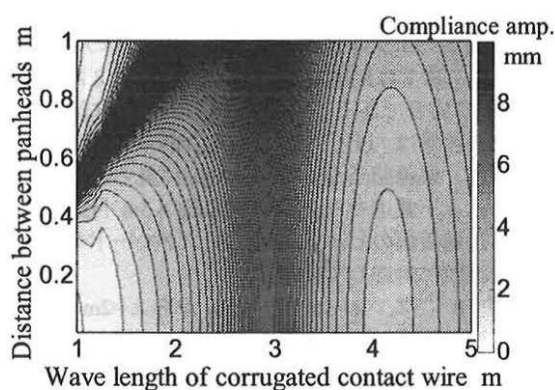


Fig.7 Influence of distance between panheads on compliance characteristics (Stagger: 0mm V=70km/h)

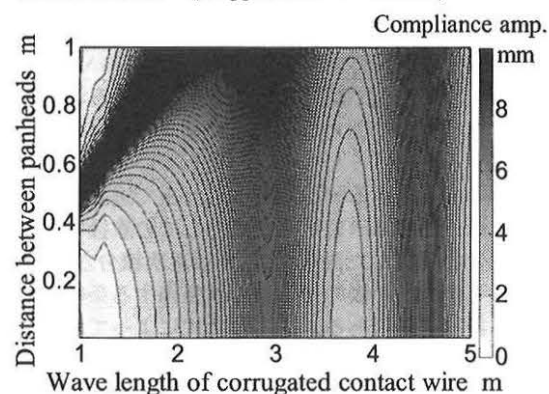


Fig.8 Influence of distance between panheads on compliance characteristics (Stagger: 150mm V=70km/h)

その結果、従来の計算モデルでは評価できない架線偏位が 0 以外の条件における追随振幅を、本モデルでは正しく表現できることを示した。さらに、架線凹凸波長と舟体間隔がパンタグラフの追随振幅にどのように影響するのかを定量的に示すことができた。

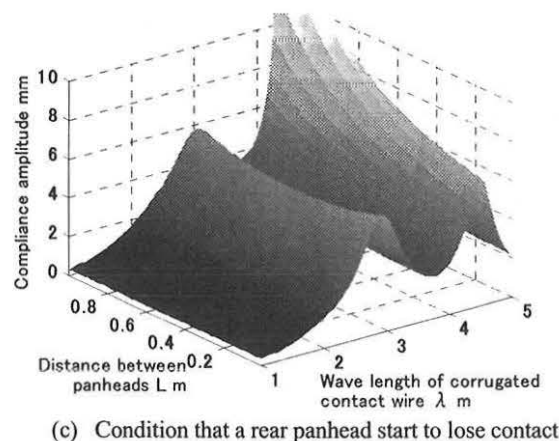
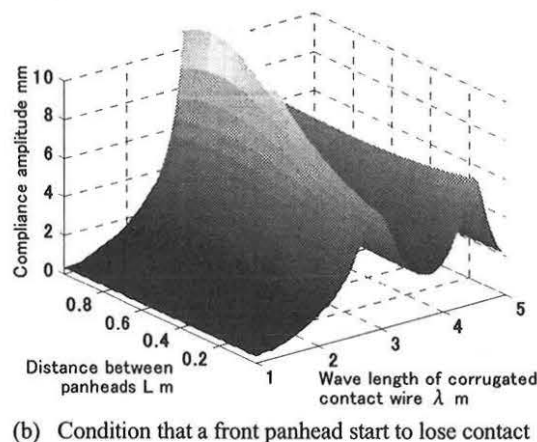
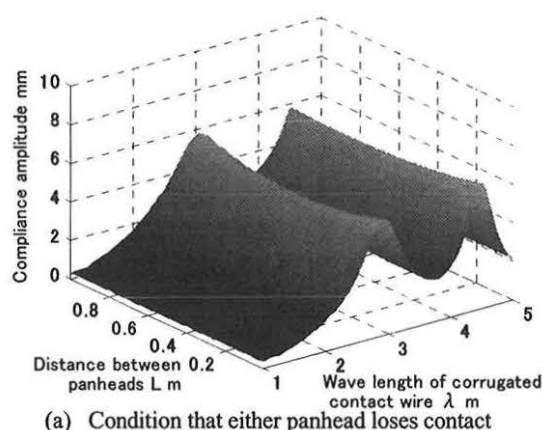


Fig.9 Contact loss occurrence condition (Stagger: 150mm, V=70km/h)