平成 16 年 鉄道技術連合シンポジウム (J-RAIL'04)

S8-1-1. 道床・路盤部の解析モデルの違いが レール継目部の衝撃応答解析結果に及ぼす影響

Simulation of track-substrate dynamic interaction in rail joints — choice of ballast-substrate models and simulated impact response —

正 [土] ○紅露一寬 (新潟大), 正 [土] 阿部和久 (新潟大), 正 [土] 石田 誠 (鉄道総研), 正 [土] 鈴木貴洋 (鉄道総研)

Kazuhiro KORO, Niigata Univ., 8050, Igarashi 2-Nocho, Niigata, 950-2181 Kazuhisa ABE, Niigata Univ. Makoto ISHIDA, RTRI, 2-8-38, Hikari-cho, Kokubunnji, Tokyo, 185-8540 Takahiro Suzuki. RTRI

The dynamic response in rail joints is simulated using the mathematical model representing the rail-discontinuity at the joints and track-substrate interaction. The ballast and substrate are modelled with either 1D lumped mass or 2D/3D elastodynamic models. Through numerical results, the reasonable choice of the ballast- and substrate models is discussed for simulation of impact responce in rail joint. The sleeper-ballast interaction force is not affected by choice of ballast- and substrate model. The different response of the ballast acceleration from them for elastodynamic models is simulated with the lumped mass model. The 2D model tends to overestimate the ballast acceleration in 150–300 Hz frequency range in comparison with the 3D model; the difference between these results is rather small. The use of the 2D model is hence practical for avoiding to consume huge computational work.

Key words : rail joint, track-substrate dynamic interaction, modelling of ballast and substrate

1. はじめに

軌道構造上の弱点箇所であるレール継目を列車が通過 する場合,継目近傍の各部において衝撃応答が発生する. 継目通過に起因する動的応答は一般に著大なものとなり, パラスト道床の沈下等の軌道破壊の要因となっている.そ のため,軌道の合理的な設計・保守の面から,著大な動的 応答を定量評価することが重要視されている.特にパラス ト道床の沈下現象は,その進行メカニズムについて未解 明な点が多く,沈下量の予測は専ら実験式に依っている. 今日提案されている沈下量の予測式は,多くの場合通過 トン数や通過回数,もしくはまくらぎ下面圧力に基づい て構成されている^{1),2)}.文献²⁾では,従来の沈下則と振動 解析結果とを併用し,数値的に評価したまくらぎ下面圧 力から沈下の進行を予測する手法が提案されている.

まくらぎ下面圧力を数値的に与える場合,解析結果は 道床・路盤・路床部を表現する解析モデルの影響を受ける ものと考えられる.当然のことながら,道床以下の各部は 可能な限り簡易な解析モデルで表現することが望ましく, 不必要に精緻なモデルを採用することによる解析コスト の上昇を回避しなければならない.そのため,まくらぎ 下面圧力に代表される動的応答の解析結果に及ぼす道床 以下各部の解析モデルの選択の影響について検討する必 要がある.

今日用いられている道床・路盤・路床部の解析モデル は、集中質点モデルと連続体モデルの2種類に大別する ことができる.集中質点モデル^{2),3)}では,道床以下を複数 の質点と,それらを相互に連結するばね・ダッシュポット によって表現する.その結果,道床以下各部の深さ方向 の振動が,各質点の上下動として表現される.集中質点 モデルは,簡易で振動解析モデルへの導入が容易である. しかし,多くの解析例では,質点はまくらぎ直下に直列 配置・連結されており,各層内の弾性波動の伝播の影響は 考慮されていない.

一方,連続体モデルでは、道床以下を弾性波動場とし て表現する.既往の研究では、道床のみを深さ方向の1次 元波動場として考え、路盤・路床部は2次元・3次元連続 体とする方法^{4),5)}と、道床以下を複層の2次元または3次 元波動場としてモデル化する方法^{6),7)}が提案されている. 連続体モデルはより現実に近い解析モデルを与えるが、解 析時の計算コストが多大なものとなる弱点を有している. 連続体の動的解析の計算コストは空間の広がりと解像度 によって決まり、解像度については動的応答を再現する上 限周波数に応じて設定される.そのため、衝撃応答のよ うな高周波応答を解析対象とする場合、計算負荷の増大 が一層深刻な問題となる恐れがある.

そこで本研究では、文献²⁾の方法でレール継目部の道床 沈下量を予測する場合を念頭に、継目通過時の衝撃的な動 的応答解析結果に及ぼす道床・路盤・路床部のモデル化の 影響について検討する.なお、本論文では、道床以下の各 層を集中質点または2次元/3次元動弾性連続体としてモ

平成 16 年 鉄道技術連合シンポジウム (J-RAIL'04)



Fig. 1 Mathematical model of the upper parts of jointed track with fish plates.

デル化する場合について考える.解析結果の比較を通し, レール継目部の衝撃応答を定量評価する上でパフォーマ ンスのよい解析モデルについて考える.

2. レール継目部の振動解析モデル

本研究では,継目通過時の動的応答を議論の対象としているため,解析モデルの選択の際には高周波応答成分の再現性について配慮が必要である.そのため,まくらぎより上部については文献⁸⁾に示した解析モデルを採用し,継目部のレールの不連続性を適切に表現することとした. <2.1> まくらぎより上部の軌道構造のモデル化

遊間を挟んで敷設されている2本のレールと継目板は, ともに Timoshenko ばりとして表現し、ノンロッキング 要素である TIM7 要素⁹⁾を用いた有限要素法で離散化す る. なお、当該の解析モデルにおいては、レールと継目板 は締結ボルト位置に配したばねによって連結されており、 軌道パッド、まくらぎについては、それぞれ Voigt ユニッ ト、質点として表現する.(**Fig.1**参照.)

<2.2>節でも示すが、文献8)の解析モデルでは、レー ルと車輪との接触は Hertz 理論に基づきモデル化する. そ のため、レールに作用するまくらぎからの反力、レール・ 総目板間作用力, レール・車輪接触力のいずれも集中荷重 として定義される. なお、Timoshenko ばりに集中荷重が 作用する場合,荷重作用点でのたわみ角は不連続となる. しかし、前述の有限要素近似ではこの変形モードを表現 できないため、変形への適合性を保証するために何らか の対策が必要となる. そのため当該モデルでは、レール支 持点・継目板の締結ボルト位置に節点を配置した上で、こ の節点をたわみ角についての二重節点とする. また, レー ル・車輪接触力は移動荷重であるため、この荷重作用点で のたわみ角の不連続性は三角形状の重合関数⁸⁾を前述の補 間関数に追加することで表現する. なお、レール・継目板 の動的応答は、軌道各部の運動方程式・つりあい式と連立 させた上で,陰的に時間積分を処理して評価する⁸⁾.

<2.2> 車輪・レールの接触

本研究では、車両をばね下質量と上載荷重とで表現し、 上載荷重については時間依存しないものとする。車両走 行時には車輪とレールとが接触状態にあり、接触力が発 生する、接触力 P_c は、Hertz 理論に基づいて算出する. Hertz 理論は、接触面の変形量の評価に対し半無限体近似 を導入することで構成される.そのため、維目通過時の ようにレールの不連続箇所を車輪が走行する場合、実際 の接触状態が半無限体近似を許容しないものとなる恐れ がある.解析においては、継目近傍でレールと車輪とが 接触する場合に限り次式で接触力を定義し、

$$P_c = \begin{cases} \kappa \cdot k_c \delta_c^{\gamma}, & (\delta_c > 0), \\ 0, & (\delta_c \le 0), \end{cases}$$
(1)

それ以外の箇所については,式(1)において $\kappa = 1$, $\gamma = 3/2$ とした通常の弾性接触モデルを適用する.ここで, k_c は接触ばね定数であり, δ_c はレール・車輪相対変位である.接触状態は車輪とレールの運動状態によって時々刻々変化するため,解析ではレールの弾性変形を考慮した上で各時間ステップで接触判定を逐次実行する.その際,車輪は,遊間の手前,前方の各レールとそれぞれ1点接触の状態にあるものと仮定する.なお,4節で示す解析では,修正パラメータ κ , γ の値は文献¹⁰⁾の数値で与えた.

3. 道床・路盤部の振動解析モデル

本節では,道床・路盤・路床部の振動解析モデルとして,集中質点モデルと2次元/3次元連続体モデルについて考える.

<3.1> 集中質点モデル

本研究で対象とする集中質点モデルは、道床・路盤・路 床部を複数の質点とそれらを直列に連結する Voigt ユニッ トとで表現する²⁾.このとき、上層から第 *i* 番目の質点の 運動方程式は、次式で与えられる.

$$m_{sl,i,j}\ddot{u}_{sl,i,j} = F_{sl,i-1,j} - F_{sl,i,j},$$
 (2)

ここで, $i = 1, 2, ..., n_b, j = 1, 2, ..., N_s$ であり, n_b , N_s はそれぞれまくらぎ直下の質点数,まくらぎ本数であ る.また, $m_{sl,i,j}, u_{sl,i,j}$ はそれぞれ当該質点の質量,鉛 直変位であり, $F_{sl,i-1,j}, F_{sl,i,j}$ は i 番質点の上方,下方 からの作用力である.なお, $F_{sl,i,j}$ は, ばね定数, 減衰係 数をそれぞれ $k_{sl,i,j}, \eta_{sl,i,j}$ として,次式で定義される.

$$F_{sl,i,j} = k_{sl,i,j} (u_{sl,i-1,j} - u_{sl,i,j}) + \eta_{sl,i,j} (\dot{u}_{sl,i-1,j} - \dot{u}_{sl,i,j}).$$
(3)

なお、本研究では、道床以下各層内の波動伝播の影響を モデル化する必要性について検討することもあり、隣接 質点間のせん断剛性を表現するばね³⁾は導入しない.

<3.2> 動弾性連続体モデル

本研究では,集中質点モデルとの比較対象として,2次 元または3次元動弾性連続体モデルについて考える.なお,まくらぎより上部と道床以下各部との連成については,解析の効率化を図る目的で時間域 Green 関数法を用いて考慮する.

時間域 Green 関数法は、まくらぎとの接触位置での道 床上面鉛直変位 $u_{bs,i}$ を評価するために適用する.まくら ぎ支圧力 $F_{s,i}$ と Green 関数 G^* との合成積を時間域で離

平成 16 年 鉄道技術連合シンポジウム (J-RAIL'04)

Table 1 Material- and Structural parameters of vehicle and track.

Length of sleeper span	0.58(m)	
Number of sleepers	21	
Mass	80(kg)	
(b) Railpads		
Stiffness 110(M	N/m)	
Damping 98(kN	sec/m)	
)		
(c) Vehicle & W	heel.	
(c) Vehicle & W Wheel Young's modulus	heel. 206(GN/m ²)	
(c) Vehicle & W Wheel Young's modulus Wheel Poisson's ratio	$rac{ m heel.}{ m 206(GN/m^2)}$ 0.3	
(c) Vehicle & W Wheel Young's modulus Wheel Poisson's ratio Wheel radius	heel. 206(GN/m ²) 0.3 0.43(m)	
(c) Vehicle & W Wheel Young's modulus Wheel Poisson's ratio Wheel radius Unsprung mass	$\frac{\text{heel.}}{206(\text{GN/m}^2)} \\ 0.3 \\ 0.43(\text{m}) \\ 697.0(\text{kg})$	

Table 2 Material parameters of ballast and substrate.

	S wave velocity (m/s)	Density (kg/m ³)	Poisson's ratio	Limit freq. (Hz)
Ballast	142.2	1700	0.28	500
Asphalt	173.3	2400	0.25	500
Macadam	179.3	2000	0.40	500
Soil	107.0	1800	0.30	250

散化すると,時刻 $t = M\Delta t (\Delta t:時間増分)$ における道床 上面鉛直変位 $u_{bs,i}^{(M)}$ は次式で与えられる.

$$u_{bs,i}^{(M)} = \sum_{j=1}^{N_s} \sum_{m=1}^{M} F_{s,j} G_{ij}^{*(M-m+1)}, \qquad (4)$$

$$G_{ij}^{*(M-m+1)} := \int_{(M-m+1)\Delta t}^{(M-m)\Delta t} G^{*}(\mathbf{x}_{i}, \mathbf{x}_{j}, \tau) \ d\tau, \quad (5)$$

ここで、 $F_{s,j}^{(m)} = F_{s,j}(t = m\Delta t)$ である.また、Green 関 数 $G^*(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j, \tau)$ は、時刻 t = 0において $\mathbf{x} = \mathbf{x}_j$ なる点を 代表点に大きさ1の鉛直下向きの支圧力が作用したときの、 時刻 $t = \tau$ での i 番まくらぎ直下の道床上面鉛直方向変位 と解釈できる、解析においては、道床・路盤・路床部の動 的応答は線形であるものとし、 $G_{ij}^{*(m)}$ (m = 1, 2, ..., M) を有限要素解析によって予め数値的に作成しておく、その 際、外力は点載荷とはせず、まくらぎとの接触面上の等分 布荷重として外力を与える、Green 関数の作成がレール 継目部の連成振動解析とは独立に実行できるため、道床 以下の有限要素近似の空間解像度が連成振動解析の計算 効率を直接左右することはない、

4. 継目部の動的応答に及ぼす解析モデルの影響

道床以下各部を前節で示した2種類の解析モデルのいずれかで表現し、連成振動解析によって得られた動的応答の相違点について検討する.なお、動的応答の比較は、まくらぎ支圧力と道床上面深さ方向加速度について行なう. <4.1> 解析条件

レール継目部の動的応答解析は,遊間長 14mm の継目 を有する 50N レール上を 1 車輪が 150km/h で走行する



(a) Boundary conditions in xz-domain.



(b) Boundary conditions in xy-domain.

Fig. 2 Phase of ballast and substrate.

場合を対象とする. まくらぎ, 軌道パッド等の物性値は Table 1 で与えた. 本研究では, アスファルトコンクリート(アスコン)・砕石からなる強化路盤層を有する軌道構 造を解析対象とする. 道床・路盤・路床の物性値は Table 2 に示す通りであり, 幾何形状は Fig. 2 に示すように成 層構造を有しているものとした.

道床以下を集中質点モデルで表現する場合,深さ方向 の動的応答を表現するために,道床層3個,アスコン層1 個,砕石層2個,路床層1個の計7個の質点を導入した. なお,各質点の質量や質点間のばね定数・減衰係数の設定 については文献¹¹⁾に従った.

一方,動弾性連続体モデルを採用する場合,まくらぎ と道床とは完全に付着しているものとし,まくらぎと道 床を連結する Voigt ユニットのばね定数を 10(GN/m), 減衰係数を 98(kNs/m) とした.Green 関数の作成の際に は,粘性境界によって無限遠方での波動の放射を表現し, 各層の粘性減衰については Rayleigh 減衰によって考慮し た.また,解析時には,連成振動解析における時間増分 ($\Delta t = 1/16000(s)$)の 1/4 に時間刻みを定め,時間積分 を陽的に実行した.なお,解析は 2 次元, 3 次元双方のモ デルについて行ない, 2 次元解析は **Fig. 2**(a)の断面を 対象とした.

<4.2> 動的応答の比較結果

まず、上述の3種類の解析モデル(集中質点モデル,2 次元/3次元連続体モデル)で得られた継目中心部直下の まくらぎ支圧力を Fig. 3に示す.なお、図の横軸は車輪 中心位置を示しており、継目通過前後のみを抽出して表示 している.いずれの解析モデルを用いても、まくらぎ支 圧力の最大値にはほとんど変化がなく、最大支圧力は解析 モデルの選択に対してさほど鋭敏ではないことがわかる.



Fig. 3 Sleeper-ballast interaction force.



Fig. 4 Fourier spectrum of ballast acceleration at the rail joint.

しかし,最大支圧力が発生する直前の作用力の低下につい ては,質点モデルの場合の低下量が最大となった.また, 衝撃応答発生後の支圧力についても質点モデルと連続体 モデルとでは異なる挙動を示しており,最大で5kN程度 の差が生じていることがわかる.なお,2次元モデルと3 次元モデルの動的応答を比較すると,衝撃応答発生後の 作用力の変動周期に若干の差が認められるが,両者はほ ぼ同様の応答を示すことがわかった.

次に,道床最上部での深さ方向加速度について各モデ ル間の比較・検討を行なう.ここで,各モデルの下で得ら れた継目中心部直下での加速度スペクトルを Fig. 4 に 示す.まくらぎ支圧力の場合とは異なり,質点モデルと連 続体モデルとでは,特に 150Hz 以上の周波数帯で明瞭な 差が生じている.3種類のモデルとも 250Hz 程度の加速 度応答が卓越する傾向にあるが,その水準は2倍程度の 開きがある.この原因としては,道床以下各層内の波動伝 播の再現性能の違いのほかに,まくらぎ・道床間のばねの 役割の違いが考えられる.質点モデルでは当該のばねは 道床内部の変形を表現するものであるのに対し,連続体 モデルではまくらぎと道床各々の変位を拘束する役割を 担っている.道床における加速度レベルはバラスト内部の 運動状態を評価する有効な指標の一つであることを考え ると、質点モデルをバラスト内部の動力学状態の検討に 用いる際には注意を要する.なお、2次元モデルと3次元 モデルの加速度スペクトルは同様の挙動を示しているが、 応答レベルは2次元モデルの方が大きくなっている.た だし、加速度応答のレベルを過大評価しても、道床沈下の 観点からは安全側の評価を与えることとなる.そのため、 計算負荷の大きい3次元モデルに代えて2次元モデルを 採用することは、実用上検討に値するものと考える.

5. おわりに

本研究では、レール継目部の道床沈下予測を文献²⁾の方 法で行なう場合を想定し、継目通過時の動的応答解析結 果に及ぼす道床以下各部のモデル化の影響について検討 した.道床・路盤・路床の解析モデルとして集中質点モデ ルと2次元/3次元動弾性モデルを考え、まくらぎ支圧力 と道床上部での深さ方向加速度を比較対象とした.その 結果、まくらぎ支圧力の最大値を評価する上では道床以 下のモデル化の影響はさほど大きくないが、道床加速度 に対しては顕著なものとなった.特に質点モデルでは、卓 越成分のレベルを過小評価する恐れがある.なお、加速 度の評価には3次元モデルの導入は必ずしも必要ではな く、2次元モデルで代用することが十分可能であることが 確認できた.

参考文献

- Dahlberg, T.: Some railroad settlement models a critical review. Proc. Instn. Mech. Engrs., Part F, Vol.215 (2001) 289-300.
- 石田 誠,名村 明,鈴木貴洋:軌道沈下の実態と予測 モデル.鉄道力学論文集,Vol.6 (2002) 61-66.
- Zhai, W.M., Wang, K.Y. & Lin, J.H.: Modelling and experiment of railway ballast vibrations. J. Sound and Vib., Vol.270 (2004) 673-683.
- Knothe, K. & Wu, Y.: Receptance behaviour pf railway track and subgrade. Arc. Appl. Mech., Vol.68 (1998) 457-470.
- Kruse, H. & Popp, K.: The influence of wave propagation in the subsoil on the train-track dynamics. *Wave 2000*, Balkema, Rotterdam, (2000) 171-183.
- 6) Luo, Y., Yin, H. & Hua, C.: The dynamic response of railway ballast to the action of trains moving at different speeds. Proc. Instn. Mech. Engrs. Part F, Vol.210 (1996) 95-101.
- Hall, L.: Simulations and analyses of train-induced ground vibrations in finite element models. Soil Dyn. & Earthquake Engng., Vol.23 (2003) 403-413.
- Koro, K., Abe, K., Ishida, K. & Suzuki, T.: Timoshenko beam finite element for vehicle-track vibration analysis and its application to jointed railway track. Proc. Instn. Mech. Engrs. Part F, Vol.218 (2004) 159-172.
- Nickel, R.E. & Secor, G.A.: Convergence of consistently derived Timoshenko beam finite elements. Int. J. Numer. Meth. Engng., Vol.5 (1972) 243-253.
- 10) 片岡宏夫,阿部則次,若月 修,及川祐也:レール継目部の梁モデルによる動的応力解析.土木学会第57回年次学術講演会講演概要集 (2002) 283-284.
- 紅露一寛,阿部和久,石田誠,鈴木貴洋:レール継目部の衝撃応答解析における道床・路盤部のモデル化の影響, 土木学会応用力学論文集,Vol.7 (2004) 1313-1323.