# 1102 車輪・軌道系における車輪繰り返し通過の影響

Effect of repeated passage of wheels on wheel/track system motion

学 [機] 足立昌仁<sup>2)</sup> (JR 東海) 君島信彦<sup>1)</sup>(上智大院) 正 [機] 正 [機] 曄道佳明<sup>1)</sup>(上智大) 須田義大<sup>3)</sup>(東大) 曽我部潔<sup>1)</sup>(上智大) 正 [機] 正 [機]

Nobuhiko KIMIJIMA, Masahito ADACHI, Yoshiaki TERUMICHI, Yoshihiro SUDA, Kiyoshi SOGABE

Department of Mechanical Engineering, Sophia University<sup>1)</sup> 7-1 Kioi-cho Chiyoda-ku TOKYO, JAPAN

Central Japan Railway Company<sup>2)</sup> 1545-33 Oyama Komaki-shi AICHI, JAPAN CCR & IIS University of Tokyo<sup>3)</sup> 4-6-1 Komaba Meguro-ku TOKYO, JAPAN

In this study, we attempt to propose the modeling and the formulation for the motion of two wheels with contact rigidity on the elastic rail with support spring. The formulation for the rail motion is completed by A.N.C. formulation. The coupled motion between the wheel and rail is expressed, considering the contact force and the rail deformation. We discuss about the effect of contact rigidity, support spring and elasticity of the rail from a viewpoint of repeated passage of wheels.

Key words: Unilateral Multibody Dynamics, Wheel/Flexible Rail System, Repeated Passage, Contact Rigidly

## 1. はじめに

高速鉄道においては、車輪・軌道系の動解析に対して繰 り返し通過の影響を考慮する必要がある.これは、レール を伝播する波の速度に比して走行速度が無視できない大 きさとなること, また車輪通過時の振動が次車輪通過時に も残存することなどによる.

これまでに、1つの車輪として移動質量を考えこれが軌 道上を通過する際の運動解析[1,2]や、2つの移動質量が軌道 上を通過する運動解析<sup>[3]</sup>が検討されてきた.しかしながら 車輪そのものの運動を考えた複数車輪通過問題に対する 解析手法の検討は充分に行なわれていないようである.

そこで、本研究では車輪・軌道系の特に上下振動系に着 目し、レールの柔軟性, 軌道の支持剛性, 車輪・軌道間の 接触剛性を考慮した車輪の転動および軌道の運動につい てモデリング, 定式化を行う. 本稿では, 後に本手法の妥 当性を検証するために,実験装置に対応するパラメータを 用いた数値解析結果を示している.

# 2. モデリングおよび定式化

柔軟軌道上を回転移動する車輪・柔軟軌道系のモデルを 図1に示す. 添え字は1が前輪,2が後輪を表している. A は車輪の重心, B は軌道上での車輪との接触点, Q は車輪 に固定されている接触点である. 車輪は柔軟軌道と点接触 を保ちながら回転移動する. なお, 車輪・軌道間の接触剛 性は Hertz の接触理論を動的問題に拡張することにより得 ている.柔軟軌道中央部には支持ばねを設置した.

車輪が軌道上を転動することは、絶対座標系原点からの 位置ベクトル roo を用いて、拘束条件式

$$c_{OQ} = \mathbf{S}\mathbf{e} \tag{1}$$

によって示される. ここで, 式(1)右辺は, 柔軟なレールを 有限要素でモデル化し, A.N.C 法<sup>[4]</sup>を用いることにより得 られる形状関数Sと節点変位 e の積で記述されている.

拘束条件式(1)は速度について以下のように書き表すこ とができる.

$$\mathbf{V}_{o\lambda} + \begin{bmatrix} -\rho\cos\phi \\ -\rho\sin\phi \end{bmatrix} \dot{\theta} + \begin{bmatrix} \rho\cos\phi \\ \rho\sin\phi \end{bmatrix} (\dot{\phi} + \mathbf{v}_s \frac{\partial\phi}{\partial s}) + \begin{bmatrix} \dot{\rho}\sin\phi \\ -\dot{\rho}\cos\phi \end{bmatrix} - \mathbf{S}\dot{\mathbf{e}} = 0$$
(2)

ここで、 ρは車輪中心と接触点間の距離を示し時間の関数 である.



Fig.1 Analytical model for Rail/Wheels system

式(2)を微分して加速度型の拘束条件式を導出し、ラグラ ンジュの未定乗数を用いると、車輪一つの運動に対して微 分代数方程式が以下の通り得られる[4].

MA	0	$\Phi_{\mathbf{v}_{os}}^T$	V OA	]	<b>F</b> <sub>OA</sub>	(5)
0	$\mathbf{J}_{OA}$	$\Phi_{\theta}^{T}$	Ö	=	NoA	
$\Phi_{\mathbf{v}_{out}}$	Φ,	0	Λ		$-(\dot{\Phi}_{\mathbf{V}_{ot}}\mathbf{V}_{ot}+\dot{\Phi}_{\theta}\dot{\theta}+\dot{\Psi}_{t})$	

を解く.ただし、右辺第3行は、拘束条件において車輪の 転動,レールの柔軟性等が連成した効果から成っている. また、Foaは接触剛性による復元力および外力、Noaは外 トルクを示している.

前輪,後輪では各時刻に異なる拘束条件を満たすことに なる. ここでは、まず軌道上に前輪だけを転動させ、前輪 が通過開始点から軸距 d だけ進んだ後に後輪を転動させる.

## 3. 数値計算結果および考察

数値解析において用いたパラメータを表1に示す. レー ルは両端単純支持とした. レール中央部には支持ばねが設 置してある. 車輪の初期速度は並進方向, 回転方向とも 1.0[m/s]である.表中のパラメータは実験室に設置された実 験装置に対応している.

図 2(a)では後輪が通過し始める際,柔軟軌道上に2つの 車輪が存在することで, 前輪の垂直方向の変位量が大きく 変化している. 同様に, 前輪が通過を終えた際に, 後輪の 垂直方向の変位量が小さくなった.

図 2(a)と比較して、図 2(b)では柔軟軌道中央部に支持ば ねが設置している場合の2輪の通過の様子を示している. 両車輪の垂直方向の変位量は支持ばねが無い場合と比べ て,支持部が節になるような振動モードを有していること

[Na03-51] 日本機械学会第 10 回鉄道技術連合シンポジウム講演論文集〔2003-12.9~11. 川崎〕

Wheel	Material	\$45C
	Young's Modulus [Pa]	$2.11 \times 10^{11}$
	Poisson's Ratio	0.29
	Mass [kg]	10
	Radius [m]	0.1
	Wheel Base [m]	0.5
	Material	\$45C
	Young's Modulus [Pa]	$2.11 \times 10^{11}$
D. '1	Poisson's Ratio	0.29
Kall	Length [m]	1.0
	Second Moment of Area [m <sup>4</sup> ]	$8.33 \times 10^{-6}$
	Stiffness of Support Spring [Pa]	$1.0 \times 10^{6}$

Table1 Property of Rail and Wheel



Fig.2 Vertical Displacement of Wheels



Fig.3 FFT Analyze of Vertical Acceleration of Wheel (With / Without Support Spring)



がわかる.また、支持剛性によって力の平衡が実現される ため、後輪が通過し始めた際や前輪が通過し終えた際の変 位の不連続性が見られなくなっている.

図3は、車輪の上下方向変位の周波数解析結果を示して いる.図4は、さらに前後輪間距離を増減させた結果を示 している.1次モードの振動数は支持が無い場合は50[Hz] 程度、支持が有る場合は170[Hz]程度で両者の振動形態は 異なる.本モデルにおいては、高次モードの振動数に対す るこれらの要因の影響は小さい.一方、図4(a)および(b)の 比較では、前後輪間距離の違いによって、それぞれの車輪 の支配的となる振動成分に質的な変化が生じている.支持 がある場合には車輪間距離が小さい場合に後輪の高次モ ードが顕著となる.また、車輪間距離が大きい場合には、 低次モードが顕著となる傾向が見られる.

### 4. おわりに

本報では、高速鉄道の運動解析に対応することを目的と して、複数車輪の軌道上繰り返し通過問題に対して、車 輪・軌道間の弾性接触、レールの柔軟性、軌道剛性を考慮 したモデリング、定式化を行った.本稿では本手法の有効 性確認のため実験装置に対応させたパラメータを用いた 数値解析結果に対して検討を行ったが、今後この議論での 示唆を受けて、車輪の繰り返し通過、軸距、枕木間隔、軌 道剛性、レール柔軟性などの組み合わせが上下振動系に与 える影響について検討していく.

### 参考文献

[1]曄道,他2名,機論(c)68-673(2002),pp2570-2576.
 [2]柳,他3名,機論(c)62-603(1996),pp4147-4152.
 [3]柳,他3名,機論(c)62-604(1996),pp4428-4432.
 [4]A.A.Shabana, et al. Application of the Absolute Nodal Coordinate Formulation to Larger Rotation and Large deformation Problem ASME, Journal of Mechanical Design Vol. 120(1998), pp.188-195.