

1101 車輪と軌道の相互作用を考慮した運動解析

Motion analysis on interaction between wheel and track

学〔機〕 押味良和¹⁾(上智大) 学〔機〕 加藤勇¹⁾(上智大院) 正〔機〕 足立昌仁²⁾(JR 東海)
正〔機〕 曄道佳明¹⁾(上智大) 正〔機〕 須田義大³⁾(東大) 正〔機〕 曾我部潔¹⁾(上智大)

Yoshikazu OSHIMI, Isamu KATO, Masahito ADACHI, Yoshiaki TERUMICHI, Yoshihiro SUDA, Kiyoshi SOGABE

Department of Mechanical Engineering, Sophia University¹⁾ 7-1 Kioi-cho Chiyoda-ku TOKYO, JAPAN

Central Japan Railway Company²⁾ 1545-33 Oyama Komaki-shi AICHI, JAPAN

CCR & IIS University of Tokyo³⁾ 4-6-1 Komaba Meguro-ku TOKYO, JAPAN

In this study, we propose the modeling and the formulation for the motion of an elastic rail/wheel system with contact rigidity and flexible track. In numerical approach, the treatment for the system running with high speed requires circumspection. We clarify the calculation condition using A.N.C Formulation and constraint of the contact between a wheel and a flexible rail. Some numerical results for the effect of high speed on the vertical vibration of the rail/wheel system are also discussed.

Key words: Unilateral Multibody Dynamics, Wheel/Elastic Rail System, Contact Rigidly, Slip, Flexible Track

1. はじめに

鉄道における振動問題の改善を考えると、車輪・レール間の接触を介した車輪運動と軌道運動の連成問題への取り組みは重要な課題の一つである。特にこの種の問題に対するシミュレーション技術の開発は、実システムにおける試験の低減や、開発、設計時の動性能予測に対して大きな貢献が期待される。

著者らはこの種の問題に対応すべく、車輪・軌道系を移動を伴う集中質量系と分布定数系の連成振動系と捉え、レールの柔軟性、車輪、レール間の接触剛性、滑りを考慮した運動解析手法を提案してきた^[1,2]。本研究では、軌道の弾性支持を考慮し、車輪・軌道系の上下振動に着目したモデリング、定式化を行い、主に実システムに対する解析方法および走行速度が振動系に与える影響について検討した。

2. モデリングおよび定式化

本報では、図1に示すように車輪が支持剛性を有する柔軟レール上を接触剛性を伴って転動する系を考える。長さ5[m]の梁を両端単純支持し、0.5[m]間隔に支持を入れた。車輪には一定の軸重を考慮することで等価的な輪重の作用を考え、表1に示すパラメータを与える。車輪と柔軟軌道間は点接触を仮定し、接触剛性は Hertz の接触理論を動的問題に拡張している。図中で A は車輪中心、B は軌道上の接触点、Q は車輪に固定された接触点を示している。また、 θ は車輪の回転角、 ϕ はレールの柔軟性による表面の傾斜角を示している。さらに図中には示していないが車輪中心と接触転換距離を ρ とする。接触剛性を考慮することにより ρ は時間の関数として扱われる。

車輪が柔軟軌道上を走行する拘束条件、すなわち柔軟軌道上の接触点 B と車輪上の接触点 Q が一致する拘束条件から、速度関係を示す拘束条件式

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_{OA} + \begin{bmatrix} -\rho \cos \phi \\ -\rho \sin \phi \end{bmatrix} \dot{\theta} + \begin{bmatrix} \rho \cos \phi \\ \rho \sin \phi \end{bmatrix} \left(\dot{\phi} + \mathbf{V}_s \frac{\partial \phi}{\partial s} \right) \\ + \begin{bmatrix} \dot{\rho} \sin \phi \\ -\dot{\rho} \cos \phi \end{bmatrix} - \mathbf{S} \dot{\mathbf{e}} = 0 \end{aligned} \quad (1)$$

が導出される。左辺第5項は、レールの柔軟性を A.N.C 法^[3]でモデル化したことにより表現される接触点でのレールの上下方向速度であり、形状関数 $\mathbf{S}$ と節点変位 $\mathbf{e}$ の積で記述されている。式(1)は、車輪の転動、レールの柔軟性、接触剛性が互いに連成した非線形拘束条件式として記述されている。

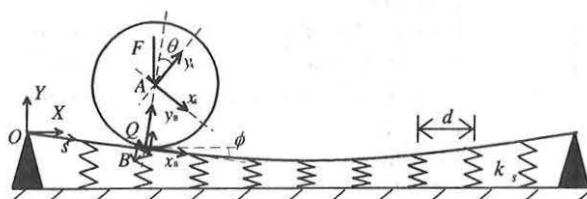


Fig.1 Analytical model for Rail/Wheel system

解くべき方程式として、式(1)を加速度型の拘束条件式に書き換え、ラグランジュの未定乗数を導入した車輪運動を表した微分代数方程式

$$\begin{bmatrix} {}^2\mathbf{M}_A & 0 & \mathbf{F}_{V_{OA}}^T \\ 0 & \mathbf{J}_{OA} & \mathbf{F}_{\theta}^T \\ \mathbf{F}_{V_{OA}} & \mathbf{F}_{\theta} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{V}}_{OA} \\ \ddot{\theta} \\ \Lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_{OA} \\ \mathbf{N}_{OA} \\ -(\dot{\mathbf{F}}_{V_{OA}} \mathbf{V}_{OA} + \dot{\mathbf{F}}_{\theta} \dot{\theta} + \dot{\Psi}_t) \end{bmatrix} \quad (2)$$

を得る。ここで、 $\mathbf{F}_{OA}$ は重力および接触剛性による復元力、 $\mathbf{N}_{OA}$ は外トルクを表している。また、車輪・軌道間に滑りがある場合、外力項 $\mathbf{F}_{OA}$ に摩擦力とせん断方向の接線力が含まれる。レールの運動方程式は A.N.C.法により、

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{e}} = \mathbf{Q}_f - \mathbf{Q}_k \quad (3)$$

と記述される。右辺各項は順に、外力、弾性復元力を示している。式(2)および(3)は、接触力ならびにレールの傾斜角を介して連成している。

3. 数値計算結果および考察

数値解析における諸元を表1に示す。まず、解析法における有効性を確認するため、要素数および時間刻みに対する検討を行なった。要素数を20および50とした場合の接触点上下方向変位を図2に、また軌道の中央付近通過時の加速度を図3に示す。接触点変位は定量的に一致しているが、加速度、接触力の比較では精度上要素数50を必要とすることがわかった。一方、刻み時間を 10^{-6} と 10^{-7} とした場合の車輪の並進速度と回転速度との誤差 $\dot{x} - \rho \dot{\theta} / \dot{x}$ を図4に示す。 10^{-7} では 10^{-6} より計算誤差が約0.005%小さくなり加速度、接触力の精度が上がった。なお、上記の検討で得られた要素数、刻み時間などの条件を踏まえ、走行速度

を変化させたときの計算誤差は速度に関係なく約 0.0075% で変化はなかった。

図 2 に示した接触点変位では、支持通過の振動とは別に高い振動数成分を有している。この振動の速度変化に対する振幅と振動数を図 5 に示す。これより振動数は走行の速度には依存せず、一方振幅は走行の速度が上がると大きくなることを確認される。またこの振幅は、図 6 に示すように支持剛性が低くなるにつれて大きくなる。この傾向は、速度 300km/h での数値解析結果でも定性的な変化はない。これらの結果より、時速 300km 程度の高速走行時では、系の振動状態に質的な変化は与えないものの、速度、支持間隔、支持剛性、レールの柔軟性に起因する力の相互作用により、振動が増幅される場合があることが示唆される。

Table1 Property of Rail and Wheel

Wheel	Material	S45C
	Young's Modulus [N/m ²]	2.058×10^{11}
	Poisson's ratio	0.30
	Radius [m]	0.43
	Mass [kg]	900
Rail	Material	S45C
	Young's Modulus [N/m ²]	2.058×10^{11}
	Poisson's ratio	0.30
	Second moment of area [m ⁴]	3.08961×10^{-5}
	Length [m]	5.0
	Height [m]	0.2312
	Width [m]	0.03
Support	Stiffness [MN/m]	140
	Interval [m]	0.5

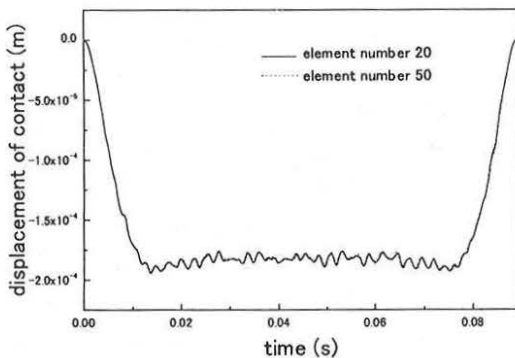


Fig.2 Vertical displacement at contact point compared with elements number

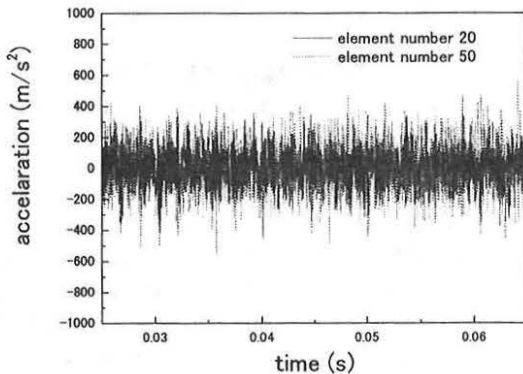


Fig.3 Vertical acceleration at contact point compared with elements number

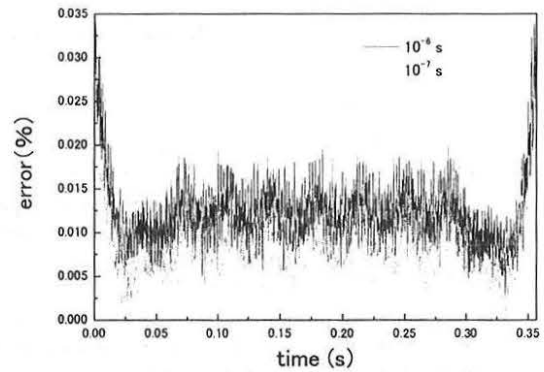


Fig.4 Constraint error of wheel rotation

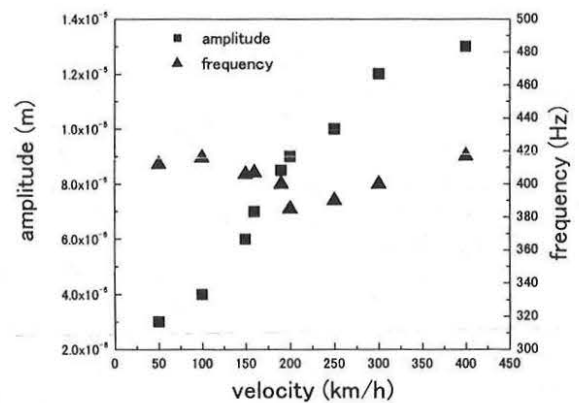


Fig.5 Variation of amplitude and frequency on moving velocity

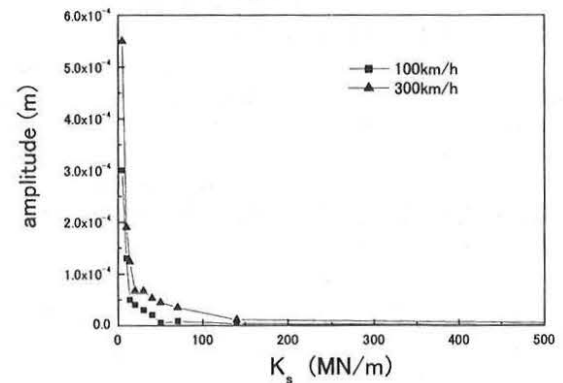


Fig.6 Vertical amplitude at contact point

4. おわりに

本報告では、車輛運動と軌道運動の連成問題への取り組みの一環として、車輪・軌道系の運動解析手法について検討し、また高速走行の影響について数値的な検討を行なった。今後はまず上下振動系を構成する諸要因の影響について明らかにし、高速走行時の数値解析技術の確立を目指す。

参考文献

- [1] 曄道, 他 2 名, 機論(c)68-673(2002), pp2570-2576.
- [2] Y. Terumichi, et.al, Proceedings of DETC'01, ASME DETC Conferences, Pittsburgh U.S.A. (2001.9), CD-ROM.
- [3] A.A.Shabana, et al., Journal of Mechanical Design Vol.120(1998), pp.188-195.