

マルコフ・スイッチングモデルを用いた ポットホール発生過程の統計的分析

水谷 大二郎¹・小濱 健吾²・貝戸 清之³

¹学生員 大阪大学大学院工学研究科 地球総合工学専攻 (〒565-0871 吹田市山田丘2-1)

E-mail: d-mizutani@civil.eng.osaka-u.ac.jp

²正会員 大阪大学特任研究員大学院工学研究科地球総合工学専攻 (〒565-0871 吹田市山田丘2-1)

E-mail: k-obama@civil.eng.osaka-u.ac.jp

³正会員 大阪大学准教授大学院工学研究科地球総合工学専攻 (〒565-0871 吹田市山田丘2-1)

E-mail: kaito@ga.eng.osaka-u.ac.jp

ポットホールの発生に関しては、晴天時に比べ、降雨後に多発することが経験的に知られている（暗黙知）。効率的な道路巡回間隔を決定するためには、ポットホール発生に関するこのような特性を分析し、発生頻度の相違を形式化していくことが重要である。そこで本研究では、高速道路の舗装のポットホールの発生状態は、局所期間毎に、低確率状態、高確率状態のいずれかの状態に属すると考え、さらにその状態変化過程はマルコフ過程に従うものとする。この条件を考慮するために、マルコフ・スイッチング・ポアソン発生モデルを定式化し、マルコフ連鎖モンテカルロ法による推計、マルチ・ムーブ・サンプラーによる潜在変数のサンプリングをおこなう。最後に、実際のポットホール発生データを用いた実証分析により、提案手法の有用性を検証する。

Key Words : Markov switching model, pot hole, pavement management, MCMC

1. はじめに

舗装マネジメントは道路舗装の劣化事象が有する多大な不確実性を考慮して、利用者の安全の確保を前提として実施する必要がある。舗装マネジメントでは、日常的な道路巡回を通じて、ポットホール等の局所的損傷に対する応急補修をおこなうとともに、降雨など、経験的に局所的損傷が多く発生することが予測される場合においては、臨時的に道路巡回を実施し安全性の確保に努めている。一方で、これらのマネジメントに費やす費用や人材は限られているのが現状であり、安全性の確保を前提としながらも効率性にも配慮した舗装マネジメント手法の開発が喫緊の課題となっている。このような問題意識のもとで、すでに舗装劣化の統計的予測手法が提案され、ポットホール等に対する日常的な巡回・補修政策の合理化や、舗装の劣化予測手法と連動したライフサイクル費用評価手法の高度化が試みられている。

ポットホール等の局所的損傷の発生と降雨の間には相互関係が存在することが指摘されている。これは舗装内に存在する水が舗装のひび割れやポットホールの発生メカニズムに関与するためである。したがって、局所的損傷への対処を目的とした道路巡回政策についても日常の場合と降雨により多くの局所的損傷の発生が懸念され

る場合に分けて実施することで、局所的損傷の発生過程に合わせたより合理的な舗装マネジメントを実施できる可能性がある。このとき、局所的損傷の発生過程の変化に関する知見を獲得可能なモデルを構築するとともに、発生過程の変化に合わせて巡回政策や体制を変更する時点を決めるための方法論の構築が重要となる。

以上の問題意識をもとに、本研究ではポットホール等の局所的損傷の発生過程をポアソン発生モデルとして表現する。さらにポアソン発生モデルで表される局所的損傷の発生過程がある時点で切り替わるような劣化予測モデルを提案することとする。これにより、過去の点検情報が有する統計的規則性に基づいて変化過程を定量化することを試みる。

さらに、ポットホールは日常的な道路巡回で観測される。一方で、ポットホールの発生過程が変化する時点、および降雨量、降雨時間が発生過程の変化に及ぼす影響は実際には観測されない。本研究では、このように直接観測できないポットホールの発生過程や各因子の影響をマルコフ・スイッチング・ポアソン発生モデルを用いて表現する。

以下、2.でポアソン隠れマルコフモデルを定式化する。3.では実際の道路のポットホール点検データに対して本研究で提案したモデルを適用した事例を紹介する。

2. モデルの定式化

(1) モデル化の前提条件

ある1つの道路区間に対して、分析期間 T を設定しポットホール発生個数の観測をおこなう。さらに、分析期間 T を長さ z_t ($t=1, \dots, T$)の局所期間 t に分割する。本研究では、全ての局所期間 t ($t=1, \dots, T$)の長さを1日 ($z_t=1$ ($t=1, \dots, T$))とした。対象道路区間では、各局所期間毎に数回の道路巡回が実施され、局所期間 t それぞれに対するポットホール発生個数 n_t が記録されている。なお、道路巡回においてポットホールが発見されると直ちに補修がなされると考える。このとき局所期間 t においてポットホールが n_t 個発生する確率をポアソン分布、

$$Po(n(z_t) = n_t | \lambda_t) = \frac{(\lambda_t z_t)^{n_t}}{n_t!} \exp(-\lambda_t z_t) \quad (1)$$

で表現する。ただし、 λ_t ($t=1, \dots, T$)は局所期間 t における到着率である。

(2) マルコフ・スイッチング・ポアソン発生モデル

ポットホールの発生確率が、降雨前後で異なることを考慮するために、ポットホールの発生に対し、低確率状態の到着率 λ_t^0 、高確率状態の到着率 λ_t^1 と2種類の到着率 ($\lambda_t^0 < \lambda_t^1$) を考えると、ポットホール発生の到着率 λ_t は、2種類の到着率 λ_t^0 、 λ_t^1 を用いて、

$$\lambda_t = (1 - S_t) \lambda_t^0 + S_t \lambda_t^1 \quad (2)$$

と表せる。ここに、 S_t ($S_t=0, 1; t=1, \dots, T$)は当該サンプルの到着率が低確率状態 ($S_t=0$) と高確率状態 ($S_t=1$) のいずれに属するかを表す状態変数 (潜在変数) である。また、それぞれの局所期間 t におけるポットホールの発生は、その局所期間における降水量や交通量といった道路特性に依存すると考え、特性ベクトル $\mathbf{x}_t^0$ ($t=1, \dots, T$)、 $\mathbf{x}_t^1$ ($t=1, \dots, T$)の観測もおこなう。なお、特性ベクトル $\mathbf{x}_t^0$ は到着率 λ_t^0 に、特性ベクトル $\mathbf{x}_t^1$ は到着率 λ_t^1 にそれぞれ影響を与え、

$$\lambda_t^i = \exp(\mathbf{x}_t^i \boldsymbol{\beta}_i) (i = 0, 1) \quad (3)$$

と表す。ここに、 $\boldsymbol{\beta}_0$ 、 $\boldsymbol{\beta}_1$ は未知パラメータ行ベクトルである。ここで、獲得された情報を整理するために、局所期間 t の情報を $\mathbf{e}_t = \{n_t, z_t, \mathbf{x}_t\}$ ($t=1, \dots, T$)とする。このとき、状態変数 S_t を既知としたときのマルコフ・スイッチング・ポアソン発生モデルの尤度関数 ($\mathbf{e}_1, \dots, \mathbf{e}_T | \boldsymbol{\beta}_0, \boldsymbol{\beta}_1, S_1, \dots, S_T$)は、

$$l(\mathbf{e}_1, \dots, \mathbf{e}_T | \boldsymbol{\beta}_0, \boldsymbol{\beta}_1, S_1, \dots, S_T) = \prod_{t=1}^T \frac{\{(1 - S_t) \lambda_t^0 + S_t \lambda_t^1\}^{n_t}}{n_t!} \cdot \exp[-\{(1 - S_t) \lambda_t^0 + S_t \lambda_t^1\}] \quad (4)$$

と表せる。ただし、本研究では $z_t=1$ が全ての局所期間 t において成り立つため、式(4)は、 $z_t=1$ ($t=1, \dots, T$)としたときの尤度関数を示している。

(3) 状態変数 S_t

状態変数 S_t は、マルコフ過程に従って変化し、その推移確率は、

$$\Pr[S_t = 1 | S_{t-1} = 0] = p \quad (5a)$$

$$\Pr[S_t = 0 | S_{t-1} = 1] = q \quad (5b)$$

$$\Pr[S_t = 0 | S_{t-1} = 0] = 1 - p \quad (5c)$$

$$\Pr[S_t = 1 | S_{t-1} = 1] = 1 - q \quad (5d)$$

とする。状態変数 S_t が与えられたとき、推移確率 p 、 q は他の情報 $\mathbf{e}_t$ ($t=1, \dots, T$)と独立になる。本研究では、推移確率 p 、 q のサンプリングに対し、2種類の独立な指数ハザードモデルをそれぞれ導入し、そのパラメータの推計をおこなう。いま、局所期間 t において、 p に関するハザード率を θ_p^t 、 q に関するハザード率を θ_q^t とする。本研究では、各局所期間 t の間隔 z_t は全て1日であるため、推移確率 p 、 q はそれぞれ、

$$p = \theta_p^t \exp(-\theta_p^t) \quad (6a)$$

$$q = \theta_q^t \exp(-\theta_q^t) \quad (6b)$$

と表せる。また、ハザード率 θ_p^t 、 θ_q^t は、局所期間 t ごとの道路特性に依存して変化すると考え、特性ベクトル $\mathbf{x}_{pq}^t$ を用いて、

$$\theta_p^t = \exp(\mathbf{x}_{pq}^t \boldsymbol{\alpha}_p) \quad (7a)$$

$$\theta_q^t = \exp(\mathbf{x}_{pq}^t \boldsymbol{\alpha}_q) \quad (7b)$$

と表す。ここに、 $\boldsymbol{\alpha}_p$ 、 $\boldsymbol{\alpha}_q$ は、推移確率の推計に関する未知パラメータベクトルである。以上より、推移確率の推計における尤度関数 $l_{pq}(S_1, \dots, S_T | \boldsymbol{\alpha}_p, \boldsymbol{\alpha}_q)$ は、

$$l_{pq}(S_1, \dots, S_T | \boldsymbol{\alpha}_p, \boldsymbol{\alpha}_q) = \prod_{t=1}^T \left\{ p^{\delta_p^t} (1-p)^{1-\delta_p^t} q^{\delta_q^t} (1-q)^{1-\delta_q^t} \right\} \quad (8)$$

と定式化できる。ただし、 δ_p^t 、 δ_q^t は局所期間 t の状態を表すダミー変数であり、

$$\delta_p^t = \begin{cases} 0 & S_t = 0 \text{かつ} S_{t+1} = 0 \\ 1 & S_t = 0 \text{かつ} S_{t+1} = 1 \end{cases} \quad (9a)$$

$$\delta_q^t = \begin{cases} 0 & S_t = 1 \text{かつ} S_{t+1} = 1 \\ 1 & S_t = 1 \text{かつ} S_{t+1} = 0 \end{cases} \quad (9b)$$

である。

(4) 推計手法

本研究では、ベイズ推計の一手法であるマルコフ連鎖モンテカルロ法^{2,3)}を援用し、マルコフ・スイッチング・ポアソン発生モデルの未知パラメータベクトルを推計する。また、状態変数 S_t についても、直接観測不可能な潜在変数であるため推計をおこなう必要がある。潜在変数のサンプリングにおいて、潜在変数 S_t を既知としたときの尤度関数が式(4)により明示的に算出可能であるため、ハミルトン・フィルタ⁹⁾を用いたマルチ・ムーブ・サンプラーにより、潜在変数 S_t のサンプリングをおこなう。

表-1 データベースの概要

適用区間(km)	19.01		
観測期間	2007/8/1～2011/10/1		
3日間降水量(Rf_3)	$Rf_3=0$	$Rf_3>0$	総数
日数(日)	534	988	1,522
ポットホール発生数(個)	16	208	224
平均ポットホール発生数(個/日)	0.03	0.21	0.15

表-2 パラメータ推計結果 (ポアソン)

	定数項	定数項	降水量
	β_0	β_1	
期待値	-4.197	-1.476	3.952
上限5%	-4.121	-1.242	4.578
下限5%	-5.794	-1.708	3.366
Geweke統計量	-0.019	0.007	-0.018

表-3 パラメータ推計結果 (推移確率)

	定数項	降水量	定数項	降水量
	α_p		α_q	
期待値	-3.947	1.511	-3.993	-1.679
上限5%	-3.586	2.765	-3.594	-0.274
下限5%	-4.358	0.286	-4.469	-2.955
Geweke統計量	0.004	-0.009	0.013	0.033

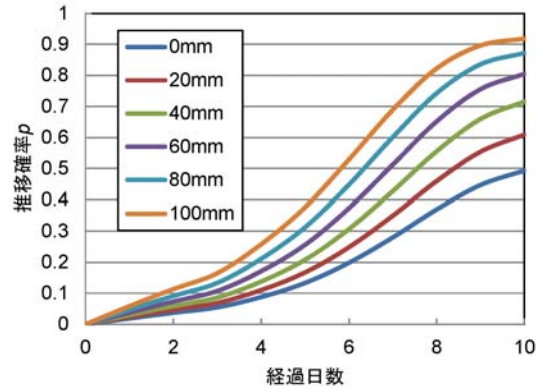
3. 実証分析

(1) データベースの概要

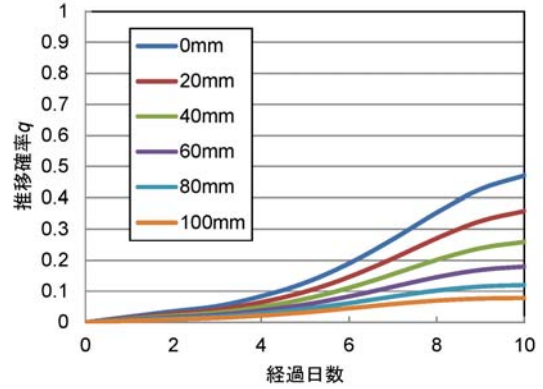
提案したマルコフ・スイッチング・ポアソン発生モデルを実際の道路に対するポットホール目視点検データに適用した。データベースの概要を表-1に示す。適用した道路区間の総延長は19.01kmであり、2007年8月1日から2011年10月1日まで、1,522日間のポットホールの観測データが存在する。前述の通り、ポットホールの発生過程には降水量が影響することが経験的に知られている。ここでは1つの目視点検データに対して、過去3日間の累積降水量 Rf_3 を算出し1次分析をおこなった。分析期間1,522日のうち $Rf_3=0$ となる日数は534日、また $Rf_3>0$ となる日数は988日であり、さらにポットホール発生数の総数224個のうち208個が $Rf_3>0$ となる日に発生している。また、平均ポットホール発生数を比較しても $Rf_3>0$ の場合が約7倍と高頻度で発生している。以上のことからポットホールの発生には降水量の影響が大きいと考えられる。

(2) 推計結果

3.(2)の1次分析を踏まえ、目視点検データよりマルコフ・スイッチング・ポアソン発生モデルの未知パラメータ β_0 , β_1 , 潜在変数 S_t とその推移確率 p , q に関するパラメータ α_p , α_q をマルコフ連鎖モンテカルロ法を援用し推計した。特性ベクトルの要素として、ポアソン発生モデルでは θ_t^i で3日間降水量を、推移確率 p , q で降水量を



(a) 推移確率 p



(b) 推移確率 q

図-1 推移確率の比較

それぞれ考慮した。表-2に未知パラメータ β_0 , β_1 の推計結果を示した。 β_1 において、3日間降水量に対するパラメータが正の値であるため、降水量が増加するほどポットホールの発生確率は増加する。また、表-3には、推移確率に関するパラメータ α_p , α_q の推計結果を示した。 α_p において降水量に対するパラメータが正の値、 α_q において降水量に対するパラメータが負の値であることから、降水量が増加するとポットホール高確率発生状態($S_t=1$)に留まりやすいことがわかる。図-1に示したように、降水量の変化に伴う推移確率 p , q の変化量が定量的に評価できる。なお、表-2、表-3には、各パラメータの事後分布の95%信頼域、およびGeweke検定統計量⁹⁾も併せて示している。

また、図-2に1日のポットホール発生数の実現値、推計によって得られた1日のポットホール発生数の期待値、および推移確率 p を1日ごとに示した。同図から、本研究で提案したマルコフ・スイッチング・ポアソン発生モデルを用いることにより、ポットホールの発生過程を実現象と整合的に評価可能であることがわかる。また、同図からは、高確率状態($S_t=1$)である期間が分析期間全体に占める割合の期待値を求めることが可能であるため、本研究で提案したモデルを用いると、臨時道路巡回などの重点管理をおこなう必要のある期間長の期待値が算出可能となる。

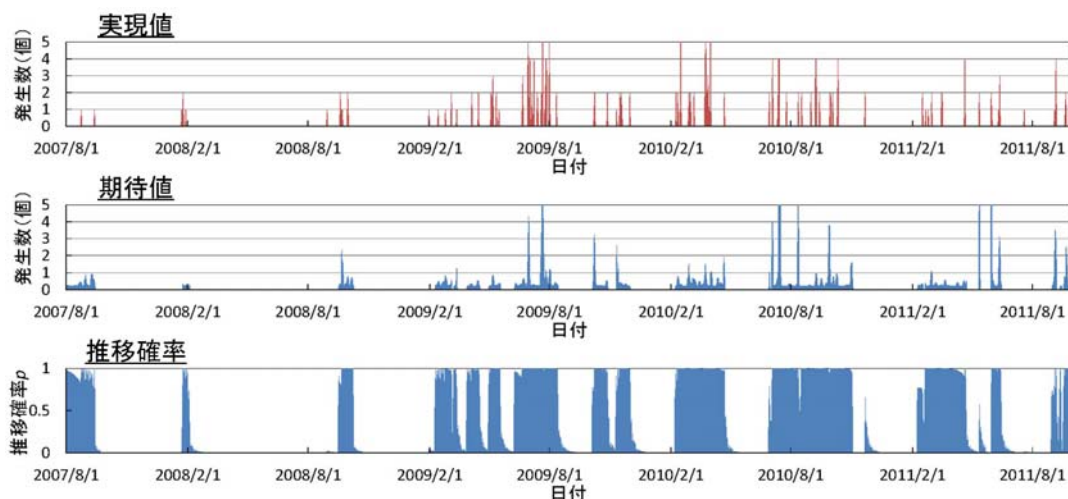


図-2 ポットホール発生数と推移確率

4. おわりに

本研究では、マルコフ・スイッチング・ポアソン発生モデルを定式化し、ポットホールの発生状態を低確率状態、高確率状態の2つの状態に分割し分析する手法を提案した。このように2つの状態に分割しポットホール発生過程を分析することは、重点管理をおこなうか否かの意思決定への重要な指標となる。さらに、高確率状態である期間が分析期間全体に占める割合を求めることにより、ポットホールの発生管理への投資量の決定が可能となる。また、今後の課題としては適用範囲の拡大や最適巡回頻度の設定などがあげられる。

参考文献

- 1) 貝戸清之，小林潔司，加藤俊昌，生田紀子：道路施設の巡回頻度と障害物発生リスク，土木学会論文集 F，Vol.63，No.1, pp.16-34，2007.
- 2) 伊庭幸人，種村正美，大森裕浩，和合肇，佐藤整尚，高橋明彦：計算統計 II マルコフ連鎖モンテカルロ法とその周辺，岩波書店，2005.
- 3) 和合肇：ベイズ計量経済分析，マルコフ連鎖モンテカルロ法とその応用，東洋経済新報社，2005.
- 4) 青木一也，山本浩司，小林潔司：劣化予測のためのハザードモデルの推計，土木学会論文集，No.791/VI-67，pp.111-124，2005.
- 5) 貝戸清之，小林潔司：マルコフ劣化ハザードモデルのベイズ推定，土木学会論文集 A，Vol.63，No.2，pp.336-355，2007.
- 6) Le Thanh Nam, 貝戸 清之, 小林 潔司, 起塚 亮輔：ポアソン隠れマルコフ劣化モデルによる舗装劣化過程のモデル化，土木学会論文集 F4（建設マネジメント），Vol.68，No.2，p.62-79, 2012.
- 7) Lancaster, T.: The Econometric Analysis of Transition Data, Cambridge University Press, 1990.
- 8) Geweke, J.: Evaluating the Accuracy of Sampling-based Approaches to the Calculation of Posterior Moments, Bayesian Statistics, Vol.4, pp.169-193, 1996.
- 9) Hamilton, J.D.: A New Approach to the Economic Analysis of Nonstationary Time Series and the Business Cycle, Econometrica, Vol.57, No.2, pp.357-384, 1989.
- 10) So, M.K.P., Lam, K. and Li, W.K.: A Stochastic Volatility Model with Markov Switching, Journal of Business & Economic Statistics, Vol.16, No.2, pp.244-253, 1998.

(2012.10.31 受付)

GENERATION PROCESS OF POT HOLE USING MARKOV SWITCHING MODEL

Daijiro MIZUTANI, Kengo OBAMA and Kiyoyuki KAITO

It is known that there is relationship in a pothole and precipitation. In order to determine the appropriate road patrol intervals, it is important to evaluate quantitatively the relationship between the pothole and precipitation. In this study, the generation process of the pot holes in the pavement of the highway is classified as either the low probability state or the high probability state, and its transition is represented using Markov switting model. Then, the proposed model is estimated using Markov chain Monte Carlo method and multi-move sampler. In order to verify the effectiveness of the proposed method, empirical analysis is carried out using the inspection data of pot holes.