第29回建設マネジメント問題に関する
研究発表・討論会講演集　2011年12月

道路区間の異質性を考慮した落下物発生リスクと巡回間隔

大阪大学大学院　○貝戸清之*[1]
京都大学経営管理大学院　小林潔司*[2]
大阪大学大学院　福田泰樹*[3]

道路を保全し、道路交通の安全確保を図ることが社会のニーズであり、道路管理者としての重要な責務である。路上落下物や路面変状・損壊等の道路の異常は、重大な事故や道路の安全な供用に支障を及ぼす。したがって、道路管理者は、道路を常時良好に保ち、道路の保全・交通の危険を防止するために道路巡回を実施することが求められる。一方で、少子高齢化が進み、近年の厳しい財政状況の中で、道路施設の維持補修においても計画的かつ効率的な管理業務が課題となっている。道路管理業務コストの中でも道路巡回業務が占める割合は少なくなく、道路の安全性を前提としながらも、同時に効率性にも考慮した道路巡回方法を検討することが求められている。

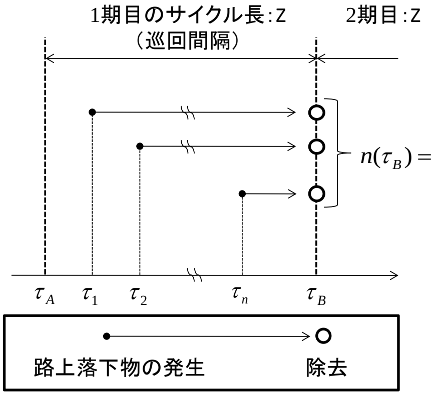
【キーワード】道路巡回、路上落下物、ランダム比例ポアソン発生モデル、異質性

１.はじめに

通常、道路巡回業務はパトロール車を利用して定期的に実施される。そのため、道路巡回費用は、路上落下物や路面損壊・変状の有無に関わらず、固定的に発生する。一方で、道路にも様々な区間があり、単位期間中に路上落下物や路面損壊を発見する確率は異なってくる。道路の巡回頻度を増せば、道路の安全性や交通流に影響を及ぼす路上落下物が発生した場合に迅速に対応することができ、路上落下物を長時間放置するリスクは小さくなる。しかし、巡回頻度が増加することで、巡回費用の増加を招き、結果的に維持管理費用が増加してしまう可能性がある。このように、落下物発生リスクと道路巡回費用との間には、巡回頻度を介してトレードオフの関係が存在する。道路管理者は、路上落下物発生リスクを評価した上で、巡回費用の効果的な削減を目的とした道路巡回方策を検討していく必要がある。

２．路上落下物のモデル化

いま、**図−1** に路上落下物の発生過程を示す。時刻



図−1 路上落下物の発生過程

τ はカレンダー上の実時刻を表す。以下、実時刻のことを「時刻」と呼ぶ。同図の時刻 τ_A、τ_B において、道路巡回が実施されている。ある巡回時刻から次の巡回時刻までの期間を巡回間隔 Z と定義する。簡単のために、道路巡回を通して路上落下物が観測されれば、直ちに撤去されると考える。τ_A に着目すれば、この時点で路上落下物は存在しない。しかし、時間の経過とともに例えば、同図においては時刻 $\tau_1,\tau_2,\cdots,\tau_n$ に通行に支障をきたす落下物が生じている。

*1　工学研究科　地球総合工学専攻　准教授　06-6879-7630　kaito@ga.eng.osaka-u.ac.jp
*2　経営管理講座　教授　075-753-3410　kkoba@psa.mbox.media.kyoto-u.ac.jp
*3　工学研究科　地球総合工学専攻　修士課程　06-6879-7622　t-fukuda@civil.eng.osaka-u.ac.jp

しかし、道路巡回では個々の路上落下物が発生した時刻（$\tau_1, \tau_2, \cdots, \tau_n$）を把握することはできない。時刻 τ_B で道路巡回を行うことで、巡回点検間隔[τ_A、τ_B)の間に発生した路上落下物の総数が n 個であったという情報のみを径間ごとに取得することができる。

本研究では、このような路上落下物の発生をポアソン過程を用いて表現するとともに、道路区間個々の観測できない要因（異質性）を考慮したランダム比例ポアソン発生モデルを用いて定式化する。以下 2. でランダム比例ポアソンモデルの定式化を行い、3. で、実際の道路に適用し実証分析を行う。

3．ランダム比例ポアソンモデル

(1) ランダム比例ポアソンモデルの定式化

ここでは異質性を考慮したランダム比例ポアソン発生モデルの定式化を試みる。いま、任意の道路区間 i~(i=1、⋯、I)に着目する。当該区間の道路巡回を通して取得された情報サンプル k~(k=1、⋯、K) を例に取る。ここで路上落下物の発生過程がポアソン過程に従うと仮定する。このとき当該道路区間 i に巡回間隔を z_i と表すと、各道路区間に n_i 個の路上落下物が発生する確率はポアソン分布

$$Po(n(z_i)=n_i \mid \lambda_i)=\frac{(\lambda_i z_i)^{n_i}}{n_i!}\exp(-\lambda_i z_i) \tag{1}$$

で表される。λ_i は到着率であり、具体的に

$$\lambda_i=\lambda(\boldsymbol{x_i},\boldsymbol{\beta})=\exp(\boldsymbol{x_i},\boldsymbol{\beta}) \tag{2}$$

と定義できる。ここで、$\boldsymbol{x_i^m}$ (m = 1、…、M)は環境条件などの特性変数で表される特性ベクトルであり、未知パラメータベクトル $\boldsymbol{\beta}^{\boldsymbol{m}}$ (m = 1、…、M)を推計することで落下物発生過程を表現する。

しかし、特性変数を考慮したとしても様々な要因によって落下物の発生数は多様に変動する。本本研究においては、これらの影響を検討単位に対して 1 つのパラメータで表現し、これを異質性パラメータと呼ぶこととする。また、維持管理計画の立案を念頭に、維持管理実務の基本単位である管理区間ごとに異質性パラメータを設定することとした。いま、対象路線が、J 箇所の管理区間で管理されているとする。このとき異質性パラメータを考慮すると任意の道路区間 i~(i=1、⋯、I)における到着率は式(2)より

$$\lambda_{ji}=\mu_{ji}\varepsilon_j=\exp(\boldsymbol{x_{ji}}\boldsymbol{\beta}')\varepsilon_j \tag{3}$$

と定義できる。ここで ε_j は管理区間 j~(j=1、…、J)における到着率の異質性パラメータであり、同一の管理区間 j に含まれる道路区間に対して ε_j は共通の値を取ると考える。異質性パラメータを考慮することで、特性変数として与えられる条件が全く同じ道路区間であっても、路上落下物の発生過程は管理区間ごとに異なることが表現可能となる。異質性パラメータは、現実には確定的な値をとるが、観測者にとっては直接把握が不可能なパラメータである。本研究では以上の方法で不可観測要因の定量化を試みる。

さらに、異質性パラメータ ε_j は、平均 1、分散 ϕ^{1} のガンマ分布に従う確率誤差項であると仮定する。一般にガンマ分布の確率密度関数 $f(\varepsilon_j$: $\phi, \phi^{1})$は

$$f(\varepsilon_j:\phi,\phi^{-1})=\frac{\phi^{\phi}}{\Gamma(\phi)}\varepsilon_j^{\ \phi-1}\exp(-\phi\varepsilon_j) \tag{4}$$

ここで、路上落下物が到着率 λ_{ji} で発生すると仮定すると、この時、点検間隔 z_{ji} で点検を実施した際に、道路区間 i に n_{ji} 個の路上落下物が発見される無条件確率は、

$$\begin{aligned}&P(n(z_{ji})=n_{ji})\\&=\int_0^{\infty}Po(n(z_{ji})=n_{ji}|\lambda_{ji})f(\varepsilon_j:\phi,\phi^{-1})d\varepsilon_j\\&=\frac{\phi^{\phi}}{n_{ji}!\Gamma(\phi)}\int_0^{\infty}(\mu_{ji}z_{ji})^{n_{ji}}\varepsilon_j^{\ n_{ji}+\phi-1}\exp(-(\mu_{ji}z_{ji}+\phi)\varepsilon_j)d\varepsilon_j\end{aligned} \tag{5}$$

と表せる。ここで u_{ji} =(μ_{ji} z_{ji} +ϕ)ε_j と置き、確率密度関数の変数変換を行えば、

$$\begin{aligned}&\int_0^{\infty}(\mu_{ji}z_{ji})^{n_{ji}}\varepsilon_j^{\ n_{ji}+\phi-1}\exp\{-(\mu_{ji}z_{ji}+\phi)\varepsilon_j\}d\varepsilon_j\\&=\frac{\Gamma(\phi+n_{ji})(\mu_{ji}z_{ji})^{n_{ji}}}{(\mu_{ji}z_{ji}+\phi)^{n_{ji}+\phi}}\end{aligned} \tag{6}$$

が成立する。したがって、点検間隔 z_{ji} の下で管理区間 j(j = 1、…、J)内の道路区間 i(i = 1、…、I_j)に路上落下物が n_{ji} 個発生される無条件確率は、

$$\begin{aligned}&P(n(z_{ji})=n_{ji})\\&=\left(\frac{\phi}{\mu_{ji}z_{ji}+\phi}\right)^{\phi}\left(\frac{\mu_{ji}z_{ji}}{\mu_{ji}z_{ji}+\phi}\right)^{n_{ji}}\frac{\Gamma(\phi+n_{ji})}{n_{ji}!\Gamma(\phi)}\end{aligned} \tag{7}$$

と表すことができる。以下、確率モデル、式(9)をランダム比例ポワソンモデルと呼ぶ。なお、ランダム比例ポワソンモデルは負の二項分布に他ならない。

(2) ランダム比例ポワソン発生モデルの推計

式(7)のランダム比例ポワソンモデルにおいて、未知パラメータは、β と分散パラメータ ϕ である。点検の結果、合計 K 個の点検サンプル情報が得られたとする。点検サンプル p(p = 1、…、K) の情報 e^p を

$$\boldsymbol{e^p}=(\boldsymbol{n^p},\boldsymbol{z^p},\boldsymbol{x_{i(p)}}) \tag{8}$$

と表す。ここに、$i(p)$は、点検サンプル p のデータが対象とするスパン区間のコード番号を表す。また、n^p は観測された剥離・剥落の個数、z^p は点検間隔、$x_{i(p)}$は径間 $i(p)$の特性ベクトルを表す。このとき、点検サンプル p の実測値$\bar{e}^p$が生起する条件付き確率（ランダム比例ポワソン発生モデルの対数尤度関数）は、

$$
\begin{aligned}
&\ln\{L(\beta,\phi:\bar{e})\}\\
&=\sum_{p=1}^{K}\left\{\ln\left[\frac{\Gamma(\phi+\bar{n}^p)}{\Gamma(\phi)}\right]+\bar{n}^p\ln(\mu_{ji(p)}\bar{z}^p)l\right.\\
&\left.-(\bar{n}^p+\phi)\ln\left(\mu_{ji(p)}\bar{z}^p+\phi\right)+\phi\ln\phi-\ln\bar{n}^p!\right\}
\end{aligned} \tag{9}
$$

と表される。ここでガンマ関数に関して、

$$
\ln\left[\frac{\Gamma(\phi+\bar{n}^p)}{\Gamma(\phi)}\right]=\sum_{p=0}^{\bar{n}^p-1}\ln(\phi+p) \tag{10}
$$

が成立する。したがって、対数尤度関数は、

$$
\begin{aligned}
&\ln\{L(\beta,\phi:\bar{e})\}\\
&=\sum_{p=1}^{K}\left\{\sum_{p=0}^{\bar{n}^p-1}\ln(\phi+k)+\bar{n}^p\ln(\mu_{ji(p)}\bar{z}^p)l\right.\\
&\left.-(\bar{n}^p+\phi)\ln\left(\mu_{ji(p)}\bar{z}^p+\phi\right)+\phi\ln\phi-\ln\bar{n}^p!\right\}
\end{aligned} \tag{11}
$$

と書き換えることができる。

以上より、式(11)を用いれば、最尤法によりランダム比例ポアソンモデルのパラメータβと分散パラメータϕの最尤推定量を求めることができる。つぎに、パラメータベクトルの最尤推定量を与件として異質性パラメータ ε_j (j = 1、…、J) の最尤推定量を求める。ここで部分尤度関数を

$$
\begin{aligned}
L_j^{\circ}&=\prod_{p=1}^{K}\frac{\phi^{\phi}}{n_{ji}!\Gamma(\phi)}(\mu_{ji}z_{ji})^{n_{ji}}\varepsilon_j^{su+p(\phi-1)}\\
&\exp\{-(\tau p+p\phi)\varepsilon_j\}
\end{aligned} \tag{12}
$$

と定義できるが、ただし、su および τp はそれぞれ、

$$
su=\sum_{p=1}^{K}n_{jp} \qquad \tau p=\sum_{p=1}^{K}\lambda_{jp}z_{jp} \tag{13}
$$

となる。このとき、異質性パラメータ ε_j の最尤推定量は、

$$
\frac{\partial\ln L_j^{\circ}(\xi_{ji},\varepsilon_j:\hat{\theta}_i)}{\partial\varepsilon_j}=0 \tag{14}
$$

を満足するような $\hat{\varepsilon}_j$として求めることができる。このようにして求めた異質性パラメータの最尤推定量はパラメータ $\hat{\theta}=(\hat{\beta},\hat{\phi})$ を与件として求めた推定量である。このことを明示的に表現するために、式(15)の解を $\hat{\varepsilon}_j(\hat{\theta})$ と表わすと、式(13) (14)より次式を得る。

$$
\hat{\varepsilon}_j(\hat{\theta})=\frac{su+K(\phi-1)}{\tau p+K\phi} \tag{15}
$$

と表される。

表−1 分析対象区間と道路巡回データ

	A維持出張所					B維持出張所			C維持出張所		
管理区間	A1			A2		B1	B2		C1	C2	
路線	1 号	1号BP	8号	1号	1号BP	8号	8号	21号	161号	161号	161号BP
管理距離	82.6					88.3			93.6		
道路区間数	413					442			468		
サンプル数	3,820					3,296			4,140		
落下物総数（個）	3,501					3,079			3,817		
平均落下物数(個/200m)	8.48					6.97			8.16		

表−2 パラメータ推計結果

	定数項	昼間大型車交通量	ピーク時区間旅行速度	平均わだちぼれ量	沿道区分（平地:1その他:0）	φ
推計値	−4.824	8.51.E−05	0.016	0.009	0.110	3.200
t−値	15.51	14.56	17.25	4.22	3.99	20.22
対数尤度	−18,325					
AIC	36,663					

4．適用事例

本研究で提案したモデルを、実際の道路区間に適用する。分析対象区間と道路巡回データの概要を**表−1** に示す。路上落下物の発生過程を表現するポワソン発生モデルを道路巡回サンプル情報に基づいて推計する。このとき、多変数を考慮したそれぞれのモデルに対して、モデルと実データの当てはまり具合を評価するために、情報量基準 AIC の算出を行う。AIC の算定式は、

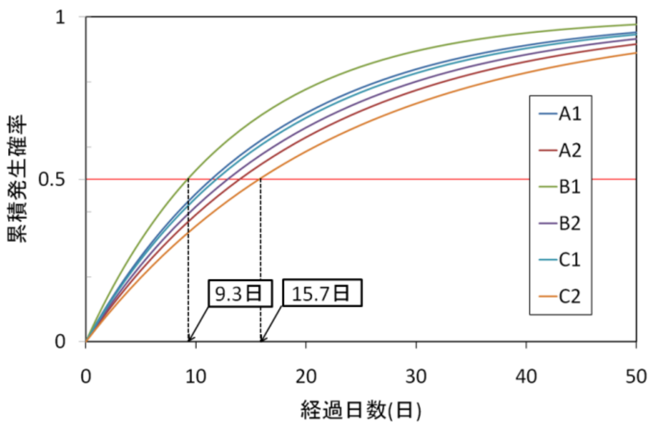
$$
AIC=-2\ln L+2k \tag{16}
$$

である。ここで、L は対数尤度、k は自由パラメータの数を表す。今回、AIC が最小となる推計モデルを最適モデルとして選定する。その推計結果を**表−2** に示す。同表にもあるとおり、昼間総貨物車交通量、ピーク時区間旅行速度、平均わだち掘れ量、沿道区分（平地）の 4 つの特性変数を採用したモデルが AIC 最小となった。

つぎに式(15)に基づいて、対象管理区間内にある各出張所内の2つの管理区間、計6つの管理区間に対して異質性パラメータを算出した。異質性パラメータの推計結果を**表−3**に示す。異質性パラメータが大きい管理区間ほど、同一条件下のもとで路上落下物の発生確率が高くなる。6つの管理区間に関して路上落下物が1個発生する累積確率を**図−2**に示すと、**表−3**の関係が明確に理解できる。同図の特性変数は、昼間総貨物車交通量:中央値6909(台)、ピーク時区間旅行速度:中央値38.1(km/h)、平均わだち掘れ量:中央値9(mm)、沿道区分を平地と設定し、路上落下物が1個以上発生しているケースを対象としており、管理区間単位で路上落下物に大きな変動が生じていることを視覚的に把握することができる。累積発生確率の50%線に着目すると、B1地区で9.3日、C2地区で15.7日と6.4日の差があることが理解できる。各管理区間

表−3 異質性パラメータ推計結果

管理区間	A1	A2	B1	B2	C1	C2
ε の推計値	1.91	1.56	2.35	1.69	1.84	1.38



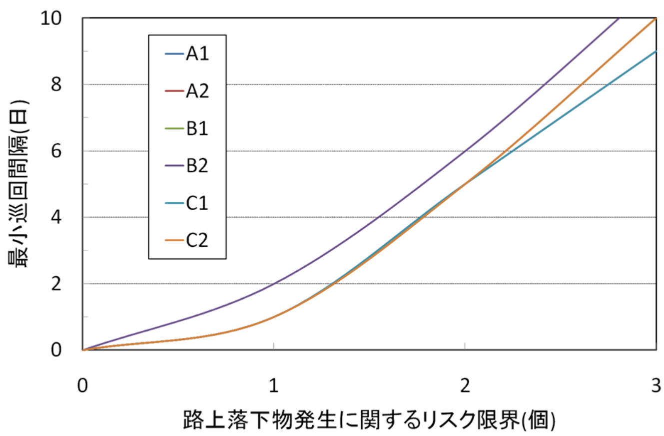
図−2 路上落下物累積発生確率−管理区間別

で特性変数を設定することで、より詳細に路上落下物発生過程を分析することが可能となる。また、管理区間という単位に異質性パラメータに設定することで、意思決定の効率化・視覚化に貢献することが可能となる。

対象管理区間に対する最適な巡回間隔を決定するために、VaR 指標に基づいて、任意のリスク信頼水準に対するリスク管理限界を満足するような最適な巡回間隔を決定する。リスク管理の VaR 指標は、路上落下物発生数を基準にした指標である。ランダム比例ポアソン発生モデルを用いて、路上落下物発生数に関するリスク管理指標 $\mathrm{VaR}_\omega(z_i)$を求めた。ここで $\Omega_\omega(\bar{U}_i)$ を、

$$\Omega_\omega(\bar{U}_i) = \{z_i \mid \mathrm{VaR}_\omega(z_i) \le \bar{U}_i\} \quad (17)$$

と定義する。$\Omega_\omega(\bar{U}_i)$ は「路上落下物に対するリスク信頼水準ωの下で路上落下物の発生数をリスク管理限界$\bar{U}_i$以下に抑えることが可能な巡回間隔の集合」である。今回は、道路管理計画を念頭に各管理区間内での到着率最大となる道路区間に着目する。**図−3**はリスク信頼水準ω=0.01に対応する$\mathrm{VaR}_{0.01}(z_i)$の関係を分析した結果より、路上落下物の発生数に関するリスク管理限界$\bar{U}_i$と、集合$\Omega_\omega(\bar{U}_i)$式(17)の最小値で定義される最小巡回間隔の関係を示している。巡回間隔の基本単位は、日を採用している。例えば信頼水準ω=0.01、リスク管理限界を1個に設定すると、グラフに重なりがある地区が見受けられるが、最小巡回間隔は、B2 地区が2 日で、それ以外の地区は1日となる。これは、B2 地区の巡回間隔を 2 日に設定すると、信頼水準 ω=0.01 のもとではその間に路上落下物が 1 個以上発生する確率が 1%であることを意味している。言い換えれば、2 日に 1 回の巡回を実施することで、99%の道路区間に対しては路上落下物の発生数を 1 個以下に抑えることができる。以上のようにリスク管理指標 $\mathrm{VaR}_\omega(z_i)$を設定することで、リスク管理限界を考慮した最適な道路巡回を設定できる。



図−3 リスク管理限界と最小巡回間隔−管理区間別（信頼水準 ω= 0.01）

5．おわりに

本研究では、既存の道路巡回データを用いて、路上落下物発生過程のモデル化を行った。具体的にはポアソン発生モデルを基本とする、ランダム比例ポアソンモデルを定式化し、路上落下物に影響を及ぼす要因の特定を行うとともに、異質性パラメータを管理区間ごとに設定し、それらの異質性パラメータを推計した。本研究で提案したような統計分析を実施することで、道路巡回データを中心とした維持管理計画の立案が可能になるだけでなく、データベースの項目としてどのような情報を優先的に記録すべきか、という議論が可能となる。なお、本研究は新都市社会技術融合創造研究会「道路付帯施設・情報管理施設のアセットマネジメントに関する研究プロジェクト」の研究成果の一部である。

【参考文献】

1) 貝戸清之、小林潔司、加藤俊昌、生田紀子：道路施設の巡回頻度と障害物発生リスク、土木学会論文集 F、Vol.63、No.1、pp.16-34、2007.