第24回建設マネジメント問題に関する
研究発表・討論会講演集　2006年12月

道路障害リスクと最適巡回政策

京都大学大学院　○小濱 健吾*1
株式会社BMC　貝戸 清之*2
京都大学経営管理大学院　小林 潔司*3
国土交通省近畿地方整備局　加藤 俊昌*4
(財)道路保全技術センター　生田 紀子*5

By Kengo OBAMA, Kiyoyuki KAITO, Kiyoshi KOBAYASHI, Toshiaki KATOH, and Noriko IKUTA

本研究では，路上障害物（路上落下物，路面の変状や損壊，道路付帯施設の破損・損壊など）の撤去・修繕を目的として実施される道路巡回業務に対して，路上障害物の管理水準と予算制約の関係に基づいて最適な巡回政策を決定するための方法論を提案する．具体的には，路上障害物の発生過程のモデル化に際して，多様な路上障害物の到着率の異質性を表現するために，到着率が確率分布（ガンマ分布）するポワソンガンマ発生モデルを定式化する．つぎに，ポワソンガンマ発生モデルによって障害物発生数の確率分布を明示して，路上障害物発生リスクの管理指標を定式化する．その上で，所与の予算制約の下で，路上障害物の発生リスクを最小とするような最適巡回政策を検討する．

【キーワード】ポワソンガンマ発生モデル，リスク管理指標，最適巡回

1．はじめに

道路管理者は，道路を常時良好な状態に保つよう努めなければならない（道路法第42条第1項）．特に，路上落下物や路面の変上や損壊は，交通事故，車両破損事故につながるリスクを有している．このために，道路管理者は定期的に道路を巡回し，路上落下物の撤去，路面の変状を修繕することが求められる．一方で，少子高齢社会の到来による財政縮減の中で，道路施設の維持補修においても管理業務の効率化が喫緊の課題となってきている．道路管理業務のコストの中で，道路巡回業務が占める割合は少なくなく，安全性の確保を前提としながらも，同時に効率性にも配慮した道路巡回方法を検討することが必要である．

通常，道路巡回は一定の時間間隔ごとに実施される．このため，道路管理者にとって，道路巡回費用は路上落下物や路面損壊の有無に関わらず，固定的に発生する．一方，道路区間により，単位期間中の路上落下物や路面損壊の発見確率は多様に変動する．道路の巡回頻度を増やすほど，道路の安全性や交通流の確保に支障をきたす事象（以下，路上障害物という）の発生に迅速に対応することができ，路上障害物を長時間放置するリスクは小さくなる．一方で，高頻度の道路巡回は巡回費用の増加を招き，結果的に社会的費用が増加してしまう可能性がある．このように，障害物発生リスクと道路の巡回費用の間にはトレードオフの関係があり，管理者は障害物発生リスクの管理目標を設定した上で，巡回費用を可能な限り削減するような巡回方策を検討する必要がある．

以上の問題意識の下に，本研究ではまず，路上障害物到着率の異質性を考慮することが可能な混合ポワソン過程を用いて路上障害物の発生リスクを表現する．その際，到着率をポワソンモデルで表現するとともに，その異質性をガンマ分布で表現したポワソンガンマ発生モデルを用いることとする．続いて，道路巡回費用を削減するような望ましい巡回政策を検討する障害物発生リスク管理モデルとして，路上障害物発生数を定義し，路上障害発生リスクを最小とするような道路巡回政策を検討する．

*1　工学研究科都市社会工学専攻 修士課程　075-383-3224
*2　株式会社BMC　*3　経営管理講座 教授
*4　近畿地方整備局　*5　近畿支部

2．ポワソンガンマ発生モデル

（1）混合ポワソン過程

ポワソン過程は，1種類の事象が同一の到着率で繰り返し生起することを前提としている．しかし，路上障害物には，多様な種類の路上落下物，路面の変状，道路付帯施設の変状等が含まれ，これらの障害物がすべて同一の到着率で生起するとは考えにくい．むしろ，数多くのタイプの路上障害物がランダムに発生する現象と考える方が妥当であろう．以下では，多種の路上障害物が異なる到着率で生起し，ある期間における到着率が確率分布に従って分布すると考えよう．すなわち，対象道路区間ごとに，路上障害物の到着率が確率分布すると考える．それと同時に，各道路区間ごとに，路上障害物がポワソン過程に従って発生すると考える．このように到着率が確率分布するようなポワソン過程は，混合ポワソン過程と呼ばれる．混合ポワソン過程を用いることにより，ポワソン過程において成立する平均と分散が等しくなるという制約条件を取り除くことが可能であり，より柔軟性の高い数え上げ過程をモデル化できる．具体的な混合ポワソン過程として，本研究では，到着率の異質性をガンマ分布で表現し，事象の発生現象をポワソン過程でモデル化する．ポワソンガンマ発生モデルは，混合ポワソン過程モデルの中で，最も簡単なモデル構造を有しており，モデルを解析的に表現できるという利点を持っている．さらに，のちに議論するように，ある観測期間中に発生する路上障害物の累積個数を負の2項分布で表現できるという特性がある．このため，路上障害物のリスク管理指標を容易に導出できる．ポワソンガンマモデルの詳細に関しては，参考文献[1),2)]を参照されたい．

なお，ポワソンガンマ発生モデルでは，ある単位期間中に観測される路上障害物の累積発生数を確率分布として表現する．しかし，道路巡回の結果として得られるデータは，道路区間ごとに観測期間長が異なっている．さらに，道路巡回頻度を議論するためには，巡回頻度の変化が障害物発生リスクに及ぼす影響をモデル化することが必要となる．そこで，本研究では，巡回頻度（観測期間長）z_iを明示的に考慮したポワソンガンマ発生モデルを提案することとする．また，リスク管理指標の操作性を確保するために，到着率分布を平均1とするガンマ分布で表現する．

（2）モデルの定式化

道路区間i $(i=1,\cdots,I)$における路上障害物の到着率が，確率分布関数$F(\varepsilon_i)$に従うと考えよう．いま，到着率$\lambda_i>0$を，到着率に関する1つの実現値と考えよう．到着率λ_iを

$$\begin{aligned}\lambda_i &= \mu_i\varepsilon_i \\ &= \exp(\boldsymbol{x}_i\boldsymbol{\beta}')\varepsilon_i \end{aligned} \tag{1}$$

とモデル化する．$\mu_i=\exp(\boldsymbol{x}_i\boldsymbol{\beta}')$は，道路区間$i$における路上障害物の平均的到着率であり，道路区間$i$の特性$\boldsymbol{x}_i$を用いて表現される．また，$\varepsilon_i$は，平均1，分散$\phi^{-1}$のガンマ分布に従う確率誤差項である．ガンマ分布が区間$[0,\infty)$で定義されており，かつ式(1)の右辺で説明変数の加重和に関する指数関数を採用していることより，任意の説明変数と確率誤差項に関して式(1)の右辺が正の値をとることが保証される．ここで、平均1，分散$1/\phi$のガンマ分布の確率密度関数$f(\varepsilon_i:\phi,\phi^{-1})$は

$$f(\varepsilon_i:\phi,\phi^{-1})=\frac{\phi^\phi}{\Gamma(\phi)}\varepsilon_i^{\phi-1}\exp(-\phi\varepsilon_i) \tag{2}$$

と表される．さて，路上障害物が到着率λ_iで発生すると仮定しよう．このとき，時間間隔z_iで道路巡回を実施した際に，道路区間iにn_i個の路上障害物が発見される条件付き確率は，ポワソン分布$Po(n(z_i)=n_i|\lambda_i)$で表現される．さらに，到着率λ_iが，ガンマ分布(2)に従って分布する場合，時間間隔z_iの下で道路区間iにn_i個の路上障害物が発見される無条件確率は

$$\begin{aligned}&P(n(z_i)=n_i)\\ &\quad=\int_0^\infty Po(n(z_i)=n_i|\lambda_i)f(\varepsilon_i:\phi,\phi^{-1})d\varepsilon_i\\ &\quad=\frac{\phi^\phi}{n_i!\Gamma(\phi)}\int_0^\infty(\mu_iz_i)^{n_i}\varepsilon^{n_i+\phi-1}\\ &\qquad\exp\{-(\mu_iz_i+\phi)\varepsilon_i\}d\varepsilon_i\end{aligned} \tag{3}$$

と表される．ここで，$u_i=(\mu_iz_i+\phi)\varepsilon_i$と置き，確率密度関数の変数変換を行えば

$$\begin{aligned}&\int_0^\infty(\mu_iz_i)^{n_i}\varepsilon_i^{n_i+\phi-1}\exp\{-(\mu_iz_i+\phi)\varepsilon_i\}d\varepsilon_i\\ &\quad=\frac{\Gamma(\phi+n_i)(\mu_iz_i)^{n_i}}{(\mu_iz_i+\phi)^{n_i+\phi}}\end{aligned} \tag{4}$$

が成立する．したがって，時間間隔z_iの下で道路区間iにn_i $(n_i=0,1,2,\cdots)$個の路上障害物が発見される無条件確率は

$$\begin{aligned}&P(n_i(z_i)=n_i)\\ &\quad=\left(\frac{\phi}{\mu_iz_i+\phi}\right)^\phi\left(\frac{\mu_iz_i}{\mu_iz_i+\phi}\right)^{n_i}\frac{\Gamma(\phi+n_i)}{n_i!\Gamma(\phi)}\end{aligned} \tag{5}$$

と表される．以下，確率分布モデル(5)をポワソンガンマ発生モデルと呼ぶこととする．さらに，$p_i = \phi/(\mu_i z_i + \phi)$ と置けば，式(5)は，

$$
\begin{aligned}
&P(n_i(z_i) = n_i) \\
&= p_i^{\phi}(1-p_i)^{n_i}\frac{\Gamma(\phi+n_i)}{n_i!\Gamma(\phi)} \\
&= \begin{pmatrix} \phi+n_i-1 \\ n_i \end{pmatrix} p_i^{\phi}(1-p_i)^{n_i} \qquad (6)
\end{aligned}
$$

と書き換えることができる．ただし，$\Gamma(\phi+n_i) = (\phi+n_i-1)\cdots\phi\Gamma(\phi)$ であり，

$$
\begin{pmatrix} \phi+n_i-1 \\ n_i \end{pmatrix} = \frac{(\phi+n_i-1)(\phi+n_i-2)\cdots\phi}{n_i!}
$$

と表せる．また，

$$
P(n_i(z_i) = 0) = p_i^{\phi} \qquad (7)
$$

である．すなわち，ポワソンガンマ発生モデル(6)は，確率p_iを持つ負の２項分布として表すことができる．また，時間間隔z_iを与件とした路上障害物の平均発生数$E[n_i|z_i]$と，分散$Var[n_i|z_i]$は

$$
\begin{aligned}
E[n_i|z_i] &= \mu_i z_i \qquad (8) \\
Var[n_i|z_i] &= \frac{\mu_i z_i(\mu_i z_i + \phi)}{\phi} \qquad (9)
\end{aligned}
$$

と表される．

3．路上障害物発生数

道路区間i $(i = 1, \cdots, I)$に対して，時間間隔z_iごとに巡回する場合を考える．この時，n_i $(n_i = 0, 1, \cdots)$個の路上障害物が発見される確率は，式(6)より，負の２項分布

$$
\begin{aligned}
NB(n_i : z_i) &= \begin{pmatrix} \phi+n_i-1 \\ n_i \end{pmatrix} p_i^{\phi}(1-p_i)^{n_i} \qquad (10) \\
NB(0 : z_i) &= p_i^{\phi} \qquad (11)
\end{aligned}
$$

と書き換えることができる．路上障害物の期待発生数$E[n_i|z_i]$は

$$
E[n_i|z_i] = \mu_i z_i \qquad (12)
$$

と表される．期待発生数$E[n_i|z_i]$は直観的に分かりやすい指標である．しかし，期待発生数は，数多く繰り返される巡回において観測される路上障害物の発生数の期待値を定義したものであり，現実に各巡回時刻において観測される路上障害物の発生数を表したものではない．各巡回時刻において観測される路上障害物の発生数が$E[n_i|z_i]$より多くなることは当然起こりうる．障害物発生リスクの管理のためには，発生数の確率分布を明示的に考慮できる管理指標が望ましい．そこで，路上障害物の発生リスクの管理指標としてVaR (Value at Risk) 指標を定式化しよう．いま，巡回頻度をz_iとした時に，巡回時刻において観測される路上障害物の発生数n_iが，ある許容水準（以下，リスク管理限界と呼ぶ）$\overline{U}_i$以上となる確率は

$$
P(n_i \geq \overline{U}_i|z_i) = \sum_{n_i=[\overline{U}_i]}^{\infty} NB(n_i : z_i) \qquad (13)
$$

と表される．ただし，$[\overline{U}_i]$は$\overline{U}_i$を越える整数の中で最小の整数を表す．ωは，巡回時刻で観測される路上障害物の発生数がリスク管理限界として設定した$\overline{U}_i = \alpha$より大きくなる確率を表している．路上障害物の発生過程に不確実性があるために，巡回時刻で観察される路上障害物の発生数が，所与の管理限界を常に満足するとは限らない．確率ωは，障害物発生リスクを表す指標であり，障害物発生リスク管理水準と呼ぶこととする．ここで，障害物発生リスク管理水準ωと巡回頻度z_iを所与とした路上障害物発生数に関するVaR指標$\mathrm{VaR}_{\omega}^{\alpha}(z_i)$を

$$
\begin{aligned}
&\mathrm{VaR}_{\omega}^{\alpha}(z_i) \\
&= \arg\max_{U_i}\left\{U_i \middle| P(n_i \geq U_i|z_i) \leq \omega\right\} \qquad (14)
\end{aligned}
$$

と定義しよう．ただし，argは，式(14)の右辺を最大にするU_iを指定する記号である．また，上付き添え字αは，路上障害物の発生数に関するVaR指標であることを表している．ここで，集合$\Omega_{\omega}(\overline{U}_i)$を

$$
\Omega_{\omega}(\overline{U}_i) = \left\{z_i \middle| \mathrm{VaR}_{\omega}^{\alpha}(z_i) \leq \overline{U}_i\right\} \qquad (15)
$$

と定義しよう．集合$\Omega_{\omega}(\overline{U}_i)$は，「障害物発生リスク管理水準$\omega$の下で，路上障害物の発生数をリスク管理限界$\overline{U}_i$以下に抑えることが可能な巡回頻度の集合」を表している．このように，路上障害物の発生リスクは，リスク管理水準ωとリスク管理限界$\overline{U}_i$という２つのパラメータを用いて表現できる．なお，期待発生数$E[n_i|z_i]$はリスク管理水準として0.5を採用したVaR値（$\mathrm{VaR}_{0.5}^{\alpha}(z_i)$）に他ならない．VaR指標の定義より，

$\omega < 0.5$の場合，$E[n_i|z_i] < \mathrm{VaR}^{\alpha}_{\omega}(z_i)$が成立する．また，同様の考え方によって，障害物発生数の放置時間，障害物発生数に遭遇する交通量のVaR指標を定式化することが可能である．これについては参考文献[3]を参照されたい．

4．最適巡回モデル

予算制約，リスク管理水準ωを所与とした最適巡回政策を求めよう．通常，道路巡回は，ある路線（もしくは複数の路線）を構成する連続する道路区間で構成される基本管理区間を対象として実施される．そこで，対象とする道路区間i $(i = 1,\cdots,I)$を，複数個の部分集合Ω_j $(j = 1,\cdots,J)$に分割しよう．ただし，$\Omega_j \cap \Omega_{j'} = \phi$ $(j \neq j')$である．ϕは空集合を表す．各部分集合が，基本管理区間に該当する．基本管理区間j $(j = 1,\cdots,J)$の巡回頻度をz_jと表そう．さらに，リスク管理水準ωの下で，基本管理区間jに含まれる道路区間$i \in \Omega_j$において実現する路上障害物の期待発生数を$e(z_i:\omega)$と表そう．

いま，道路巡回政策を検討するに当たり，基本管理区間を構成する全ての道路区間に対して，路上障害物の発生リスクを一様に低減することを目標としてとりあげよう．このため，基本管理区間分割案$\Omega = \{\Omega_j\ (j = 1,\cdots,J)$，および各基本管理区間ごとの巡回頻度$\boldsymbol{z}_\Omega = \{z_j\ (j\ 1,\cdots,J)\}$を所与とした時，管理対象とする道路網全体の路上障害物の発生リスク$R_1(\Omega,\boldsymbol{z}_\Omega)$は，所与のリスク管理水準$\omega$の下で，基本管理区間を構成する道路区間の集合の中で，路上障害物の期待発生数の最大値

$$R_1(\Omega,\boldsymbol{z}_\Omega) = \max\Big\{\max\{e(z_i:\omega): i \in \Omega_j\}, j = 1,\cdots,J\Big\} \tag{16}$$

を用いて定義される．一方，道路巡回頻度$\boldsymbol{z}$を実現するために巡回費用が発生する．いま，基本管理区間Ω_jの道路巡回1回あたりの道路巡回費用c_jを

$$c_j(\Omega) = \alpha + \beta\#\Omega_j \tag{17}$$

と表そう．ここに，αは固定巡回費用，βは，単位区間当たりの可変的巡回費用，$\#\Omega_j$は，基本管理区間Ω_jを構成する単位区間数を表す．この時，所与の巡回政策$\Omega,\boldsymbol{z}_\Omega$を実現するために単位期間$T$中に発生する巡回費用$C(\Omega,\boldsymbol{z}_\Omega)$は，

$$C(\Omega,\boldsymbol{z}_\Omega) = \sum_{j=1}^{J} c_j(\Omega)\frac{T}{z_i} \tag{18}$$

と定義できる．この時，所与の予算制約Mの下で，路上障害物の期待発生リスクを最小にするような最適巡回政策を求める最適巡回モデルは，以下のように定式化できる．

$$\min_{\Omega\in\Xi,\boldsymbol{z}_\Omega\in Z}\Big\{R_1(\Omega,\boldsymbol{z}_\Omega)\Big\} \tag{19}$$

subject to

$$C(\Omega,\boldsymbol{z}_\Omega) \leq M \tag{20}$$

ここに，Ξは，実行可能な基本管理区間Ωの代替案集合，Zは，巡回頻度ベクトル$\boldsymbol{z}_\Omega$の集合である．

5．おわりに

本研究では，路上障害物，路面の変状，道路付帯施設の破損，損壊などの路上障害物の発生リスクの評価方法を示すとともに，所与のリスク管理水準，予算制約の下で路上障害物発生リスクを最小とするような巡回政策を決定する方法論を提案した．その際，路上障害物の発生過程をポワソンガンマ発生モデルで定式化し，リスク管理指標として路上障害物発生数のVaRを提案した．本研究で提案した最適巡回政策を決定する手法は，現状の道路巡回で獲得できる情報をベースに構築されており，巡回業務との整合性が高く，汎用性に優れる．実際に，道路管理者は予算，リスク管理水準，巡回頻度の様々な組み合わせから最適な巡回政策を現状に則した形で選択することができる．なお，本原稿では紙面の都合上，提案手法の実証分析を割愛したが，発表会当日には国道を対象とした適用事例を示す予定である．

【参考文献】

1) Mikosch, T.: *Non-Life Insurance Mathematics*, Springer, 2000.
2) McNeil, J.A., Frey,R. and Embrechts, P.: *Quantitative Risk Management*, Princeton University Press, 2005.
3) 貝戸清之，小林潔司，加藤俊昌，生田紀子：道路施設の巡回頻度と障害物発生リスク，土木学会論文集，(投稿中)