第21回建設マネジメント問題に関する
研究発表・討論会講演集　2003年11月

ファジィ数量化Ⅰ類の適用例とその解釈について

信州大学工学部　○小山　健*1)
信州大学工学部　高瀬達夫*2)
東京電力(株)　土方　一彦*3)
By　Ken Koyama, Tatsuo Takase and Kazuhiko Hijikata

近年，ゴミ処理問題が大きな社会問題になっている．そこで，長野市を対象にした過去におけるデータをみると，ゴミの排出量は集配地区ごとにその内容とその量が異なっている．

本研究は，そのようなゴミの排出の量と質的な実際がどのような状況になっているかを調べることで，産業構造のゴミへの関与を求めようとするものである．すなわち，どのような産業が盛んであると，どのような種類のゴミがより多く，または少なく排出されやすいかということを推定することを目的としている．そのために，長野市のそれぞれの集配地区地区ごとで，種類別のゴミ排出量データよりファジィ数量化Ⅰ類による解析を行った．

【キーワード】ゴミの排出量，ファジィ数量化Ⅰ類，ファジィ群

1.　はじめに

ファジィ数量化Ⅰ類[1)2)]は，与えられた標本のファジィ群の中で，数値をとる目的変数と[0,1]上の値で示される曖昧な要因である説明変数との関係を求めることが目的である．ここでは，解析結果の解釈について簡単な適用例を通して見解を示す．

一般に，ファジィ数量化Ⅰ類で用いる説明変数は，[0,1]上の値で示される曖昧な要因と定義されているが，ファジィ数量化Ⅰ類と同じく最小二乗法で回帰式を求める回帰分析[3)4)5)]及び，通常の数量化Ⅰ類[3)6)]については，それぞれ量的な要因，質的な要因を説明変数としている．ファジィ数量化Ⅰ類及び通常の数量化Ⅰ類は，共に質的な要因を数量化し現象を計量的に解明しようとする，数量化理論[6)]の考え方を基にしたものであり，計算過程においては結果的には要因を数量として扱っているため，実際には量的な要因，質的な要因，曖昧要因が混在しているデータでの最小二乗法による解析が可能となる．

2．ファジィ数量化Ⅰ類について

表1　ファジィ数量化Ⅰ類で扱うデータ

番号	目的変数	説明変数				ファジィ群
ω	y	x_1	x_2	$\cdots$	x_k	B
1	y_1	x_{11}	x_{21}	$\cdots$	x_{k1}	$\mu_B(1)$
2	y_2	x_{12}	x_{22}	$\cdots$	x_{k2}	$\mu_B(2)$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$	$\vdots$
n	y_n	x_{1n}	x_{2n}	$\cdots$	x_{kn}	$\mu_B(n)$

表1に，ファジィ数量化Ⅰ類で用いられるデータ構成の例を載せた．

ファジィ数量化Ⅰ類の問題は，カテゴリの線形関数である式(1)を，データの構造をもっともよく表現するように決定することである．

$$y(\omega)=\sum_{i=1}^{k} a_i \mu_i(\omega)$$

表記を簡単にするために，つぎの行列記号を導入する．

$$\mathbf{y}'=[y_\omega]'=[y_1,\ y_2,\ \cdots,\ y_n] \qquad (2)$$

1) 社会開発工学科 Tel:026-269-5281
2)社会開発工学科 Tel:026-269-5307
3)千曲川電力所土木建築G Tel:0267-22-2251

$$\mathbf{B}=\begin{bmatrix}\mu_B(1) & \cdots & 0\\ \vdots & \ddots & \vdots\\ 0 & \cdots & \mu_B(n)\end{bmatrix} \tag{3}$$

$$\mathbf{X}=[\mu_i(\omega)]=\begin{bmatrix}\mu_1(1) & \cdots & \mu_k(1)\\ \vdots & \ddots & \vdots\\ \mu_1(n) & \cdots & \mu_k(n)\end{bmatrix} \tag{4}$$

$$\mathbf{a}'=[a_i]'=[a_1,\ a_2,\ \cdots,\ a_k] \tag{5}$$

ここで ’ は転置を意味する．

これを用いると，ファジィ群Bでの誤差分散は，$\sigma_B{}^2$ 式(6)のように表される．

$$\sigma_B{}^2=\frac{1}{N(B)}(\mathbf{y-Xa})'\mathbf{B}(\mathbf{y-Xa}) \tag{6}$$

誤差分散を最小にするカテゴリウエイト a は，式(7)のように偏微分し，さらに変形すると式(8)のように得られる．

$$\frac{\partial \sigma_B{}^2}{\partial a}=-2\mathbf{X'By}+2\mathbf{X'BXa}=0 \tag{7}$$

$$\mathbf{a}=(\mathbf{X'BX})^{-1}\mathbf{X'By} \tag{8}$$

3．ファジィ数量化Ⅰ類の適用例

表 2 に示すのが，長野市清掃センターの調べによる平成 8 年 4 月分のゴミの種類別排出量である．

農業地区の程度，工業地区の程度，商業地区の程度などのファジィ群のメンバシップ値の与え方は，農業就業者率，工業就業者率，商業就業者率をそれぞれの就業者人口の労働力人口に占める割合として求める．それぞれの就業者率を求めたところ，[0,0.5]上の値をとっていることから，メンバシップ値を図2のように与えて，それぞれの就業者率に対応するメンバシップ値をファジィ群とした．求められたファジィ群を，表3に示す．

長野市のそれぞれの地区について，目的変数を可燃物，不燃物，ビン，缶，紙，合計のそれぞれのゴミの排出量，説明変数を各地区の人口，ファジィ群を農業地区の程度，工業地区の程度，商業地区の程度として，ファジィ数量化Ⅰ類で解析を行った．各地区の人口は，平成 8 年度版の長野市統計書 [7]に記載されているものを用いた．

同時に，各地区の人口を説明変数として，ファジィ群を考慮せずに通常の回帰分析を行った場合についても，解析を行った．

解析結果を表 4(a)と表 4(b)にまとめた．この結果から，人口からゴミの量を推定するときにファジィ群が解析に影響しているか，言い換えれば，農業地区の程度，工業地区の程度，商業地区の程度が影響があるかどうかを調べてみる．それは，ファジィ群を考慮せずに回帰分析をおこなった場合の重相関係数と，ファジィ群を考慮して解析をおこなった場合の重相関係数を比較してみればよい．回帰分析をおこなったときの重相関係数より，ファジィ数量化Ⅰ類を行った場合の重相関係数の方が大きくなっていれば，より精度の良い回帰式が求められたことになり，そのファジィ群に目的変数と説明変数の関係が依存していることになる．

表 4(a)と表 4(b)の重相関係数を調べてみて，ファジィ群なしの回帰分析より目立って重相関係数の大きくなっているものを取り上げてみると，ファジィ群が農業地区の程度で目的変数がそれぞれ可燃物，不燃物，ビンの排出量のとき，ファジィ群が商業地区の

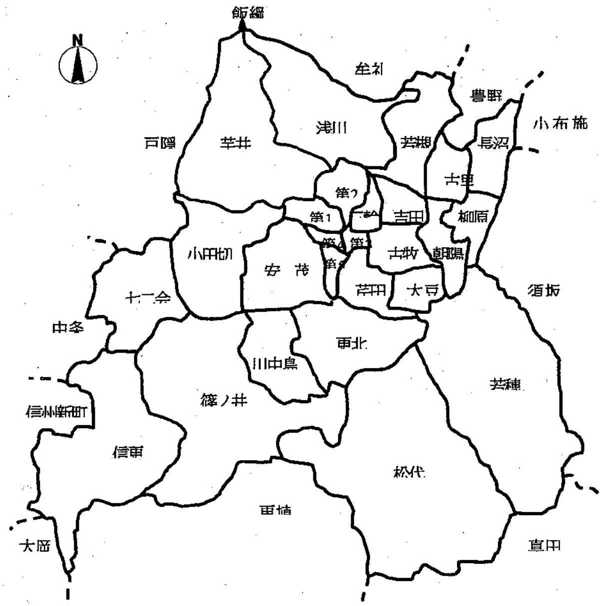

図 1　長野市の地図

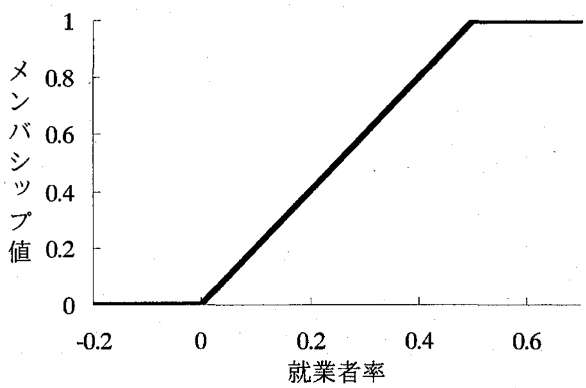

図 2　メンバシップ値の与え方

表 2　ゴミの種類別排出量(kg)

地区	可燃物	不燃物	ビン	缶	紙	合計
第一	181580	18580	7310	3230	23460	234470
第二	206590	46420	12170	4920	30540	302540
第三	114150	22780	6890	3700	29020	177150
第四	59310	16130	3690	1440	21400	102430
第五	75820	15380	4500	1690	30300	128130
芹田	372760	66510	24500	9260	91720	566280
古牧	329670	55070	29080	8610	69040	492170
三輪	298810	38920	13820	5150	49230	406650
吉田	298840	48930	17180	6370	50190	422810
古里	110580	28540	11070	4160	35370	190690
柳原	98280	14080	6090	2410	19790	141030
浅川	120500	22490	9070	3030	25120	181100
大豆島	133530	35480	9490	3410	38690	221870
朝陽	217940	34700	13030	3950	41910	311530
若槻	212180	89920	16800	5900	59810	385780
長沼	17100	8500	3220	930	2080	32240
安茂里	355350	56500	26260	9700	89860	539290
小田切	0	4570	2610	780	1780	9740
芋井	15030	2940	4290	1990	4290	28540
篠ノ井	434740	104040	54770	13750	65080	674490
松代	186240	49560	23450	11440	34180	306200
若穂	79720	32370	13880	4360	14790	146050
川中島	259870	57400	47410	8420	38010	412450
更北	292060	67320	26650	9180	55920	452080
七二会	248810	1880	1350	1360	7220	36750
信更	4130	9460	4270	1970	4700	24530

程度で目的変数が紙の排出量の場合などが挙げられる．以上から，どのファジィ群がどの目的変数に影響を及ぼしているのかは知ることができたが，どのような影響を及ぼしているかがわからないので，それを知るためにそれぞれの回帰式の定数項に注目すると,正の値と負の値があることがわかる.そこで,定数項がどのような値なのか調べてみる．ファジィ群 B での誤差分散 $\sigma_B{}^2$ は， y を実測値 y'を予測値とすると式(9)のように表される．

$$\sigma_B{}^2 = \frac{1}{N(B)}\sum_{\omega=1}^{n}\left(y_\omega - y_\omega'\right)^2 \mu_B(\omega) \tag{9}$$

ここで，説明変数は 1 つしかないものとして，推定式を式(10)のように仮定し，式(9)に代入する．

$$y_\omega' = a + bx_\omega \tag{10}$$

$$\sigma_B{}^2 = \frac{1}{N(B)}\sum_{\omega=1}^{n}\left(y_\omega - a - bx_\omega\right)^2 \mu_B(\omega) \tag{11}$$

$$\sigma_B{}^2 = \frac{1}{N(B)}\sum_{\omega=1}^{n}\left(y_\omega\sqrt{\mu_B(\omega)} - a\sqrt{\mu_B(\omega)} - bx_i\sqrt{\mu_B(\omega)}\right)^2 \tag{12}$$

ファジィ数量化 I 類の推定式は，最小 2 乗法の手順で，誤差分散が最小となるように式(12)を a と b で偏

表 3　ファジィ群

地区	ファジィ群		
	農業地区の程度	工業地区の程度	商業地区の程度
第一	0.049695	0.227848	0.527426
第二	0.029959	0.212117	0.055102
第三	0.004878	0.198049	0.745854
第四	0.003168	0.222809	0.619852
第五	0.008406	0.238967	0.561393
芹田	0.039404	0.281985	0.541928
古牧	0.051317	0.306685	0.529922
三輪	0.008408	0.246283	0.523121
吉田	0.018412	0.269676	0.495116
古里	0.141067	0.400533	0.420267
柳原	0.142134	0.463503	0.429294
浅川	0.202561	0.263832	0.451303
大豆島	0.157242	0.386483	0.489727
朝陽	0.141521	0.415466	0.411928
若槻	0.136148	0.306232	0.417736
長沼	0.807609	0.316304	0.283696
安茂里	0.057206	0.328031	0.441815
小田切	0.607862	0.31256	0.287632
芋井	0.588724	0.242136	0.251632
篠ノ井	0.304963	0.400674	0.375128
松代	0.294692	0.424144	0.356849
若穂	0.458393	0.404665	0.339405
川中島	0.38881	0.83711	0.936261
更北	0.175305	0.353775	0.468958
七二会	0.352304	0.437669	0.338753
信更	0.715526	0.347155	0.203472

微分して求めるが，これは目的変数を $y_\omega\sqrt{\mu_B(\omega)}$，説明変数を $\sqrt{\mu_B(\omega)}$，$x_i\sqrt{\mu_B(\omega)}$ として定数項なしの回帰分析を行うことと同じことになる．ここで求められた a の値は，ファジィ数量化 I 類の推定式の定数項となるが，計算過程においては説明変数 $\sqrt{\mu_B(\omega)}$ の係数であるから，定数項が負であるとファジィ群と負の相関があることになる．従って，表 4(a)のファジィ群が農業地区の程度で目的変数が可燃物，不燃物，ビンの排出量で定数項が負になり，商業地区の程度で目的変数が紙の排出量の場合は，定数項が正であるので，商業地区であるほど紙の排出量が多いといえる．

4.　結論

以上から，量化 I 類の目的は予測するもではなく，要因の因果関係や構造を知ることであり，通常の回帰分析のように予測値を求めることはできない．仮に，ファジィ数量化 I 類による回帰式を予測式として考えると，説明変数 $\sqrt{\mu_B(\omega)}$ と，$x_i\sqrt{\mu_B(\omega)}$ から，

表 4(a) 解析結果 1

ファジィ群	目的変数		
	可燃物(重相関係数)	不燃物(重相関係数)	ビン(重相関係数)
農業地区の程度	y=−16121.5+11.693x (0.962)	y=−433.881+2.651x (0.966)	y=−941.666+1.37x (0.934)
工業地区の程度	y=4468.325+11.837x (0.943)	y=998.258+2.549x (0.944)	y=−2204.83+1.351x (0.91)
商業地区の程度	y=16295.99+11.728x (0.946)	y=2588.475+2.451x (0.936)	y=−1892.45+1.285x (0.896)
なし(回帰分析)	y=7939.135+11.975x (0.934)	y=−178.8+1.223x (0.93)	y=−1748.8+1.223x (0.897)

表 4(b) 解析結果 2

ファジィ群	目的変数		
	缶(重相関係数)	紙(重相関係数)	合計(重相関係数)
農業地区の程度	y=415.08+0.352x (0.959)	y=539.649+1.934x (0.853)	y=−16497+18.053x (0.969)
工業地区の程度	y=277.113+0.35x (0.955)	y=6149.627+2.032x (0.841)	y=9841.075+18.168x (0.959)
商業地区の程度	y=352.776+0.34x (0.957)	y=8728.967+2.073x (0.878)	y=26274.9+17.921x (0.964)
なし(回帰分析)	y=342.331+0.341x (0.953)	y=6100.985+2.161x (0.85)	y=14584.53+18.264x (0.957)

目的変数 $y_{\omega}\sqrt{\mu_B(\omega)}$ を予測する回帰式ということになる．従って，解析結果の評価方法は，通常の回帰分析による回帰式や重相関係数とファジィ数量化 I 類による回帰式や重相関係数を比較することになり，そのなかでも回帰式の係数は，与えられる数値の大きさによって変わってくるため，重相関係数が比較の対象となる．ここで得られた解析結果は，解析の目的が要因同士の因果関係や構造を調べるものである，多少の違いはあるとしても，一般的な解析結果として全国のどの地域にも応用できるものである．

参考文献

1) 寺野　寿朗，浅居　喜代治，菅野　道夫：ファジィシステム入門，オーム社，pp.102-106，1990.

2) 渡辺　則夫：ファジィ数量化 I 類におけるファジィ群について，日本ファジィ学会誌，Vol.7, No.6, pp183-187, 1995.

3) 田中　豊，垂水　共之：Windows 版統計解析ハンドブック多量統計解析，共立出版，pp.19-29，pp.152-159，1995.

4) 中村　正一：例解回帰分析入門，日刊工業新聞社，pp.9-30，1972.

5) S.Chatterjee, B.price : Regression Analysis by Example，新曜社，pp.55-77，1977.

6) 林　知己夫，駒澤　勉：数量化理論とデータ処理，朝倉書店，pp.1-7，pp.49-82，1990.

7)長野市統計書　平成 8 年度版，長野市，pp.10-19，pp42-43，1997

On the interpretation of the fuzzy quantification analysis I and its application

By Ken Koyama, Tatsuo Takase and Kazuhiko Hijikata

In this study, the survey data of garbage of Nagano city is used to interpret the structural meaning of fuzzy quantification I. The amounts and qualities of the garbage are different among gathered areas. The reasons are considered that the areas consist of weather they are commercial or industrial or the farm areas. The fuzzy groups are assigned to the commercial or industrial or farm areas to express the grade of fuzziness. This analysis made it possible to estimate which areas discharge of which kind of garbage a lot. However, this analysis is not alike the multi regression analysis. Therefore, it is not suitable to estimate the amount of garbage of future.