

遅延リスクとプロジェクト評価

京都大学大学院 ○ 織田澤 利守*¹日本建設コンサルタント 四辻 裕文*²京都大学大学院 小林 潔司*³

By Toshimori OTAZAWA, Hirofumi YOTSUTSUJI and Kiyoshi KOBAYASHI

本研究は、公共プロジェクトの関連主体間における合意形成の不備に起因するプロジェクトの遅延リスクがもたらす経済損失を明示的に考慮したプロジェクト評価手法を開発する。プロジェクトの遅延は、合意形成に要する期間の長期化や財政的な問題に因ることが多い。こうした場合、プロジェクト実施主体にとって、プロジェクトの開始タイミングは不確実であり、プロジェクト遅延による経済損失が発生する可能性（遅延リスク）が存在する。本研究は、プロジェクトの遅延リスクを合意形成の達成段階を示す指標を用いて表現する。その上で、リアルオプション理論を導入することにより、プロジェクトの実現可能性（遅延リスク）を考慮した合理的なプロジェクト評価手法ならびに投資意思決定ルールを提案する

【キーワード】プロジェクト評価、遅延リスク、機会損失費用、リアルオプション

1. はじめに

公共プロジェクト執行においては、プロジェクトに関連する主体間の合意形成を無視することはできない。プロジェクト実施主体にとって、合意形成に至るまで期間は不確実な外生的要因により決定され、プロジェクトの開始タイミングを自由に制御することは不可能である。そのため、プロジェクトの効率的な実施のためには、合意形成に至るまでの期間の長期化に伴う費用の増大や機会損失の可能性を考慮に入れた評価手法の開発が必要である。本研究は、リアルオプション理論¹⁾を導入することにより、プロジェクトの有するオプション価値を明示的に考慮した合理的なプロジェクト評価手法ならびに投資意思決定ルールを提案する。

2. 本研究の基本的な考え方

プロジェクトの遅延は、プロジェクトの財政状態を悪化させ、大きな経済損失をもたらす。より効率的なプロジェクト執行のためには、直接的な工事費の縮減だけでなく、こうした時間的なコストに関

する低減技術や評価手法の開発が必要である。遅延リスクに晒されるプロジェクトの経済評価では、遅延による追加的なコストに加え、投資効果の発現機会を失うことに伴う便益の損失（機会損失コスト）を明示的に考慮する必要がある。遅延とは「プロジェクトに遅延リスクが存在しない場合の最適タイミングからの遅れ」を意味する。本研究では、プロジェクトをめぐる社会的な合意形成の可能性を示す政治的フィービリティ指標を用いて、プロジェクトの遅延リスクを表現する。リアルオプション理論を適用することにより、プロジェクト開始のタイミングを選択できることによる遅延リスク軽減の便益（タイミングオプション価値）および、一旦プロジェクトを開始したものの、実現可能性が低いプロジェクトを中止することによる損失回避便益（中止オプション価値）をプロジェクトの経済評価に組み入れることが可能となる。さらに、プロジェクト実施主体がプロジェクトの実現可能性を勘案した上で、投資行動を選択するような効率的な投資意思決定（費用便益）ルールを導出することができる。

*1 工学研究科土木工学専攻 後期博士課程 075-753-5072

*2 大阪支社 技術第二部 第三課 06-6453-2983

*3 工学研究科土木工学専攻 教授 075-753-5072

3. モデルの定式化

(1) モデル化の前提条件

本研究では、プロジェクトを予備的投資および本格的投資という2段階投資に関する意思決定問題として扱う。予備的投資の段階では用地買収や事前調整等のための費用が支出される。予備的投資には時間を要し、その間に社会的・政治的な環境が変化し、予定どおりにプロジェクトの本格的投資（建設工事）が実施されない可能性がある。プロジェクトの着工（予備的投資の開始）に関する意思決定は、初期時点 $t_0 = 0$ より一定期間 τ 毎に設定された各時点においてのみ行われるとする。すなわち、プロジェクトの着工のタイミングは、時刻 $t_i = i\tau$ ($i = 0, 1, \dots, M$)のいずれかである。なお、 M はプロジェクト着工が可能なタイミングの回数を表す。初期時点から期間 $M\tau$ が経過してもプロジェクトが着工されない場合、プロジェクトは廃案となる。

いま仮に、時刻 t_i にプロジェクトに着工したとしよう。予備的投資がもっとも順調に進んだ場合、時刻 t_{i+1} にプロジェクトの本格的投資が可能となる。しかし、プロジェクトをめぐる社会的・政治的環境が整わない場合、時刻 t_{i+1} に本格的投資に着手できずプロジェクトの完成が遅延する。プロジェクトの本格的投資は時刻 t_{i+1} から時刻 $t_{i+M'}$ まで遅延することが許されていると考える。 M' は遅延が許される回数である。なお、プロジェクトの予備的投資費用を C^1 、本格的投資費用を C^2 とし、時間を通じて一定と仮定する。また、社会的割引率を r で表す。

本モデルでは、プロジェクトは関連主体間の利害調整のために合意形成期間を必要とし、合意形成が達成された時点ではじめて本格的投資が可能になると仮定する。ここで、プロジェクトの合意形成に関する達成段階を離散的な N ($N > 2$)個の状態で定義し、政治的フィージビリティ指標 X を用いて表すものとする。ある時点 t_i ($i = 0, 1, \dots$)において、政治的フィージビリティ指標 X_{t_i} がはじめて状態 N に到達したとき、その時点でプロジェクトに関する関係主体間の合意形成が達成され、本格的投資が可能となる。一方、 $X_{t_i} = j$ ($j = 1, 2, \dots, N-1$)のとき、当該時点においてプロジェクトの本格的投

資に着手できないと考える。

プロジェクトが完成した時点ではじめてプロジェクトによる価値が発生する。簡単のため、プロジェクトは本格的投資の実施後、瞬時に完成すると仮定する。プロジェクトの建設期間を考慮しても、以下の議論は本質的な変化しない。いま、時刻 t_i においてプロジェクトが完成した場合に獲得できる価値を $B(t_i)$ と表す。プロジェクト価値は、仮にその時点にプロジェクトが完成した場合に当該時点から将来にわたって発生する期待総便益の当該期価値を意味する。プロジェクト価値は、初期時点 t_0 における評価値 B_0 を初期値とし、定率 α ($< r$)で変化する。なお、政治的フィージビリティ指標 X_{t_i} は、時間軸に沿って確率的に変動し、プロジェクト実施主体の投資行動とは独立であるとする。このため、合意形成の期間長は、プロジェクト実施主体にとって外生的に与えられ、不確実性を有する。

(2) 政治的フィージビリティ指標の定式化

$S = \{1, 2, \dots, N\}$ をプロジェクトの合意形成に関する達成段階の離散的な N ($N > 2$)個の状態で定義される状態空間とし、政治的フィージビリティ指標 $\{X_{t_i}\}$ は S 上で定義される斉時的マルコフ過程に従うと仮定する。状態 j から状態 k への1ステップ推移確率を

$$Pr[X_{t_{i+1}} = k | X_{t_i} = j] = p_{jk} \quad (1)$$

と定義する。したがって、推移確率行列は、

$$P = \begin{pmatrix} p_{11} & p_{12} & \dots & p_{1N} \\ p_{21} & p_{22} & \dots & p_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{N1} & p_{N2} & \dots & p_{NN} \end{pmatrix}$$

となる。ここで、推移確率行列 P の構成要素である p_{jk} は、確率であるため非負の値をとる。ある時点で状態 j にいれば、次の時点では取りうる状態のうちどれかには必ず推移するので、

$$\sum_{k=1}^N p_{jk} = 1, j \in S; \quad p_{jk} \geq 0, j, k \in S \quad (2)$$

を満足する。また、 $\{X_{t_i}\}$ はひとたび状態 N に到達すれば、それ以降常に状態 N であり続けると仮定し、

$$p_{NN} = 1, p_{Nj} = 0 (j \in S, j \neq N) \quad (3)$$

とする。次に、 T_{jk} を状態 j から出発したマルコフ連鎖 $\{X_{t_i}\}$ が初めて状態 k を訪れるステップ数と表す確率変数とする。 T_{jk} の確率分布は、

$$\begin{aligned} f_{jk}(m) &= Pr[T_{jk} = m] \\ &= Pr[X_{t_{i+m}} = k, X_{t_{i+l}} \neq k; l < m | X_{t_i} = j] \\ &\quad (m = 1, 2, \dots) \end{aligned} \quad (4)$$

と定式化できる。 $f_{jk}(m)$ は X_{t_i} が m ステップ後に初めて状態 j を訪問する確率を表す。確率変数 T_{jk} を、状態 j から状態 k への最小到達時間と呼ぶ。

(3) プロジェクト継続に関する意思決定問題

いま、時刻 t_i ($i = 0, \dots, M$)においてプロジェクトに着工したのち、時刻 $t_{i+i'}$ までプロジェクトが遅延したとしよう。すなわち、時刻 $t_{i+i'}$ において、当該期に観測される政治的フィジビリティ指標 $X_{t_{i+i'}}$ とプロジェクト価値 $B_{t_{i+i'}}$ のもとで、1) プロジェクトを完成できるか、できないならば、2) さらにプロジェクトの遅延を認めるか、あるいは、3) 中止するか、を決定する問題を考える。ただし、当該時期において $X_{t_{i+i'}} = N$ が成立する場合のみ、プロジェクトを完成することが可能であり、 $X_{t_{i+i'}} < N$ の場合、プロジェクトの遅延を認めるか、中止するかを決定せざるを得ない。

時刻 $t_{i+i'}$ において、 $X_{t_{i+i'}} = N$ が成立し、プロジェクトを完成させることができる場合を考えよう。当該期でプロジェクトを完成した場合に獲得できるプロジェクト価値 $B_{t_{i+i'}}$ は、時点 t_0 における価値 B_0 を初期値とし定率 α で変化すると仮定すれば、 $B_t = (1 + \alpha)^{t_{i+i'}} B_0$ と表される。したがって、当該期にプロジェクトを完成させることにより得られる追加的なプロジェクト純価値 $V(t_{i+i'})$ は、

$$V(t_{i+i'}) = B_{t_{i+i'}} - C^2 \quad (5)$$

と表される。また、プロジェクト純価値の最大値の当該期価値 $\Phi_{t_{i+i'}}(N)$ も次のように表される。

$$\Phi_{t_{i+i'}}(N) = V(t_{i+i'}) \quad (6)$$

本格的投資に関する意思決定問題の最終期限時刻 $t_{i+M'}$ においては、それ以上プロジェクトを遅延されることは許されない。従って、時刻 $t_{i+M'}$ におい

て $X_{t_{i+M'}} = N$ が観測された場合に獲得されるプロジェクトの純価値の当該期価値は、

$$\Phi_{t_{i+M'}}(N) = \max\{V(t_{i+M'}), 0\} \quad (7)$$

となる。つづいて、時刻 $t_{i+i'}$ において $X_{t_{i+i'}} = j$ ($j \neq N$)が観測された場合を考えよう。このとき、プロジェクト実施主体の選択可能な行動は、1) プロジェクトの完成を延期するか、あるいは2) 中止するかである。時刻 $t_{i+i'}$ において $X_{t_{i+i'}} = j$ ($j \neq N$)が観測された下で、時刻 $t_{i+i'}$ 以降最適な選択行動を採用した場合に獲得されるプロジェクト期待純価値の最大値 $\Phi_{t_{i+i'}}(j)$ は

$$\begin{aligned} \Phi_{t_{i+i'}}(j) &= \max \left\{ \frac{\{E_{jk}[\Phi_{t_{i+i'+1}}(k)] - G\}}{(1+r)^T}, 0 \right\} \\ &= \max \left\{ \frac{\{\sum_{k=1}^N \Phi_{t_{i+i'+1}}(k) f_{jk}(1) - G\}}{(1+r)^T}, 0 \right\} \quad (8) \\ \Phi_{t_{i+M'}}(j) &= 0 \quad (9) \\ &\quad (j \in S, j \neq N) \end{aligned}$$

となる。ただし、記号 $E_{jk}[\cdot]$ は推移確率 p_{jk} ($k = 1, \dots, N$)に関する期待値操作を表す。 G はプロジェクトの完成が1期遅延することにより生じる遅延コストである。なお、式(9)は、本格的投資に関する意思決定問題の最終期限時刻 $t_{i+M'}$ においてプロジェクトが破棄された場合、プロジェクト価値が発生しないことを表す。式(9)および $\Phi_{t_i}(N)$ を用いて、式(8)を後ろ向きに解くことにより、 $\Phi_{t_i}(i)$ を得る。

(4) プロジェクト着工に関する意思決定問題

プロジェクト着工に関する意思決定問題は、時点 t_i ($i = 0, \dots, M-1$)において観測される政治的フィジビリティ指標 X_{t_i} とプロジェクト価値 B_{t_i} のもとで「プロジェクトに着工するか（予備的投資を実施するか）」、「プロジェクトの着工を延期するか」、あるいは「プロジェクトを破棄するか」を決定する問題として定式化できる。いま、プロジェクトの着工を決定するある時点 t_i に着目する。当該時点でプロジェクトへの予備的投資を開始した場合、もっとも早い場合には時点 t_{i+1} でプロジェクトの本格的投資に着手できる。しかし、政治的リスクが存在するため、時刻 t_{i+1} に本格的投資に着手できるかどうか判らない。時刻 t_{i+1} における政治的フィー

ジビリティー指標が $X_{t_{i+1}} = j$ ($j = 1, \dots, N$) であったとしよう。この時、時刻 t_{i+1} で獲得できるプロジェクトの期待純価値は最適値関数 $\Phi_{t_{i+1}}(j)$ を用いて表される。いま、時刻 t_i において $X_{t_i} = j$ が観測されたとしよう。このとき、プロジェクト期待純価値の当該期価値 $\Psi_{t_i}(j)$ は、

$$\Psi_{t_i}(j) = \max \left\{ \frac{E_k[\Phi_{t_{i+1}}(k)]}{(1+r)^\tau} - C^1, \frac{E_k[\Psi_{t_{i+1}}(k)] - H}{(1+r)^\tau}, 0 \right\} \quad (10)$$

と表される。式(10)の右辺第1項はプロジェクトに着手することにより獲得されるプロジェクトの期待純価値の当該期価値を表し、第2項はプロジェクト着手を延期したときの期待純価値の当該期価値を表す。 H はプロジェクト着工が1期遅れることにより発生する遅延コストである。また、第3項はプロジェクトを廃止した時の価値である。プロジェクト着工に関する意思決定の最終期限時刻 t_M においては、それ以上プロジェクト着工を遅延することは許されないものとする。したがって、時刻 t_M において $X_{t_M} = j$ が観測された場合に獲得されるプロジェクトの期待純価値の当該期価値は、

$$\Psi_{t_M}(j) = \max \left\{ \frac{E_{jk}[\Phi_{t_{M+1}}(k)]}{(1+r)^\tau} - C^1, 0 \right\} \quad (11)$$

となる。式(11)を境界条件として式(10)を後ろ向きに解くことにより、 $\Psi_{t_i}(j)$ を得る。

(4) 遅延リスクの経済評価

遅延リスクによってもたらされる経済損失は、遅

延リスクが存在しない場合と存在する場合の最適プロジェクト価値の差によって定義できる。初期時点 t_0 において評価した経済損失 $\Delta_{t_0}(j)$ は、 $X_{t_0} = N$ の場合の最適値関数 $\Psi_{t_0}(N)$ から $X_{t_0} = j$ ($N-1 \geq j \geq 1$) の場合の最適値関数 $\Psi_{t_0}(j)$ を差し引いた値であり、次のように表される。

$$\Delta_{t_0}(j) = \Psi_{t_0}(N) - \Psi_{t_0}(j) \quad (12)$$

4. おわりに

本研究は、公共プロジェクトの関連主体間において合意形成が難航することによるプロジェクト開始の遅延リスクがもたらす経済損失を明示的に考慮したプロジェクト評価手法を提案した。なお、本稿では紙面の都合上、評価モデルの定式化のみを示した。ケーススタディーの詳細に関しては講演時に発表することとする。本研究で提案した評価モデルは種々の拡張が可能である。特に、遅延リスクの大きさの異なる複数の代替案の中からもっとも望ましい代替案を選択する問題へ容易に適用することが可能である。この場合、早期供用が可能な代替案の選択可能性（早期供用オプション）により、機会損失のリスクを回避することが可能となる。これらのモデルの拡張に関しても講演時に示したいと考える。

【参考文献】

- 1) Dixit, A.K. and Pindyck, R.S.: *Investment under Uncertainty*, Princeton University Press, 1994.

PROJECT EVALUATION WITH RISKS OF PROJECT DELAY

By Toshimori OTAZAWA, Hirofumi YOTSUTSUJI and Kiyoshi KOBAYASHI

In this paper, an economic evaluation methodology of projects is presented, which explicitly incorporates economic loss caused by project delay. In many projects, the implementation timing is typically regulated by uncontrollable social and political factors. In our model, the political risks are characterized by the probabilities of project delay. The real option model is formulated to determine the optimal investment rules when the implementing timing of the project is uncertain and exogenously determined by political risks. The economic loss caused by project delay can be measured by calculating option values.