

鉄筋コンクリート橋脚における軸方向鉄筋の 座屈抑制効果と変形性能の評価法の提案

星隈順一¹・運上茂樹²・塩島亮彦³・○西田秀明⁴

¹工博 国土交通省総合政策局建設施工企画課 (〒100-8918東京都千代田区霞ヶ関2-1-3)

²工博 独立行政法人土木研究所耐震研究グループ耐震チーム (〒305-8516 茨城県つくば市南原1-6)

³独立行政法人土木研究所耐震研究グループ耐震チーム (〒305-8516 茨城県つくば市南原1-6)

⁴修(工) 独立行政法人土木研究所耐震研究グループ耐震チーム (〒305-8516 茨城県つくば市南原1-6)

This paper proposes the analytical model to evaluate the ductility characteristics of reinforced concrete columns considering the confinement effect of cover concrete on the buckling of longitudinal rebars. The stress-strain model of the longitudinal rebar considering buckling and pinching effects was also proposed. The accuracy of the proposed model was studied through the comparison with the cyclic loading test results. It was found that the ultimate displacement, at a time when the spalling of cover concrete and the bar buckling occurred, could be predicted well by the proposed model, and that the strength-ductility characteristics of the test results could be simulated well by the fiber element model analysis.

Key Words : RC column, fiber element analysis, buckling of longitudinal rebar, seismic evaluation

1. はじめに

レベル2地震動に対する重要度の高い橋梁の耐震設計では、塑性化を許容する部材の損傷が修復が容易に行える程度となるように照査することとなっている¹⁾。鉄筋コンクリート橋脚を塑性化を許容する部材とした場合、修復の容易さは一般に軸方向鉄筋が座屈しているか否かに大きく支配されるため、修復性の判断には軸方向鉄筋の座屈が起こる段階を適切に評価することが重要である。しかし、特にコンクリート中に設置された軸方向鉄筋の座屈は、横拘束筋に加えコンクリートによる座屈抑制効果が加わるため座屈発生時期の定量的な判定が難しいのが現状である。

本研究では、かぶりコンクリートが軸方向鉄筋の座屈により押し出される現象を評価するとともに、ファイバー要素解析法により座屈後までを含めた部材の変形性能の評価法を提案し、既往の正負交番載荷実験結果と比較により、かぶりコンクリートが軸方向鉄筋の座屈抑制に及ぼす影響および座屈後まで含めた変形性能の評価法の妥当性について検証した。

2. 軸方向鉄筋の座屈発生時期の判定手法に関する検討

(1) 既往の研究

正負交番載荷を受ける鉄筋コンクリート橋脚における軸方向鉄筋の座屈発生時期の判定については、いくつか提案がなされている。

須田・村山らは、ある曲率が生じている軸方向鉄筋に圧縮力が作用すると、かぶりコンクリートを外側に押し出す力が生じ、それによってかぶりコンクリートに生じる割裂応力が荷重の繰り返し作用を考慮したコンクリートの割裂強度を上回ったときに座屈が生じるとしている²⁾。かぶりコンクリートを外側に押し出す力は、図-1の関係より次式で表される。

$$H = 2F \sin \theta \approx 2F\theta \quad (1)$$

ここで、

H : 軸方向鉄筋がかぶりコンクリートを押し出す力

F : 軸方向鉄筋に生じる圧縮力

θ : 軸方向鉄筋の軸線が鉛直軸に対しなす角度
長さ L の区間における軸方向鉄筋の平均曲率を ϕ とすると、かぶりコンクリートを外側に押し出す力は、

$$H = F\phi L \quad (2)$$

この時、コンクリートの平均的割裂応力度 σ_H は、

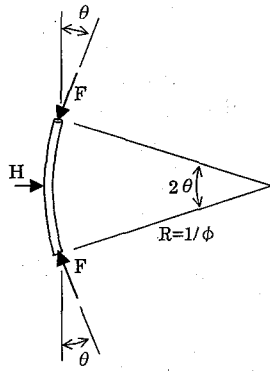


図-1 鉄筋の曲げと外側に押し出す力²⁾

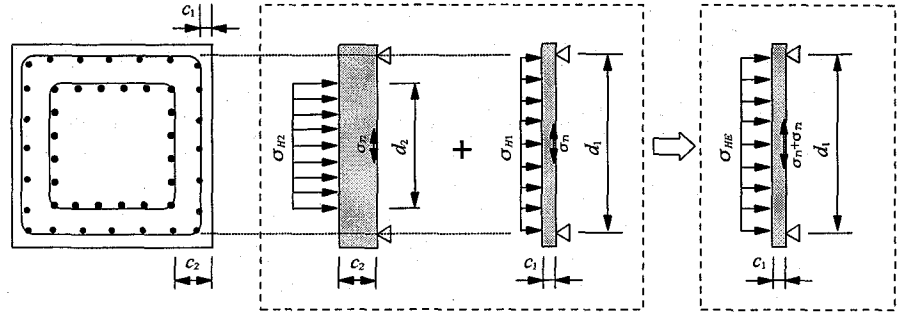


図-3 2段に軸方向鉄筋を配置した場合の軸方向鉄筋がかぶりコンクリートを押し出す力の評価

H : 要素長

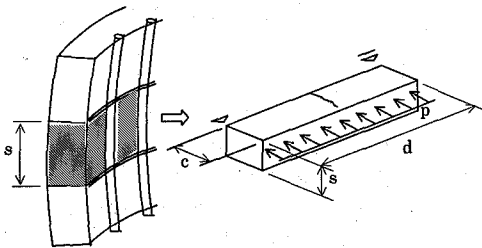


図-2 軸方向鉄筋のはらみ出しによる力とかぶりコンクリートのモデル化

$$\sigma_H = \frac{A_s \sigma_s \phi}{s_l} \quad (3)$$

ここで、

A_s : 軸方向鉄筋の断面積

σ_s : 軸方向鉄筋に生じる圧縮応力度

s_l : 軸方向鉄筋の純間隔

島らは、軸方向鉄筋がかぶりコンクリートを押し出す力については須田・村山らと同様に評価しているが、座屈に抵抗する力の評価では、かぶりコンクリートと帯鉄筋による抵抗を考慮している。このうちかぶりコンクリートによる抵抗特性には、コンクリート中に配筋された群鉄筋に対する引き抜き試験の結果に基づいて提案した評価式を用いている³⁾。

Mackawaらは、座屈した軸方向鉄筋がかぶりコンクリートを押し出す作用によって生じるかぶりコンクリートのひびわれ幅が限界値に達すると剥落が生じると考え、これを超えとかぶりコンクリートは応力を完全に負担しないものとしている。この考えに基づく限界値 ε_{sp} として次式を提案している⁴⁾。

$$\varepsilon_{sp} = \frac{f_y}{E_s} + \frac{a_{cr}^2 \pi^2}{4L_{cr}^2} \left(\frac{L_{cr}}{H} \right)^2 \quad (4)$$

ここで、

f_y : 軸方向鉄筋の降伏点

E_s : 軸方向鉄筋の弾性係数

a_{cr} : 座屈長中央における軸方向鉄筋の横方向への変形量

L_{cr} : 座屈長

(2) 提案手法

既往の座屈発生時期の判定手法では、かぶりコンクリートの厚さに応じて抵抗が大きくなる影響を反映していなかったり、逆にかぶりコンクリートによる抵抗力を大きく見込むため、後述の検討のようにS1供試体のような内部にも鉄筋を配筋した場合にはうまく評価できないことが明らかとなった。そこで、本研究では、かぶりコンクリートの抵抗特性の評価法について、鉄筋がかぶりコンクリートを押し出す力によって生じる縦ひびわれによってかぶりコンクリートの剥落が生じやすくなるとの仮定に基づいた判定手法を提案した。

図-2のように、圧縮側のかぶりコンクリートを、かぶり厚を断面高さとする無筋のはりとして扱い、このはりが軸方向がはらみ出しかぶりコンクリートを押し出そうとする力に抵抗するものとしてモデル化した。かぶりコンクリートを表すはりは、スパンを横拘束筋の有効長さ d 、断面幅を横拘束筋間隔 s 、断面高さを純かぶり厚 c としてモデル化した。はりの支持条件は、側方のかぶりコンクリートの影響により回転運動に対してはある程度抵抗すると考えられるが、簡便にモデル化することを考慮して単純支持と仮定した。また、軸方向鉄筋のはらみ出しによってはりに作用する力についても、同様の理由により簡便に等分布荷重と仮定した。

以上に示した解析条件において、はり中央部の曲げモーメントがひびわれモーメント M_c に達するときの分布荷重 p_c を求めると、

$$p_c = \frac{8M_c}{d^2} = \frac{8W\sigma_{bt}}{d^2} \quad (5)$$

ここで、

W : はりの断面係数 ($=s \cdot c^2/6$)

σ_{bt} : かぶりコンクリートの曲げ引張強度

これより、かぶりコンクリートが曲げ引張破壊するときの単位面積当たりの力 σ_{cr} は、次式となる。

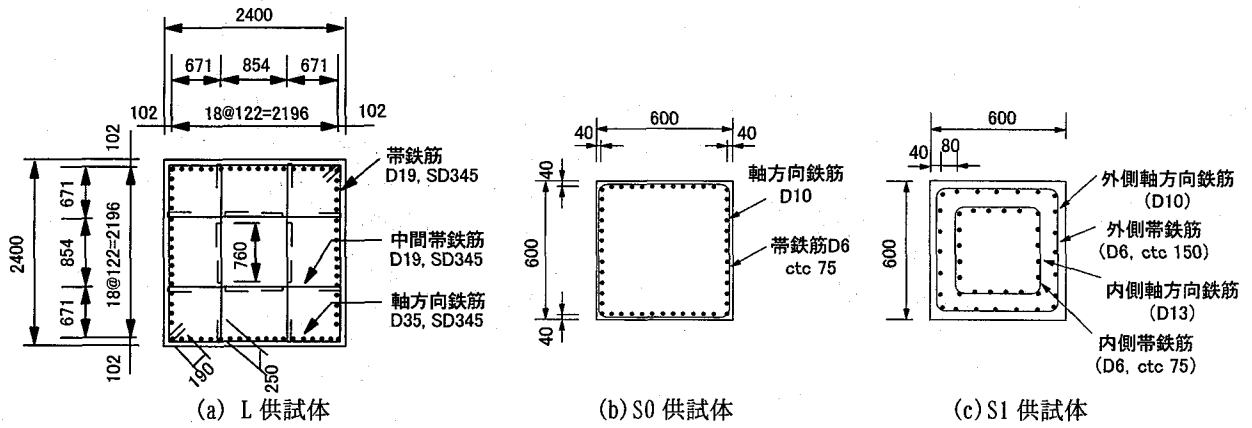


図-4 検討対象とした実験供試体の断面図

$$\sigma_{cr} = \frac{4}{3} \left(\frac{c}{d} \right)^2 \sigma_{bt} \quad (6)$$

かぶりコンクリートを押し出す力については、須田・村山らと同様に式(3)で定義した。

以上より、軸方向鉄筋が座屈しかぶりコンクリートが剥落し始めるのは、 σ_H が σ_{cr} を初めて上回った時として判定できる。

(3) 軸方向鉄筋が2段配筋となっている場合の軸方向鉄筋がかぶりコンクリートを押し出す力の評価

軸方向鉄筋が2段に配筋されている場合、内側の鉄筋がそれより外側に位置するコンクリートを押し出す力を考慮する必要がある。ここでは、図-3のように、内側の軸方向鉄筋に対して厚さ c_2 の無筋コンクリートはりが、さらに、外側の軸方向鉄筋に対して厚さ c_1 の無筋コンクリートはりがそれぞれ抵抗するものと仮定した。これを簡便に取り扱うために、内側の軸方向鉄筋が押し出す力を外側の軸方向鉄筋が押し出す力に換算する。内側の軸方向鉄筋が支間長 d_1 、高さ c_2 の無筋コンクリートはりを押し出すことにより支間中央に生じる引張応力が、支間長 d_1 、高さ c_1 の外側の無筋コンクリートはりの引張縁に生じる応力度と等価となる引張応力度 σ_{HE2} の条件は、

$$\sigma_{HE2} = \frac{c_1^2 d_2 (2d_1 - d_2)}{c_2^2 d_1^2} \sigma_{H2} \quad (7)$$

ここで、

d_2 ：内側の軸方向鉄筋が押し出す力が作用している帯鉄筋の有効長

σ_{H2} ：厚さ c_2 のはりを内側の軸方向鉄筋が押し出す時の単位面積当たりの力

従って、2段配筋された軸方向鉄筋が高さ c_1 のかぶりコンクリートはりを押し出す時の単位面積当たりの等価力 σ_{HE} は次式で表すことができる。

$$\sigma_{HE} = \frac{H_1}{Ls_{11}} + \frac{c_1^2 d_2 (2d_1 - d_2)}{c_2^2 d_1^2} \frac{H_2}{Ls_{12}} \quad (8)$$

ここで、

H_1, H_2 ：外側および内側の軸方向鉄筋がかぶりコンクリートを押し出す力

L ：要素分割高さ、ここでは、浅津らの式により算出される塑性ヒンジ長⁵⁾とした

σ_{H2} ：厚さ c_2 のはりを内側の軸方向鉄筋が押し出す時の単位面積当たりの力

s_{11}, s_{12} ：外側および内側の軸方向鉄筋の純間隔

3. 正負交番載荷実験に対するファイバー要素解析と座屈発生時期判定手法の検証

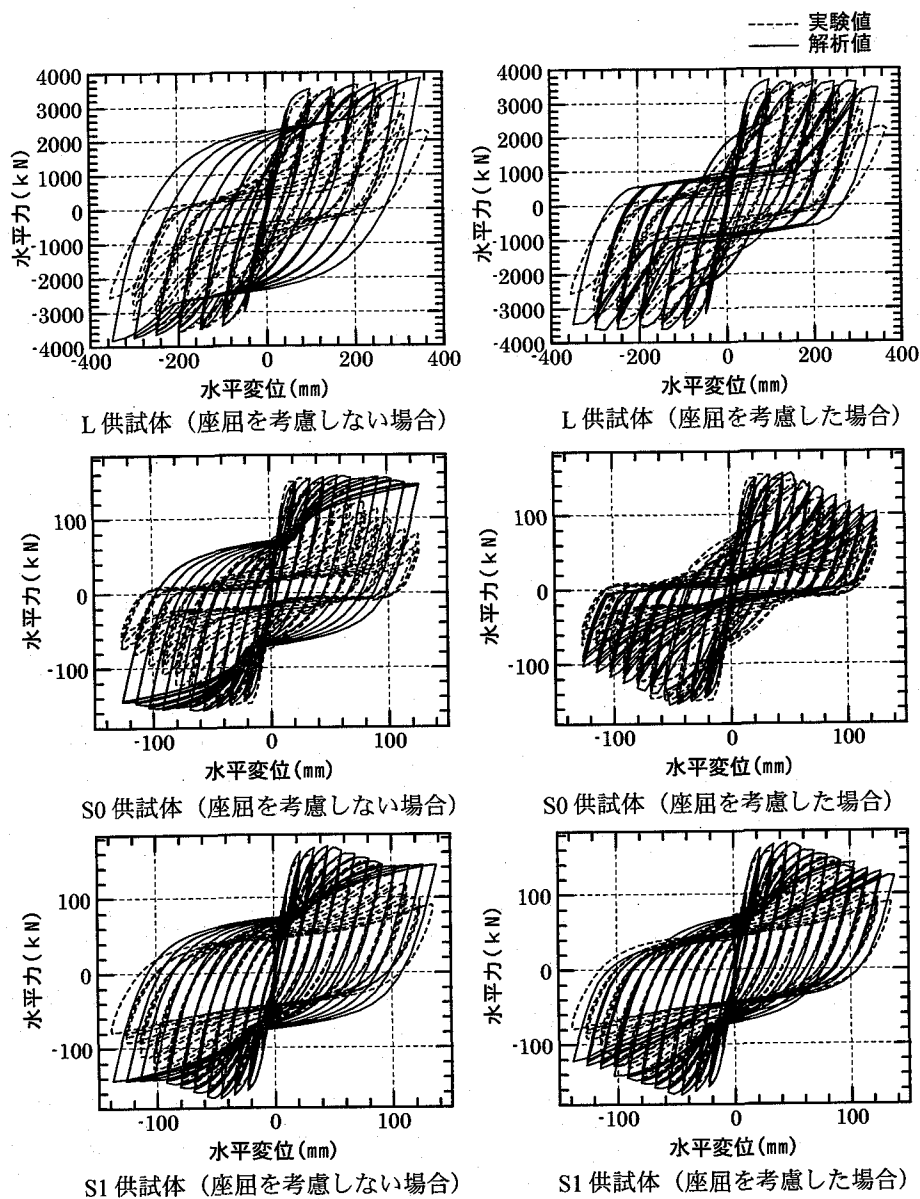
(1) 解析対象実験模型供試体と実験結果概要

解析対象とした実験供試体は、図-4に示す実大規模の断面を有する断面寸法2,400mmのL供試体⁶⁾、縮小模型である断面寸法600mmのS0供試体⁷⁾、および、S0供試体と同じ断面寸法だが軸方向鉄筋の座屈抑制効果が高まるように軸方向鉄筋を2段配筋したS1供試体⁷⁾である。このうち、S1供試体は、かぶりコンクリートの厚さを大きくすることにより軸方向鉄筋の座屈抑制効果を高めることを目的として、全軸方向鉄筋量の約2/3を断面内側に配置したものである。

これらの供試体に対して、降伏変位を基準変位とし、各載荷ステップにつき3回繰り返し載荷した正負交番載荷実験を行った結果を後述の解析結果と共に図-5に示す。本研究で着目している軸方向鉄筋の座屈によるかぶりコンクリートの剥落は、L、S0、S1供試体でそれぞれ、 $4\delta_y$ 、 $6\delta_y$ 、 $8\delta_y$ の載荷中に生じた。このうち軸方向鉄筋の配置を変えたS0とS1供試体を比較すると、平均的なかぶり厚が厚い2段配筋したS1供試体の方が、最大荷重以降の荷重低下の割合が小さいこと、また、履歴ループの囲む面積が大きくかつピンチングの影響が少ないことから、軸方向鉄筋の一部を内部に配置し2段配筋することで塑性変形性能を向上させることができるという結果が得られた。

(2) ファイバー要素解析の諸元

ファイバー要素解析では、部材断面および部材軸



方向の要素分割や材料特性（主として骨格曲線と履歴則）により解析結果が変化する。このうち、部材断面の分割はある程度細かくしておけば結果に及ぼす影響は小さいが、部材軸方向の要素分割と材料特性についてはそれらの違いが大きい。

部材軸方向の要素分割は、粗くても再現性がよくないが、逆にあまり細かくするとひずみが局在化し実際の現象と乖離する。このことを考慮し、本研究では、軸方向鉄筋が座屈し実際に損傷することで塑性変形が集中する領域を要素高さとした。この要素高さは、横拘束筋およびかぶりコンクリートによる座屈抑制効果を加味した軸方向鉄筋の座屈解析に基づいて浅津らによって提案された塑性ヒンジ長の評価式⁹⁾から求まる値とした。この評価式に基づき算出した塑性ヒンジ長は、L 供試体では 873mm (0.36D, Dは断面寸法)、S0 および S1 供試体では 383mm (0.64D) となった。

次に材料特性を示す。解析に用いた材料特性値はコンクリート、鉄筋共に実験値を用いた。

コアコンクリートの応力度-ひずみ曲線は、骨格

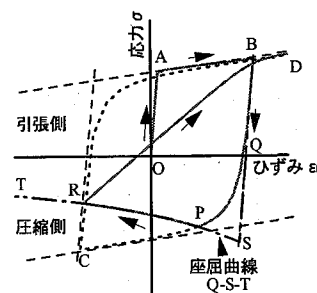


図-6 座屈を考慮した鉄筋の
応力度-ひずみ曲線
(白戸らのモデル)¹¹⁾

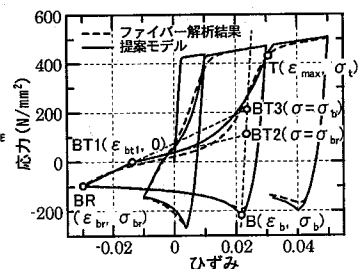
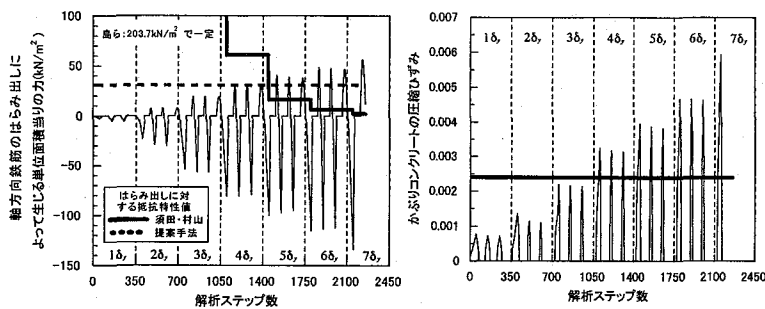


図-7 ピンチング及び座屈を
考慮した鉄筋の応力度
-ひずみ曲線

曲線にHoshikumaらのモデル⁸⁾（最大応力の20%までは同一勾配で低下し、それ以降は一定値）、履歴モデルに修正六車モデル⁹⁾を用いた。かぶりコンクリートには、拘束効果を考慮せず、ひずみ0.002の時に最大応力、0.003の時にその20%となるように直線的に低下し、その後0.01でゼロとなるようにした。

軸方向鉄筋の応力度-ひずみ曲線は、バウシंगा一効果を考慮したMenegotto-Pintoモデル¹⁰⁾とした。



(a) はらみ出し力による判定 (b) 圧縮ひずみによる判定 (Maekawa)

図-8 L 供試体に対する軸方向鉄筋の座屈判定

しかし、このモデルでは軸方向鉄筋の座屈を考慮していないことから、座屈後については、白戸らのモデル¹¹⁾をもとに、細長比が大きい場合に顕著となるピンチングの影響を考慮した提案モデルを用いた。図-6に白戸らのモデルを示す。このモデルは、軸方向鉄筋単体に帯鉄筋とコアコンクリートのバネを取り付けたモデルに対する単調圧縮载荷時の平均応力-平均ひずみから座屈曲線を求め、これを平行移動させたものと、座屈を考慮しないMenegotto-Pintoモデルとの交点を座屈点とし、それ以降座屈曲線上を移動すると共に、引張に転じた時は経験最大ひずみを指向するものである。

ピンチングのモデル化は、中村らによればファイバー要素を用いた鉄筋の解析により鉄筋の繰り返し载荷時の座屈挙動をほぼ再現できると考えられることから¹²⁾、同様の解析を行った結果に基づきモデル化した。図-7において、白戸らと同様に求めた座屈曲線へ移行する点B、座屈曲線上から反転して引張側へ移る点BR、点Bを通る初期弾性勾配を持つ直線上にある点BRと応力の絶対値が同じ点BT2、点Bと応力の絶対値が同じ点BT3、点BRから点BT3に向かう直線と横軸の交点BT1をそれぞれ定義する。点Tは経験最大ひずみとなる点で、引張応力 σ_t は須田・村山らのモデルに基づき次式のように低減する。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{t,i} &= \sigma_{t,i-1} \times \alpha(\Delta \varepsilon_b) \\ \Delta \varepsilon_b &= \varepsilon_b - \varepsilon_{br} \\ \alpha(\Delta \varepsilon_b) &= 1.0 \quad (\Delta \varepsilon_b \leq 1\%) \\ &= 1.1 - 0.1 \Delta \varepsilon_b \quad (1\% < \Delta \varepsilon_b \leq 2\%) \\ &= 0.9 \quad (2\% < \Delta \varepsilon_b) \end{aligned} \right\} (9)$$

ここで、

- $\sigma_{t,i}$: 現サイクルの最大引張ひずみに対応する応力
- $\sigma_{t,i-1}$: 前サイクルの最大引張ひずみに対応する応力
- $\Delta \varepsilon_b$: 座屈開始点から圧縮側へのひずみの変化量 (%)

圧縮側から引張側へ向かう場合、点BRから点BT1までは点BT3を指向し、点Tまではピンチング効果により座屈した鉄筋が徐々に伸ばされて剛性を回復する挙動を再現するため、点BT2を目指す初期接線勾配を有する4次関数としてモデル化した。

表-1 実験によるかぶりコンクリートの剥落と各手法による座屈発生判定時期の比較

供試体名	L	S0	S1
実験	4 δ_y	6 δ_y	8 δ_y
須田・村山ら	5 δ_y	8 δ_y	7 δ_y
島ら	(剥落せず)		
Maekawaら	4 δ_y	6 δ_y	5 δ_y
提案手法	4 δ_y	6 δ_y	8 δ_y

$$\sigma = a(\varepsilon - \varepsilon_{bt1})^4 + b(\varepsilon - \varepsilon_{bt1}) \quad (10)$$

ここで、

$$a = \frac{\sigma_t - b(\varepsilon_{\max} - \varepsilon_{bt1})}{(\varepsilon_{\max} - \varepsilon_{bt1})^4}$$

b : 点BT1から点BT2を目指すときの勾配

ε_{bt1} : 点BT1に対するひずみ

$\varepsilon_{\max}$: 点Tに対するひずみ (経験最大ひずみ)

以上で提案した鉄筋モデルは、2. で示した座屈発生時期判定手法により、座屈が発生したと判定された後に適用するものとし、座屈前はMenegotto-Pintoモデルを用いた。

解析は、実験時に载荷点位置 (柱基部からL供試体で9,600mm, S0, S1供試体で3,010mm) での水平変位を増減させて行い、解析1ステップにおける変位の増減量は3回の载荷合計変位の1/350とした。

4. ファイバー要素解析と実験結果の比較

(1) 座屈発生判定時期の検証

ファイバー要素解析結果より求めた、軸方向鉄筋のはらみだしによりかぶりコンクリートを押し出そうとする単位面積当たりの力 (式(3), S1供試体では式(8)) と各座屈判定手法による抵抗力の比較例を図-8に、実験による座屈に伴うかぶりコンクリートの剥落時期と各手法による座屈発生時期の比較を表-1に示す。既往の手法では、Maekawaらの方法のように軸方向鉄筋が1段配筋の場合は適切に評価できるものもあるが、S1供試体のような2段配筋の場合は1段配筋の場合よりかぶりコンクリートの剥落が遅くなるという実験結果をうまく判定できていない。これに対し、提案手法では実大規模のL供試体やS1供試体のような2段配筋の場合にも適切に評価できており、かぶり厚さや配筋の違いが軸方向鉄筋の座屈抑制に効果があることを検証できたといえる。

(2) 水平力-水平変位関係の比較

水平力-水平変位関係について、実験結果と軸方向鉄筋の座屈を考慮しない場合 (解析の最後までMenegotto-Pintoモデルを適用) および考慮した場合の解析結果をそれぞれ図-5に示す。座屈を考慮しな

い場合は、いずれの供試体とも軸方向鉄筋が座屈するまでは履歴形状が一致しているものの、それ以降では、実験では変位の増加に伴い水平力が低下しているのに対し、解析ではS1供試体を除き水平力が解析の最後まで上昇している。さらに、座屈以降の解析による履歴ループは実験の場合に比べ面積が大きくなるとともに、ピンチング挙動を再現できていないことがわかる。これに対し、座屈を考慮した場合は、座屈による水平力の低下やピンチング挙動の再現により特に第二および第四象限における履歴形状を適切に再現できていることがわかる。このことは、LおよびS0供試体のみならず、軸方向鉄筋を2段配筋したS1供試体についてもいえることから、本手法により軸方向鉄筋の座屈後も含めた鉄筋コンクリート橋脚の変形性能及びかぶりコンクリートの厚さによる座屈抑制効果を解析的に検証できたといえる。

5. まとめ

鉄筋コンクリート橋脚においてかぶりコンクリートが軸方向鉄筋の座屈抑制に及ぼす効果および座屈後の変形性能の解析手法の提案を目的として、軸方向鉄筋が座屈しかぶりコンクリートが剥落し始める時期の判定手法および座屈後の軸方向鉄筋の応力度-ひずみ曲線モデルを提案し、既往の正負交番載荷実験との比較により検証した結果、次の結論を得た。

- 1) 軸方向鉄筋が座屈し、かぶりコンクリートが剥落し始める時期は、軸方向鉄筋が1段配筋の場合はMaekawaらの手法により精度よく判定することが可能である。しかし、S1供試体のような2段配筋の場合は内側の軸方向鉄筋の影響を適切に考慮できないため、既往の手法の適用性はよくない。
- 2) 座屈発生時期の判定手法として、かぶりコンクリートを無筋のはりとし、かぶり厚さに比例して軸方向鉄筋がかぶりコンクリートを押し出す力に対する抵抗力に基づく判定手法を提案した。この提案手法を適用した場合は、2段配筋の場合も含めて座屈発生時期を精度よく推定できることを確認した。
- 3) ファイバー要素解析に基づいて軸方向鉄筋の座屈後の変形性能を評価するために、白戸らの軸方向鉄筋の座屈を考慮した応力度-ひずみ曲線のモデルにピンチングの影響を取り込んだモデルを提案した。
- 4) 提案したかぶり座屈発生時期判定手法により座屈の前後で軸方向鉄筋の応力度-ひずみ曲線を変更した（前：Menegotto-Pintoモデル、後：提案モデル）ファイバー要素解析による水平力-水平変位関係は、実大規模供試体も含めた正負交番載荷実験における軸方向鉄筋座屈後の水平力の低下や履歴形状を適切に再現できていることを確認した。
- 5) 以上の結果から、軸方向鉄筋の座屈後も含めた

鉄筋コンクリート橋脚の変形性能及びかぶりコンクリートの厚さによる座屈抑制効果を解析的に検証することができた。

謝辞：本研究は、科学技術振興調整費「構造物の破壊過程解明に基づく生活基盤の地震防災性向上に関する研究」の一環として実施したものである。また、(社)土木学会技術推進機構に設置された「構造物の破壊過程解明に基づく生活基盤の地震防災性向上に関する研究」第3分科会第3班において貴重な意見を賜った。ここに、関係各位に謝意を表する。

参考文献

- 1) (社) 日本道路協会：道路橋示方書V耐震設計編，2002。
- 2) 須田久美子，村山八洲雄，一宮利通，新保弘：交番繰返し荷重下における柱筋の座屈挙動，コンクリート工学年次論文報告集，Vol.16，No.2，pp.467-472，1994。
- 3) 島弘，伊藤圭一，水口裕之：曲げ破壊型RC橋脚における鉄筋座屈モデルによる靱性解析，コンクリート工学年次論文報告集，Vol.12，No.2，pp.741-746，1990。
- 4) Maekawa, K., Pimanmas, A. and Okamura, H.: Nonlinear mechanics of Reinforced Concrete, *Spon Press*, 2003。
- 5) 浅津直樹，運上茂樹，星隈順一，近藤益央：軸方向鉄筋の座屈解析による鉄筋コンクリート橋脚の塑性ヒンジ長に関する研究，土木学会論文集，No.682/I-56，pp.177-194，2001。
- 6) 星隈順一，運上茂樹，長屋和宏：鉄筋コンクリート橋脚の変形特性に及ぼす断面寸法の影響に関する研究，土木学会論文集，No.669/V-50，pp.215-232，2001。
- 7) 星隈順一，運上茂樹，塩島亮彦：鉄筋コンクリート橋脚における軸方向鉄筋の座屈抑制と塑性変形性能の向上，第4回構造物の破壊過程解明に基づく地震防災性向上に関するシンポジウム，pp.215-220，2003。
- 8) Hoshikuma, J., Kawashima, K., Nagaya, K. and Taylor, A.: Stress-strain Model for Confined Reinforced Concrete in Bridge Pier, *Journal of Structural Engineering*, Vol.123, No.5, ASCE, 1997。
- 9) Danilo RISTEC: Nonlinear Behavior and Stress-Strain Based Modeling of Reinforced Concrete Structures under Earthquake Induced Bending and Varying Axial Loads, *School of Civil Engineering, Kyoto University, Kyoto*, 1988。
- 10) Menegotto, M. and Pinto, P.E.: Method of Analysis for Cyclically Loaded R.C. Plane Frames Including Change in Geometry and Non-elastic Behavior of Elements under Combined Normal Force and Bending, *IABSE Symposium on Resistance and Ultimate Deformability of Structures Acted on by Well-Defined Repeated Loads*, Final Reports, Vol.13, pp.15-22, Lisbon, 1973。
- 11) 白戸真大，木村嘉富，福井次郎：鉄筋のはらみ出しを考慮した場所打ち杭のモデルと地盤振動が杭基礎に与える影響評価への適用，土木学会論文集No.689/I-57，pp.153-172，2001。
- 12) 田上和也，中村光，斉藤成彦，楳井勇：繰返し荷重を受ける鉄筋の座屈モデルに関する研究，構造工学論文集，Vol.47A，pp.725-734，2001。