

実河川の可視化表面流速分布データを利用した水深分布の推定に関する研究

WATER DEPTH ESTIMATION BASED ON SURFACE WATER VELOCITY FIELD OBTAINED BY USING FLOW VISUALIZATION METHOD

椿 涼太¹・加藤 敦貴²

Ryota TSUBAKI and Atsuki KATO

¹ 正会員 名古屋大学大学院准教授 工学研究科 (〒464-8603 名古屋市千種区不老町)

² 非会員 名古屋大学大学院 工学研究科 (〒464-8603 名古屋市千種区不老町)

The float method is a standard method for flood discharge measurement but safeness and efficiency are limited. LSPIV (Large-scale Particle Image Velocimetry), as a flow visualization method, can avoid these problems. Johnson and Cowen (2016) suggested a method to calculate the local flow depth based on LSPIV results and proofed the method through laboratory experiments. This study utilizes the method to the Uji river for predicting the local flow depth. Large-scale velocity fluctuation modes in the river disturb the calculation of the integral-length scale. Proper Orthogonal Decomposition has applied to remove the large-scale velocity fluctuation.

Key Words: Water depth, Large-Scale Particle Image Velocimetry, integral length scale

1. はじめに

河川の流量は、河川計画の策定・洪水予測・水利用の計画などの基幹的な情報である。特に、洪水時の流量を正確かつ確実に把握することは重要である。画像を用いた洪水時の表面流速計測は、非接触かつ無人で洪水流量計測を行うための基礎技術の一つである。画像から取得できるのは表面流速分布のみであるため、流量を算定するためには、(a) 水深分布を別途把握し、(b) 表面流速から水深平均流速を見積もる必要がある。水深分布は、通常、出水前後の平水時に実施する測量により把握する。

Johnson and Cowen¹⁾ は、開水路実験にて LSPIV (Large-scale Particle Image Velocimetry) により表面流速分布を正確かつ高密度に取得し、その表面流速分布から、水深分布を推定する方法を提案している。その実験では、主流方向に様な断面形を持つ開水路で実施されており、主流方向に沿った2地点での、表面流速の相関値を利用して、水深の算定を行っている。本研究では、既往研究¹⁾の方法を、実河川での洪水時の画像計測データに利用して、実河川での適用性を確認する。

2. 検討対象

洪水時の画像計測は、平均流速分布や流量の算定を目的として実施されることが多い。その場合には、瞬間流

速分布にランダムな計測誤差があっても平均処理でキャンセルできるため大きな問題とはならず、また誤差が多いと思われる瞬間流速データの統計処理などによる棄却(誤ベクトルの除去)も行われる²⁾。

本研究では、実河川での表面流の2次元2成分流速分布から水深を算定する¹⁾。各時刻の流速分布が、横断方向流速成分も含め精度よく誤ベクトルのないデータとして利用できることを前提とした手法となる。横断方向流速成分は、流下方向流速成分に比べて絶対値が小さく、また、幾何変換による分解能の低下の影響を顕著に受ける³⁾ため、横断方向流速成分の時系列を精度よく取得することは容易ではない。

本研究では、水面の乱流が画像上で明瞭に確認できて、乱流が表面トレーサーとして利用でき、また高解像度で川幅をカバーした撮影が行われた画像データとして、2004年10月11日17時過ぎに、京都市伏見区で橋梁上から出水中の宇治川を撮影したものを利用する。平水流量は100 m³/s程度であるが、撮影時は出水後の減水期で流量は284 m³/sでほぼ一定であった。撮影にはデジタルカメラ(D70, Nikon製)を用いて3008×2000ピクセルのJPEG形式の画像が0.37秒間隔で43枚撮影された(計測時間は約16秒間)。

流速分布から算出した水深分布と比較するデータは、2005年7月29日に実施されたADCPによる計測データの水深分布を、計測時の水位をもとに標高に換算して

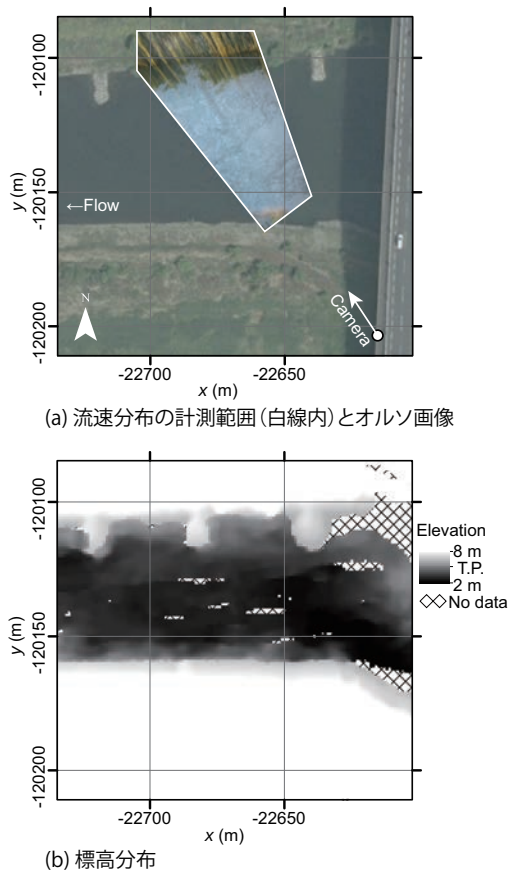


図-1 計測領域の地形。(上図の背景には国土地理院の電子国土基本図(オルソ画像)を使用した。)

補間したとする。ADCPの計測方法については武藤ら⁴⁾に報告されている。なお、画像の撮影と、標高分布の計測の間に、平均年最大程度の出水が2回起きているが、当該河道区間では、平均河床高の経年変化もわずかで河床形状は概ね安定している。図-1に、PIVで流速分布を算定するオルソ画像と、当該区間の標高分布を示す。計測領域は、橋梁の下流側であり、橋梁の下では左岸寄りに流れが湾曲しているが、計測領域では、西側に向かってほぼまっすぐ流れている区間で、河床に多少の起伏はあるがおおむね平坦である。右岸には4基の直角水制が設置されており、そのうちの上流側から2つめの水制の周辺を撮影・分析する(4つめの水制は図-1の範囲の左側外に配置されている)。水制は水没した状況である。河道中央での水深は6m程度である。

3. LSPIVによる表面流速分布計測

撮影した画像中の標定点・カメラ・水際部の実座標を利用し、幾何変換を行った後に、Particle Image Velocimetry (PIV)により表面流速分布を算定した²⁾。PIVによる流速分布の算出において、2フレーム間で相互相関係数の分布のピークを探索する。その他の方法として、連続する複数フレームで構成されるそれぞれのペアで相互相関係数の分布を算出し、その相互相関係数の分布を足し合わせた後に相関係数のピークを探索する Ensemble-

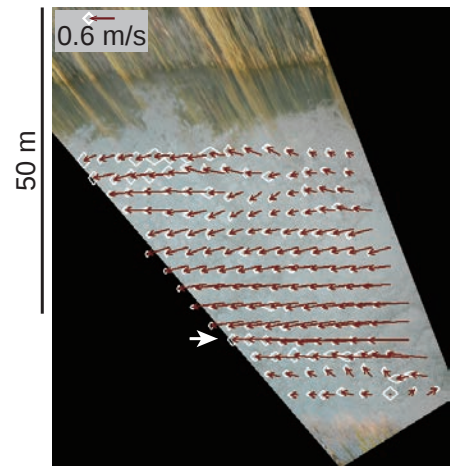


図-2 LSPIVにより取得した時間平均表面流速分布。(ベクトルのプロット数は縦横それぞれ3分の1に間引いており、解析に用いたデータ密度はこのプロットの9倍である。)

averaging PIV (以下、EA-PIVと表記してNormal PIVと区別)で算定する方法を比較する⁵⁾。EA-PIVは、時間方向に移動平均された流速分布が得られるため、速度分布がなまるが、瞬間的な異常ベクトル発生の影響を緩和して、安定かつ連続的に流速分布を取得できる利点があり、本研究に適する。

Normal PIVにより取得した時間平均流速分布を図-2に示す。ベクトルは平均流速を、ベクトルの先端に描かれた菱形の横および縦の対角線の長さは、横および縦方向の流速変動の標準偏差の2倍に対応している。おおむね右から左(西向き)に流れており、やや左岸寄りの中央部分に流速の大きな部分があり、左右岸近傍は流速が小さく、発散するような分布がみられる。当該区間は、右岸側に4基の水制が設置されており、その影響で流心が左岸に寄っており、いわゆる水撥ね効果により右岸側には特徴的な流速分布がみられる⁶⁾。

4. 表面流速分布の特性と水深の推定方法

LSPIVにより得られた水面の2次元2成分の速度分布の時系列データに対して、Johnson and Cowen¹⁾の方法を利用して水深を算定する。具体的には、まず、主流方向に測線を設定し、その測線上の2点*i, j*で速度成分*u*の時系列データの相関係数

$$R = \frac{\sum_t (u_{i,t} - \bar{u}_i)(u_{j,t} - \bar{u}_j)}{\sqrt{\sum_t (u_{i,t} - \bar{u}_i)^2 \sum_t (u_{j,t} - \bar{u}_j)^2}} \quad (1)$$

を計算する。ここで $\bar{}$ は時間平均である。2点*i, j*間の距離を*r*とすると、測線に沿って、*r*を0から増加させていき、相関係数*R_r*の積分値

$$L = \int_0^\infty R_r dr \quad (2)$$

を算出する。この積分値は乱流理論の分野で相関の積分長さと呼ばれ⁷⁾、組織的な速度変動が起きている空間の

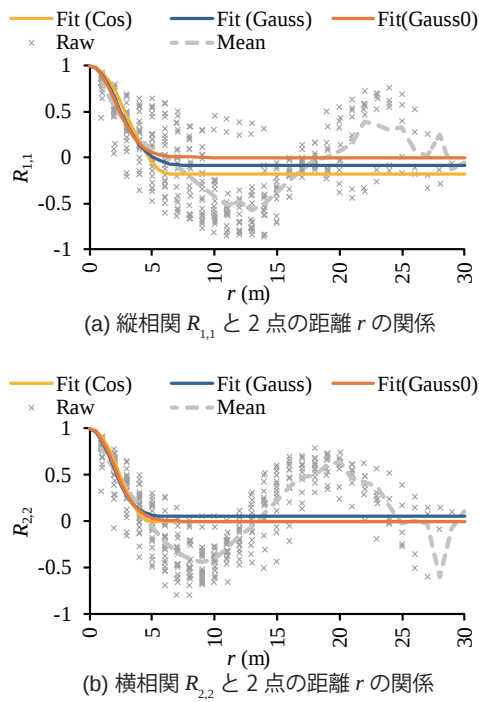


図-3 $y = -120143$ m の測線での相関と 2 点の距離の関係。(プロット x は、2 点の組み合わせ毎の相関をそのままプロットしたもので、太いグレー線は、距離 r ごとに相関 R を平均したものである。Fit の線はフィッティングによる分布形である。)

大きさを、相関係数が 0 より大きい範囲の面積（積分値であるが縦軸は無次元のため長さの次元）に対応すると見なすものである。式 (1) では速度成分を u と表記したが、表面流速分布を主流方向と横断方向に区分すると、いくつかの組み合わせが考えられる。これを R と L の添え字にて区別することとする。Johnson and Cowen¹⁾ は流れ方向の速度成分間（縦相関 $R_{1,1}$ ）の積分長さ $L_{1,1}$ と、横断方向の速度成分間（横相関 $R_{2,2}$ ）の積分長さ $L_{2,2}$ を比較して、縦相関の積分長さは水深の 2.8 倍程度、横相関の積分長さは水深の 0.5 倍程度と報告している。そして、水深換算には、広い範囲での幅水深比において、相対的に一貫した水深・積分長さの比例関係を示し、水深により近い積分長さが算出される、横断方向の速度成分を用いた積分長さ $L_{2,2}$ がよいと判断している。

一様等方性乱流では、連続式を援用することで、縦相関の積分長さは横相関の積分長さの 2 倍になることが導かれる^{7,8)} が、Johnson and Cowen¹⁾ の結果ではこの比は $2.8/0.5 = 5.6$ 倍となり、大きめである。

図-3 に示すのは、左岸寄りの測線 ($y = -120143$ m, 図-2 中に白矢印で示した左右（東西）方向の一連の流速データ）での縦相関 $R_{1,1}$ と横相関 $R_{2,2}$ のそれぞれを、2 点の距離 r を横軸にとってプロットしたものである。測線には、LSPIV の計測点が等間隔で並んでおり、距離 r が同一であっても複数の組み合わせが設定できるので、その組み合わせをすべてプロットしたものを x 印で示している。グレー破線は、距離 r ごとに相関 R を平均した

ものである。この相関係数の算出法は、(a) 対象区間の流れが主流方向に完全に一樣であるわけではないため、測線毎に空間平均的な相関を得ることが適切であり、(b) 本研究で利用した画像データは画像枚数が 43 枚と限られており、2 点の組み合わせ一つで相関値を算出するとばらつきが大きいという、2 点の理由により採用した。

図-3 のグレー破線は、縦相関・横相関（同図の (a) および (b)）ともにサインカーブ状の分布を示している。縦相関の分布の r 方向の広がり、横相関の分布のものの 1.2 倍程度になっているが、Johnson and Cowen¹⁾ での 5.6 倍や一様等方性乱流でみられる 2 倍に比べるとかなりその差は小さい。その他の相違点として、一様等方性乱流では、縦相関は距離 r が 0 から離れるについて $R_{1,1}$ が 1 から 0 に漸近する分布を示し、横相関は、距離 r が 0 から大きくなるについて 1 から減少して一旦 0 を若干下回ったのちに 0 に漸近する分布を示す⁷⁾。いずれにしろ 0 に漸近することから積分長さが定まるわけである。図-3 の相関の分布は、縦相関・横相関とも 0 を下回っており、距離 r が大きくなっても 0 に漸近していない。このような分布では式 (2) で積分長さを計算すると距離 r をどこまでとるかで積分長さが振動し、そもそも積分長さのコンセプトとも逸脱している。そこで、まず距離 r が 0 から離れるについて R が 1 から 0 に漸近する分布を仮定し、計測データにその分布形をフィッティングし、その分布形をもとに、積分長さを計算する方法を検討する。

仮定する分布形として、まず三角関数を利用した、

$$R = \left\{ \cos \left[\pi \min(r/a, 1) \right] / 2 - 0.5 \right\} (1 - b) + 1 \quad (3)$$

を検討する。ここで a は r 軸に沿った分布の幅に対応する長さの次元を持った係数、 b は r が大きい区間で漸近する R の値である。 $b = 0$ のときの積分長さは、 $L = a/2$ となる。別の分布形としてガウス分布型の、

$$R = \exp \left[-(r/a)^2 \right] (1 - b) + b \quad (4)$$

も検討する。 a, b は式 (3) の意味合いは同様であり、 $b = 0$ のときの積分長さは、

$$L = \frac{\sqrt{\pi}a}{2} \quad (5)$$

となる。図-3 には、計測データをもとに最小自乗法により係数を同定した式 (3) および式 (4) による分布をそれぞれ Fit(Cos) および Fit(Gauss) として実線で示している。ガウス分布型については $b = 0$ と固定したものの Fit(Gauss0) として示している。図-3 では、 r が大きくなっても R の変動が減衰せず、それぞれのフィッティングで r が大きい区間で R が漸近する値 b にばらつきはあるが、 r が 0 から 5 m までの、 R が 0 に近づく区間の再現性については、3 つのフィッティングで大きな差はみられない。そこで、差し当たって $b = 0$ としたガウス分布のフィッティングを用いて、積分長さ L を算出するこ

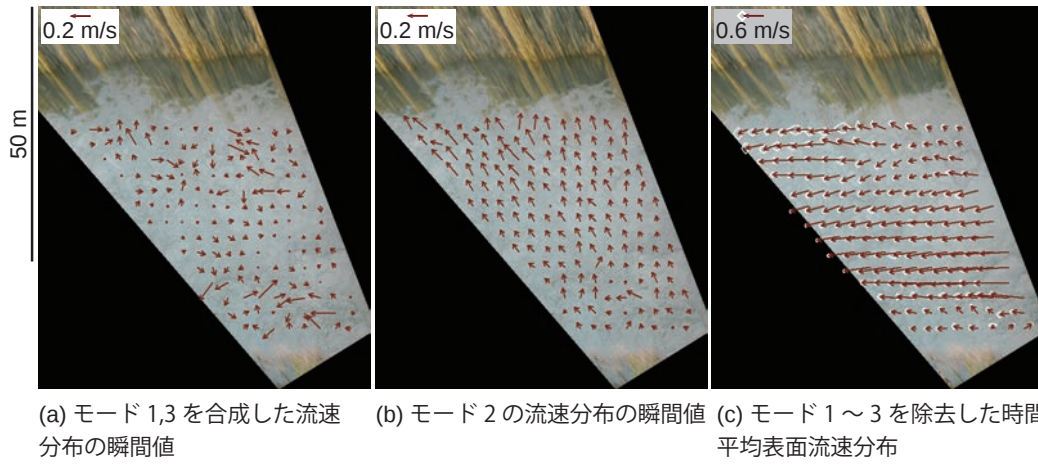


図-4 Normal PIV ケースでのモード 1, 3 で抽出された兩岸付近での渦・発散運動の瞬間値 (a), モード 2 で抽出されたカメラの上下振動にともなう流速変動の瞬間値 (b), POD によるモード分解で得られた変動モード 1～4 を除去した流速分布 (c)

ととする．縦相関 $R_{1,1}$ の積分長さは $L_{1,1} = 2.57$ m, 横相関 $R_{2,2}$ の積分長さは $L_{2,2} = 2.39$ m となった．

ところで, 図-3 では, r が大きくなっても R の変動が減衰せず, 三角関数型の周期的な分布となっているということは, 主流方向に設定した測線に沿って空間的に周期性をもつ流速変動が生じていることを示す．積分長さのコンセプトは, 不規則であるが組織的構造を有する乱流運動の長さを算定するものであるが, 周期的な変動に対しては, 前述のようにそもそも積分長さが算定できない．河川流れでの周期的な流速変動として, せん断流れで生じる水平渦列があり, 対象区間の左右岸寄近くに水平渦が発生していることが視覚的にも確認できる．水平渦の空間スケールは河道断面形状の水平スケールの影響を受け⁹⁾, 水平渦の空間スケールを抽出しても, 水深算定には直接結びつかないと考えられる．そこで, 計測領域でどのような流速変動構造がみられるかを POD (Proper Orthogonal Decomposition) を利用して検討することとする．

5. POD を用いた主要変動モードの抽出¹⁰⁾

POD は, 多変量解析の分野で主成分分析と呼ばれている手法と同様の操作により, 時空間分布を持つデータを, 空間分布 (固有ベクトル, $\Phi_k(x, y)$) と時間変動 (規準座標, $a_k(t)$) の積で構成されるモードの組み合わせにより再構築するものである¹¹⁾．ここで x, y は位置, t は時刻, 添え字 k はモード番号である．具体的には, データ $w(x, y, t)$ を,

$$w(x, y, t) = \left(\sum_{k=1}^n \Phi_k(x, y) a_k(t) \right) + e \quad (6)$$

のようにモード n までの累積において残差 e が最小となる $\Phi_k(x, y)$ および $a_k(t)$ の組み合わせを算出する．

空間分布と時間変動のペアにより構成される 1 つのモードで, もともとの時空間分布の変動特性がどの程度

表-1 LSPIV 解析のケース毎の POD による上位 4 モードの寄与率．(各ケースでペアになっているモードを濃いグレーで, 画角の振動による流速変動が抽出されたモードを薄いグレーで示している.)

	Mode 1	Mode 2	Mode 3	Mode 4
Normal PIV	0.33	0.21	0.18	0.09
EA-PIV 2-Frame	0.39	0.21	0.12	0.08
EA-PIV 3-Frame	0.42	0.23	0.11	0.07
EA-PIV 3-Frame Fine-grid	0.38	0.21	0.11	0.08

再現されるかを, そのモードの寄与率として算定する．表-1 に, 本研究で LSPIV 解析を行った 4 つの解析ケースでのそれぞれで抽出された上位 4 モードの寄与率を示す．

POD は, 空間変動パターンと時間変動パターンに分離するという仕組みから, セイシュのような定在波を一つのモードで再現できるが, 進行波のような定在でない変動は 2 つ以上のモードの組み合わせにより再現される．表-1 の, 各ケースで濃いグレーで示したモードのペアは, この複数モードにより再現された定在でない変動である．それぞれのモードにおいてどのような流速変動構造が抽出されたかを確認するため, 図-4 において, 代表的な POD モードの流速分布をプロットした．

図-4(a) に示すのは, POD で抽出されたモード 1,3 を再合成して得た流速の時空間分布 ($\sum_{k=1,3} \Phi_k(x, y) a_k(t)$) の瞬間値である．左右岸近傍で生じている渦運動・発散運動のうち定常的でなく移流している成分が抽出されている．

図-4(b) に示すのは, POD で抽出されたモード 2 の流速の時空間分布 ($\Phi_2(x, y) a_2(t)$) の瞬間値である．このモードでは, 計測領域全体を右下 (南東) あるいは左上 (北西) 方向に振動する流速変動が抽出されている．この向きは, 画像の撮影方向に対応しており, 橋梁の振動にともないカメラが上下動することで, このような見

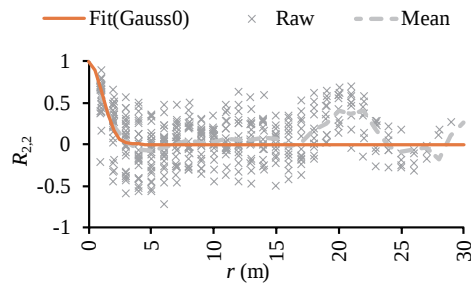


図-5 $y = -120143$ m の測線での POD モード 1~3 を除去した流速の横相関 $R_{2,2}$ と 2 点の距離 r の関係

かけの流速変動が生じたものと考えられる。水路の横断方向にセシユ的な変動¹⁰⁾が起きていた可能性もあるが、その場合には、カメラの向き（図-1 の左側に示す）に沿った変動でなく、水路の横断方向に変動するモードとなるはずである。いずれにしろ、流速が広い範囲にわたって一体的に変動する現象は、距離にかかわらず相関係数が正の値をとるため、積分長さにより速度変動の空間的な大きさが算定できる、という仮定とは相容れないものであり、注意が必要である。

図-4(c) に示すのは、Normal PIV により取得した流速データから、本ケースで特徴的であったモード 1~3 の変動を除去した流速の時間平均値である。本研究の POD では、平均値を除去した流速変動成分を対象にしており、もとの流速の時空間分布データからモードを除去しても、平均流速そのものは変化しない。図-2 と図-4(c) を見比べると、左右岸近傍で、菱形で示した流速の標準偏差が小さくなっていることが確認できる。

図-5 に示すのは、図-3 と同じ測線で、POD モード 1~3 を除去した流速データでの横相関のプロットである。図-3 で距離 r が 10 m 程度より離れた場所での振幅が、POD モード 1,3,4 を除去した図-5 では軽減されている。一方で、距離 r が 0 から 5 m の区間での分布も変化しており、ガウス分布に基づき算出される積分長さも $L_{2,2} = 1.33$ m と半減した。

6. 水深分布の算定（POD モード除去前）

図-6 に示すのは、解析ケース EA-PIV 3-Frame での、縦相関の積分長さ $L_{1,1}$ および横相関の積分長さ $L_{2,2}$ により算定した河床高（実線）を、ADCP により計測した河床高（破線）の分布と比較したものである。LSPIV の計測領域が流れ方向に幅を持っており、河道の断面形も必ずしも一様ではない（図-1 を参照）ことから、LSPIV 計測領域の測線に対応する区間の実測河床高の平均値 $\pm$ 標準偏差として 2 本の破線で示している。

既往研究¹⁾では、水深 H は、積分長さ L および換算係数 α を用いて $L = \alpha H$ と関連付けられており、縦相関については $\alpha = 2.79$ 、横相関については $\alpha = 0.52$ が提案されている。本研究では、縦相関および横相関で算出した積分長さ（ $L_{1,1}$, $L_{2,2}$ ）の大きさが同程度であったた

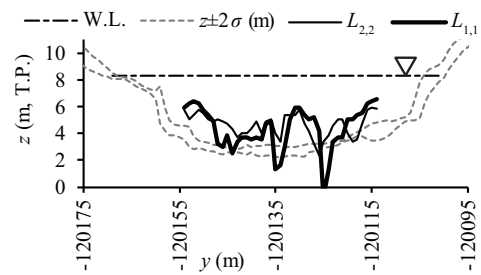


図-6 縦相関の積分長さ $L_{1,1}$ および横相関の積分長さ $L_{2,2}$ により算定した河床高の分布（換算係数は 0.52、実線が算定した河床高、点線が実測の河床高、一点鎖線が水面高さ）

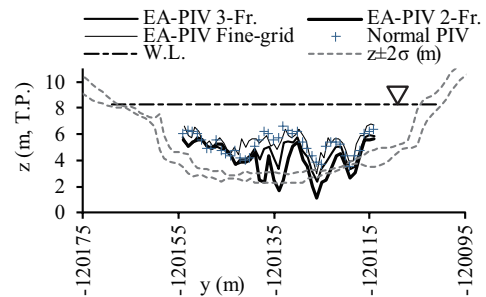


図-7 各ケースの縦相関の積分長さ $L_{2,2}$ により算定した河床高の分布の比較（換算係数は 0.52）

め、図-6 では、 $L_{1,1}$, $L_{2,2}$ ともに $\alpha = 0.52$ を用いて水深換算を行っている。図-6 から、 $L_{1,1}$, $L_{2,2}$ から算定された水深は、実測の水深と同程度であるが ± 2 m 程度のばらつきがみられ、そのばらつきはおおむね縦相関・横相関で共通している。既往研究¹⁾では、 $L_{2,2}$ の利用が推奨されており、本研究結果の $L_{1,1}$ に既往研究¹⁾の換算係数 $\alpha = 2.79$ を適用すると、水深がかなり過小評価されるため、以降の検討では、 $L_{2,2}$ に着目する。

図-7 には、各解析ケースでの $H = L_{2,2}/0.52$ を比較する。分布形は左右岸付近は、ケース毎の差はそれほどないが、河道の中央の水深変動は解析ケース EA-PIV 2-Frame および EA-PIV 3-Frame は振動が大きく、解析ケース EA-PIV Fine-grid (3-Frame) および Normal PIV では河床高さが $z = 6$ m 程度の値となっている。水路中央部を除くと、おおむねどのような解析条件でも同程度の水深が算定されている。水路中央部については、図-4(a) に示している両岸付近での渦・発散運動が顕著でなく、流速変動の不規則性が強いいため、解析ケースの違いの影響を受けて、積分長さ $L_{2,2}$ が変動したが、それ以外の部分では、組織的な渦・発散運動に応じた積分長さ $L_{2,2}$ が解析ケースに依存せずに抽出されたものと考えられる。図-7 から、既往研究¹⁾に準じた方法で実河川でも水深の 3 割程度の精度で水深算定ができると判断することもできるが、発散はともかく水平渦の影響を受けた積分長さにより水深換算することにはやや理論的裏付けに欠けるとも考えられる。そこで、POD を利用して抽出された渦・発散運動のモードと、カメラの上下動のモードを取り除いた流速分布をもとに、水深を換算する。

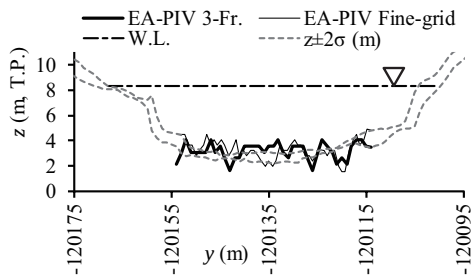


図-8 POD モードを除去したデータでの縦相関の積分長さ $L_{2,2}$ により算定した河床高の分布の比較（換算係数はフィッティング）

7. 水深分布の算定（POD モード除去後）

図-8 に示すのは代表的な POD モードを除去して算出した水深分布である。POD モード除去前（図-3）と、除去後（図-5）の相関 R と距離 r の関係で確認できるように、POD モード除去後では相関 R の距離 r が増加した場合の 0 への漸近がより短い距離で生じ、結果として積分長さ $L_{2,2}$ も小さくなり、 $H = L_{2,2}/0.52$ として換算した水深はかなり過小評価となる。そこで、換算係数について、実測水深を再現できるように最小自乗的にフィッティングして EA-PIV 3-Frame では $\alpha = 0.19$ 、EA-PIV Fine-grid (3-Frame) では、 $\alpha = 0.16$ を同定して水深換算したものを図-8 にプロットしている。両岸近傍にみられた組織的な渦・発散運動の影響を受けず、断面形全体にわたって一定程度の積分長さが算出され、水深分布を再現しているようにもみえる。ただ、積分長さ $L_{2,2}$ が水深 H の 2 割程度というのは、既往研究¹⁾での 5 割と比べてかなり小さく、水深換算に必要な変動現象についても、POD により除去している可能性もある。

8. おわりに

本研究では、室内実験により提案された表面流速分布からの水深算定方法の、実河川での適用性を検討した。表面流速分布から縦相関・横相関の算出のために、まず相関 R と 2 点間の距離 r の関係を調べたところ、相関 R は 0 へと漸近せず r が増加しても周期的な変動が継続していた。これは、空間的に周期性を持つ運動の存在を示唆しているが、その波長は 20 m 程度と、6 m 程度の水深に比べかなり大きく、川幅スケール、あるいは水制区間スケールの水平渦の影響を受けていることが示唆された。そこで、POD によるモード分解と、流速変動成分の除去も行った。横相関から算出した積分長さ $L_{2,2}$ に基づいて、水深換算を行ったところ、3 割程度の精度で水深算定ができたが、換算された水深のばらつきが大きかった。水深のばらつきには、両岸付近の水平渦の存在が影響していると判断できた。両岸付近の水平渦やカメラの振動の影響を、POD を利用して除去したところ、換算

された水深のばらつきは小さくなったが、積分長さは水深の 2 割程度とかなり小さくなった。

今後の検討課題として、大規模水平渦の対処方法についてはさらなる検討が必要であり、換算係数の普遍性あるいは条件依存性についての検討を続ける必要がある。利用した手法では、流速を横断方向成分も含め、瞬間値のレベルで、計測領域全体で精度よく算定する必要があり、このような解析に資する画像を取得することは容易ではなく、本検討で利用できるデータのフレーム数も 43 枚で、計測時間も約 16 秒と限定的であり、積分長さの換算といった統計処理に十分とは言えない。実河川での適用性検討については、水深も変化させた系統的なデータ取得が必要であり、こちらも今後の課題としたい。

謝辞：本研究は、河川情報センター研究助成制度による補助を受けた。ここに記して謝意を表します。現地計測データの取得は、神戸大学・藤田一郎教授、徳島大学・武藤裕則教授、高知大学・張浩准教授などの共同プロジェクトとして実施したものである。

参考文献

- 1) Johnson, E.D. and Cowen, E.A.: Remote monitoring of volumetric discharge employing bathymetry determined from surface turbulence metrics. *Water Resources Research*, Vol. 52, No. 3, pp. 2178–2193, 2016.
- 2) 藤田一郎, 河村三郎: ビデオ画像解析による河川表面流計測の試み. *水工学論文集*, Vol. 38, pp. 733–738, 1994.
- 3) Tsubaki, R.: Multi-camera Large-Scale particle image velocimetry. *Measurement Science and Technology*, in press.
- 4) 武藤裕則, 北村耕一, 馬場康之, 中川一: ADCP を用いた水制域における流速分布計測. *水工学論文集*, Vol. 49, pp. 637–642, 2005.
- 5) Delnoij, E. et al.: Ensemble correlation PIV applied to bubble plumes rising in a bubble column. *Chemical Engineering Science*, Vol. 54, No. 21, pp. 5159–5171, 1999.
- 6) 藤田一郎, 武藤裕則, 嶋津良郎, 椿涼太, 綾史郎: LSPIV 法による水制周辺部の平水時および洪水時流れに関する検討. *水工学論文集*, Vol. 47, pp. 943–948, 2003.
- 7) 後藤俊幸: 乱流理論の基礎知識. *日本流体力学会誌「ながれ」*, Vol. 14, No. 4, pp. 316–323, 1995.
- 8) Wiegardt, K.: Correlation of data on the statistical theory of turbulence. *Technical memorandums, National Advisory Committee for Aeronautics*, Vol. 1008, , 1942.
- 9) Stocchino, A. and Brocchini, M.: Horizontal mixing of quasi-uniform straight compound channel flows. *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 643, pp. 425–435, 2010.
- 10) 椿涼太, 藤田一郎: 非構造格子浅水流数値モデルを用いた側岸凹部流れの水面振動構造の解析. *水工学論文集*, Vol. 50, p. 128, 2006.
- 11) 田村幸雄: 固有直交関数展開のランダム変動場への応用のすすめ. *風工学会誌*, Vol. 65, pp. 33–41, 1995.

(2020.4.2 受付)