# 気候変動予測情報を用いた 極値水文量の統計的推定

STATISTICAL ESTIMATION OF EXTREME HYDLOGICAL VALUE BY USING FUTURE CLIAMTE PROJECTUION DATABASE

清水 啓太1・山田 正2・山田 朋人3 Keita SHIMIZU, Tadashi YAMADA and Tomohito YAMADA

1学生会員 中央大学 理工学研究科都市人間環境学専攻(〒112-8551 東京都文京区春日1-13-27) 2フェロー会員 中央大学教授 理工学部都市環境学科(〒112-8551 東京都文京区春日1-13-27) 3正会員 北海道大学准教授 大学院工学研究院(〒060-8628 北海道札幌市北区北十三条西8丁目)

Traditional hydrological frequency analysis used for the river planning assumes that extreme rainfall values follow stationary process. However, considering the effect of climate change on the hydrological process, non-stationarity of extreme rainfall values must be incorporated to construct the flood control management corresponding to global warming. Also, observed extreme rainfall data are so limited ones that design rainfalls have uncertainty to a large extent. To quantify the uncertainty caused by the shortage of extreme value data, confidence interval and prediction interval based on probability limit method test was proposed in our previous research. In this paper, uncertainty evaluation method for design level rainfall in future climate by using Bayesian updated confidence interval and prediction interval is proposed to manage non-stationarity of extreme rainfall.

**Key Words:** probability limit method test, confidence interval, prediction interval, uncertainty evaluation, hydrological frequency analysis

#### 1. はじめに

近年では、地球温暖化に伴う気候変動により、水文量 の非定常性が顕在化しつつあると指摘されている. 非定 常性とは、水文量がトレンドや周期をもつことあるいは それらが従う確率分布が時間的に変化することをいう. 例えば、Milly et al. 1)は、気候変動の影響を踏まえ、水文 分野における定常性の仮定に警鐘を鳴らし、計画と管理 の在り方に対して、水文量の確率分布の非定常性を考慮 すべきであると述べている. 我が国においては、気候変 動の影響により、今後、降雨量ならびに洪水の発生頻度 が増加すると予測されている 2. このような現状を鑑み ると、地球温暖化に伴う豪雨の激甚化を考慮した洪水対 策の策定は喫緊の課題である. このため、水文量の非定 常性を考慮した水文頻度解析手法の構築・発展は、洪水 対策を立案する上で、極めて重要となる. また、近年、 地球温暖化を踏まえた洪水対策の策定に向けて、アンサ ンブル気候予測データベースが利用されている34.

清水ら <sup>5</sup>は,確率限界法検定 <sup>6</sup>を用いることで,極値 分布の裾野に対して極めて高い精度を有する信頼区間・ 予測区間を構成する手法を示すとともに,当該区間を導 入した水文頻度解析手法を構築した.信頼区間の導入に より,数十年間分の降雨観測に起因する計画規模相当の 確率降雨量の振れ幅が定量化可能となる.また,従来洪 水対策に採用してきた計画降雨量の不確実性を信頼区間 により定量化することにより,計画確率年の中で生起し うる極端豪雨の生起リスクを把握することができる.一 方,予測区間は,将来の降雨量がとり得る幅を表すもの である.予測区間の導入により,従来の極値統計手法で は評価不能とされた外れ値を計画確率年の中で評価し, また,将来生起しうる豪雨の分布を把握することができ る.

しかしながら、上記した清水ら <sup>5</sup>の手法は、依然として極値降雨量の定常性を仮定しており、地球温暖化進行時における大規模降雨の生起確率を十分に推定できないと言える.このため、本研究では、ベイズ理論を用いて、

気候変動予測情報を取り込み、地球温暖化進行時における極値降雨量の信頼区間・予測区間を推定する手法を構築した.具体的には、マルコフ連鎖モンテカルロ法を用いて、観測実績から算定した採用確率分布とその信頼区間・予測区間に、将来実験結果を取り込み、それらを更新する手法を構築した.本論では、当該手法を利根川上流域に適用し、地球温暖化時における確率雨量の将来変化の分析結果を示す.

## 2. 確率限界法検定に基づく信頼区間・予測区間 の構成手法

以降では、仮定した累積分布関数の関数形  $F_X(x)$ を式(1)、確率表現関数の関数形  $\gamma_X(u)$ を式(2)により表す.

$$u = F_{X}(x) \tag{1}$$

$$x = \chi_{X}(u) \tag{2}$$

ここに、x: 確率変数Xの実現値、u: 累積確率(確率変数 U の実現値)である. なお、確率表現関数とは、累積分布関数の逆関数である $^{\eta}$ .

連続確率分布の累積確率Uは、標準一様分布に従い、また、標準一様分布がらの順序統計量 $U_{(i)}$ は、母数(i, n-i+1)のベータ分布に従う。このため、式(3)が成立する。

$$F_{U(i)}(i) = P(U_{(i)} \le u)$$

$$= I_u(i, n - i + 1)$$
(3)

ここに, $F_{U(i)}(u)$ :第i順序統計量 $U_{(i)}$ の累積分布関数, $I_u(i,n-i+1)$ :母数(i,n-i+1)のベータ分布の累積分布関数,n:標本サイズ(観測値の総数),i:標本値を小さい順に並び替えた場合における順位である.

任意の有意水準に応じた、標準一様分布における確率限界値(確率限界法検定における棄却限界値)を導出するために、確率限界値をもたらす確率 $\alpha$ を求める。確率 $\alpha$ を求めるためには、式(4)に示す試行を行う。

$$\alpha_{\min} = \min_{1 \le i \le n} \left\{ Min \begin{bmatrix} I_u(i, n-i+1) \\ I_{1-u}(n-i+1, i) \end{bmatrix}_{u=u_{(i)}} \right\}$$
(4)

ここに、 $I_u(i,n-i+1)|_{u=u(i)}$ :第i順序統計量 $u_{(i)}$ の非超過確率,  $I_{1-u}(n-i+1,i)|_{u=u(i)}$ :第i順序統計量 $u_{(i)}$ の超過確率である。式(4)に示す試行を任意の回数 N だけ繰り返すと、N個の $\alpha_{min}$ が得られる。これらの- $Log_{10}(2\alpha_{min})$ に、極値分布の当てはめを行う。次に、- $Log_{10}(2\alpha_{min})$ が従うと仮定した確率表現関数を $\chi_{\alpha}(u)$ と表記する。有意水準p(0<p<1)で仮定した確率分布における確率限界値を算出する場合、上記有意水準に相当する確率 $\alpha$ は、方程式 $\chi_{\alpha}(1-p)=-Log_{10}(2\alpha_{min})$ を $\alpha_{min}$ について解き、この $\alpha_{min}$ を確率 $\alpha$ とすることで得られる。式(3)に示す確率が $\alpha$ となる $\alpha$ となる $\alpha$ となる $\alpha$ が標準一様分布における下方確率限界値 $\alpha$ に対ける上方確率限界値 $\alpha$ にが $\alpha$ となる $\alpha$ の場合、上方確率限界値 $\alpha$ の場合、上方確率限界

値の標本 $U_U$ を $\{z_U(1), z_U(2), \dots, z_U(n)\}$ ,下方確率限界値の標本 $U_L$ を $\{z_U(1), z_U(2), \dots, z_U(n)\}$ と定める. 標準一様分布における確率限界値を累積確率として扱い,これらを仮定した確率分布の確率表現関数に代入することで,仮定した確率分布における確率限界値を算出できる. すなわち,仮定した確率分布における上方確率限界値は $\chi_X(z_U(i))$ である. また,当該確率分布における上方確率限界値の標本 $X_U$ は $\{\chi_X(z_U(1)), \chi_X(z_U(2)), \dots, \chi_X(z_U(n))\}$  下方確率限界値の標本 $X_U$ は $\{\chi_X(z_U(1)), \chi_X(z_U(2)), \dots, \chi_X(z_U(n))\}$ となる. 100p%信頼限界線は,採用した確率分布 $D(X;\theta)$ を確率限界値の標本に当てはめることで得られる. また,100p%予測限界線は,確率限界値の標本に対して,高い適合度を有する確率分布モデルを選定することで得られる.

## 3. 気候変動予測情報を用いた信頼区間・予測区 間の更新

本章では、マルコフ連鎖モンテカルロ法の一つである メトロポリス法8を用いることで、観測実績に基づき算 定した極値分布に将来実験結果を取り込ませ、将来気候 での極値分布およびその信頼区間・予測区間を構成する 手法を示す、なお、本研究では、「地球温暖化に資する アンサンブル気候予測データベース, database for Policy Decision making for Future climate change (d4PDF) \( \) \( \) \( \) \( \) 領域実験の将来実験結果を使用した. d4PDF領域実験は 領域気候モデルにより作成された水平解像度20kmの気 候予測データであり、産業革命以前に比べて全球平均気 温が2℃あるいは4℃上昇した世界を想定し、6種類の海 面水温パターンとそれに摂動を与えた9メンバの数値計 算を実施した2℃上昇実験(60年×海面水温6パターン×9 メンバ=3240年),6種類の海面水温パターンとそれに 摂動を与えた15メンバの数値計算を実施した4℃上昇実 験(60年×海面水温6パターン×15メンバ=5400年)をも つ. 本研究で使用したd4PDFデータは、利根川上流域に 相当するd4PDFのモデル格子における3240年間分の2℃ 上昇実験結果の年最大流域平均3日雨量および5400年間 分の4℃上昇実験結果での年最大流域平均3日雨量であ る. なお、利根川上流域に相当するd4PDFの計算グリッ ドの雨量データの算術平均値を流域平均雨量と定義して いる.

### (1) メトロポリス法の概要

以下にメトロポリス法の手順を示す.

- 1) 母数 $\theta$ の初期値を設定する.
- 2) 母数  $\theta$  の候補を与える提案分布  $q(\theta)$ に従って、 $\theta$ 'を 独立に発生させる.

3) 確率 $\beta$ を式(5)より計算する. ここで,式(6)にベイズ の定理を示す.

$$\beta = Min\left\{\frac{f(\theta'|x)}{f(\theta|x)}, 1\right\}$$
 (5)

$$f(\theta|x) = \frac{f(x|\theta)f(\theta)}{\int_{\Theta} f(x|\theta)f(\theta)d\theta} \propto f(x|\theta)f(\theta)$$
 (6)

- 4) 確率 $\beta$ で $\theta$ を $\theta$ 'に推移させて、 $\theta$ = $\theta$ 'と更新する。 確率 1- $\beta$  で元の $\theta$ を採用し、推移を行わない。
- 5) 手順2)~手順4)を繰り返す.
- 6)  $\theta$  のサンプル列が収束した際,反復計算を打ち切る. ここに, $\theta$ : 母数, $f(\theta)$ :  $\theta$ の事前分布, $f(x|\theta)$ : 尤度関数, $f(\theta|x)$ :  $\theta$ の事後分布である.

### (2) 将来気候における極値のベイズ予測分布の構成

将来のデータyが従う確率分布は、ベイズ予測分布により表される。ベイズ予測分布の関数形を式(7)に示す。極値のベイズ予測分布から確率限界値を抽出し、これらの確率限界値を用いて将来気候における信頼区間・予測区間を構成できる。このとき、将来実験結果を尤度関数に与えたMCMC法により算定される極値の予測分布は、将来気候における極値分布として扱える。

$$P(Y \le y \mid \mathbf{x}) = \int_{\Theta} F(Y \le y \mid \boldsymbol{\theta}) f(\boldsymbol{\theta} \mid \mathbf{x}) d\boldsymbol{\theta}$$
 (7)

ここに、Y: 将来の極値を表す確率変数、 $P(Y \le v k)$ : 極値の予測分布の累積分布関数、 $F(Y \le v k)$ : 母数 $\theta$ に対応するYの累積分布関数、 $f(\theta k)$ : 母数 $\theta$ の事後密度である。また、母数 $\theta$ をMCMC法の活用により生成可能である母数のサンプル値群とすると、極値のベイズ予測分布は、式(8)により表すことができる $^{8}$ .

$$P(Y \le y \mid \mathbf{x}) \approx \frac{1}{s} \sum_{i=1}^{s} F_Y(y \mid \boldsymbol{\theta}_i)$$
 (8)

 $F_{I}(y)$ は将来観測値の母分布として仮定した確率分布である。式(8)は,MCMC法により生成された母数のサンプル値群 $\theta_i$ を $F_{I}(y|\theta_i)$ に代入し算出される将来観測値yの累積確率の合計を,採用したサンプル値群 $\theta$ の総数sで平均することで,極値の予測分布の累積分布関数 $P(Y \le y \bowtie x)$ が算定可能であることを示している。また,sとは,MCMC法により生成した母数のサンプル値群の総数から,計算上捨てるべき助走区間(バーンイン区間)分に相当するサンプル値群の総数を除いた値である。

本研究では、母分布 $F_N(y)$ にGumbel分布を採用している。また、MCMC法の反復計算回数は、41,000であり、このうち1,000をバーンイン区間の総数としているため、sは41,000から1,000を引いた値である40,000である。

# 4. 全球平均気温上昇結果別の信頼区間・予測区 間の算定

本章では、全球平均気温上昇度結果(2℃上昇実験と 4℃上昇実験)ごとに、信頼区間・予測区間を算定し、 これらの関係を分析する. 図-1 と図-2 は全球平均気温 上昇度結果別の 95%信頼区間, 図-3 と図-4 は全球平均 気温上昇度結果別の 95%予測区間を示している. 図-1 から図-4 には、共通して、観測値(黒点)、観測値に 当てはめた Gumbel 分布(青実線)を示している. これ らに加えて、図-1は、観測値に当てはめた Gumbel 分布 の 95%信頼区間(青色で示された範囲), 将来気候 (2℃上昇実験) におけるベイズ予測分布(橙実線) お よび将来気候(2℃上昇実験)におけるにベイズ予測分 布の95%信頼区間(橙色で示された範囲)を示しており、 図-2 は、観測値に当てはめた Gumbel 分布の 95% 信頼区 間(青色で示された範囲),将来気候(4℃上昇実験) におけるベイズ予測分布(赤実線)および将来気候 (4℃上昇実験) におけるベイズ予測分布の 95%信頼区 間(赤色で示された範囲)を示している。さらに、図-3 は、観測値に当てはめた Gumbel 分布における 95%予測 区間(青色で示された範囲),将来気候(2℃上昇実験) における95%予測区間(橙色で示された範囲)を示して おり、図-4は、観測値に当てはめた Gumbel 分布におけ る 95%予測区間 (青色で示された範囲), 将来気候 (4℃上昇実験) における 95%予測区間(赤色で示され た範囲)を示している.これらの図が示すように、4℃ 上昇時における信頼区間・予測区間の幅は、2℃上昇の 場合に対して、広がっている. これは、気温上昇度が大 きいほど, 年最大降雨量をもたらす気象場の自由度が多 様となり、より大規模な年最大降雨量の生起確率が増加 することを示している.

利根川上流域の計画確率年である200年を対象とした、 気温上昇結果と信頼区間の関係を示す. 2℃上昇時にお ける 200 年確率 95%信頼区間[373.1mm, 533.9mm]は、過 去気候での 200 年確率 95%信頼区間[280.3mm, 399.2mm] の約1.4倍の大きさとなる. 加えて、4℃上昇時における 200 年確率 95%信頼区間[399.4mm, 576.1mm]は, 過去気 候での 200 年確率 95%信頼区間[280.3mm, 399.2mm]の約 1.5 倍の大きさとなる. さらに、2℃上昇時における 200 年確率 95%予測区間[266.7mm, 843.4mm]は, 過去気候で の 200 年確率 95%予測区間[197.5mm, 610.2mm]の約 1.4 倍の大きさとなる. 加えて、4℃上昇時における 200 年 確率 95%予測区間[282.7mm, 915.7mm]は, 過去気候での 200 年確率 95%予測区間の約 1.5 倍の大きさとなる. 上 記の信頼区間・予測区間の将来変化倍率から, 利根川上 流域においては、2℃上昇時の200年確率95%信頼区間 と 200 年確率 95%予測区間の幅は、過去気候のものに対 して、約1.4倍大きくなることが示された. 加えて、4℃ 上昇時の 200 年確率 95%信頼区間と 200 年確率 95%

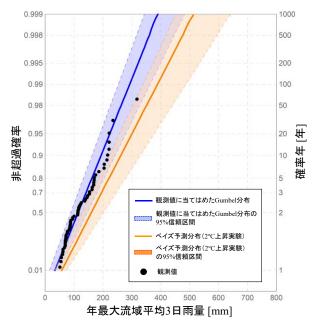


図-1 ベイズ手法に基づくd4PDF 2℃上昇実験結果を用いた 95%信頼区間の更新

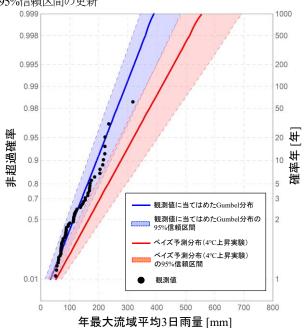


図-2 ベイズ手法に基づくd4PDF 4℃上昇実験結果を用いた 95%信頼区間の更新

予測区間の幅は、過去気候のものに対して、約 1.5 倍大きくなることが分かった。このように、本提案手法により、将来変化シナリオ別に、計画規模相当降雨量の将来変化倍率が得られる。さらに、 95%上側予測限界値が将来期間において、発生する確率をリスクとして、定量化することができる。すなわち、上述したリスク(上側予測限界値の超過確率)は、「対象確率年」と「予測区間の片側確率」との積により表される。例えば、利根川上流域において、200 年を対象確率年とした場合、 $4^{\circ}$ 七昇時の 200 年確率 95%上側予測限界値(915.7mm)が将来期間において、発生するリスクは、 $(1/200)\times 2.5\%$ より、 $1.25\times 10^4$ となる。

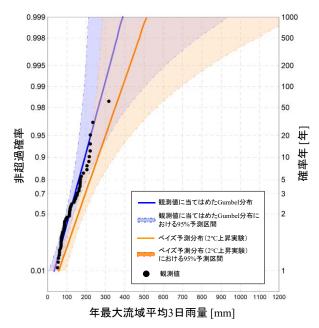


図-3 ベイズ手法に基づくd4PDF 2℃上昇実験結果を用いた 95%予測区間の更新

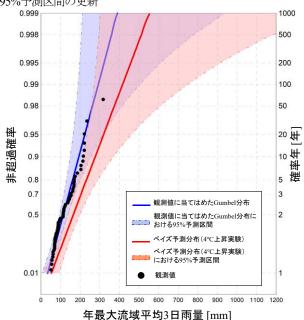


図-4 ベイズ手法に基づくd4PDF 4℃上昇実験結果を用いた95%予測区間の更新

## 5. 最大クラスの降雨量をもたらす気象場の分析

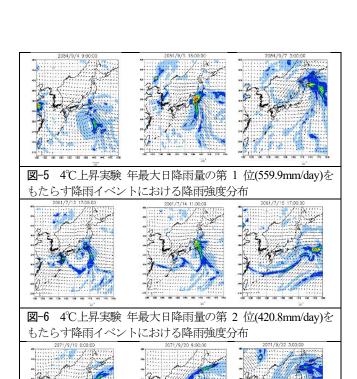
本章では、利根川上流域を対象として、気温上昇実験結果別に、流域平均日降雨量の上位1位から3位をもたらした降雨イベントの特性を分析する. 図-5、図-6、図-7 および図-8、図-9、図-10 はそれぞれ、4℃上昇実験において利根川上流域に最大の日降雨量、2番目に大きな日降雨量、3番目に大きな日降雨量をもたらした降雨イベントにおける降雨強度分布と海面更正気圧の分布を示している. 図-11 から図-16、それぞれ、2℃上昇実験の場合における当該諸量を示している. これらの降雨強度分布図には、地上風速ベクトルを付記している(参照

ベクトルの風速は 20m/s としている). 地上風速ベクトルの成分は,東西風速 u(西風を正とする)と南北風速 v(南風を正とする)である.また,海面更正気圧分布図には,地表面水蒸気フラックスベクトルを付記している.本研究では,地表面水蒸気フラックスは,地表面比湿 q と地表面風(u=(u, v))の積(q×u)により表している.これらの図中における参照水蒸気フラックスベクトルの大きさは,0.5 (kg/kg)・m/s としている.

図-5, 図-8 に示す気象場では、太平洋沖から、台風が関東地方に接近・上陸しており、また、日本列島に張り出した強い太平洋高気圧の縁辺部に沿って、台風が供給する大量の水蒸気が関東地方に流入し続けることで(図-8)、関東地方に大規模豪雨が発生した(図-5).図-6,図-9 に示す気象場では、西日本に停滞した低気圧と北海道・東北地方に張り出した太平洋高気圧が関東地方を挟む位置に存在しており(図-9)、これらの気圧配置により、関東地方に大量の水蒸気が流入し、大規模豪雨が発生した(図-6).図-7,図-10 に示す気象場では、日本周辺が高気圧に覆われおり、この気圧場において、フィリピン海沖から台風が接近することで、関東地方に大量の水蒸気が流入した(図-10).その後、台風が上陸したことで、関東地方に非常に強い降雨帯が長時間に渡り形成された(図-7).

図-11, 図-14 に示す気象場では、関東地方付近まで 張り出した太平洋高気圧と太平洋沖から関東地方に接近 する台風の影響で大量の水蒸気が流入し(図-14)、そ の後の台風の上陸により大雨が発生した(図-11). 図-12, 図-15 に示す気象場では、東シナ海からの台風の接 近に伴い(図-15)、関東地方を中心として、大規模豪 雨が発生した(図-12). 図-13, 図-16 に示す気象場で は、フィリピン海からの台風の影響(図-16)により、 関東地方に大規模豪雨が発生した(図-13).

4℃上昇時の年最大日降雨量上位 1 位から 3 位までの降雨イベントでは、2℃上昇時の上位 1 から 3 位までの降雨イベントに対して、太平洋高気圧がより強い勢力を持っていることが分かった。さらに、強い勢力を有する太平洋高気圧の縁辺部に沿って、台風や低気圧に起因する水蒸気が流入することによって、4℃上昇時における大規模豪雨(4℃上昇実験上位 1 から 3 位年最大日降雨量をもたらす降雨イベント)がもたらされていることが分かった。また、双方の気温上昇実験において、台風による大規模豪雨は、台風が太平洋沖いら関東地方に接近・上陸し、東北地方から太平洋沖に進行するという経路をとる場合(図-5、図-7、図-10)に多く見られる。このため、関東地方において、上記の経路をとる台風は、洪水対策上危険となる降雨パターンであることが示唆された。また、これらの大規模豪雨がもたらす降雨量は、



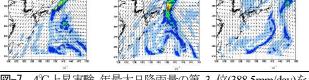


図-7 4℃上昇実験 年最大日降雨量の第 3 位(388.5mm/day)を もたらす降雨イベントにおける降雨強度分布 降雨強度 [mm/h]

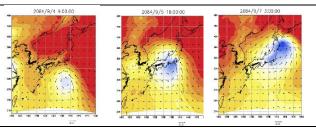


図-8 4℃上昇実験 年最大日降雨量の第 1 位をもたらす降雨イベントにおける海面更正気圧の分布

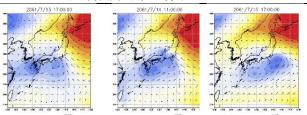


図-9 4℃上昇実験 年最大日降雨量の第 2 位をもたらす降雨イベントにおける海面更正気圧の分布

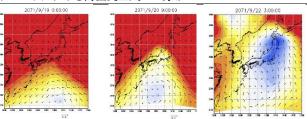


図-10 4℃上昇実験 年最大日降雨量の第3位をもたらす降雨イベントにおける海面更正気圧の分布

海面更正気圧[hpa] 1000 1001 1002 1003 1004 1005 1006 1007 1008 1009 1010 1011 1012 1013 1014 1015

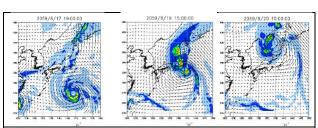


図-11 2℃上昇実験 年最大日降雨量の第 1 位(351.8mm/day) をもたらす降雨イベントにおける降雨強度分布

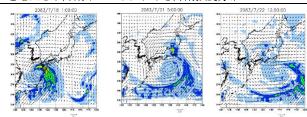


図-12 2℃上昇実験 年最大日降雨量の第 2 位(350.1mm/day) をもたらす降雨イベントにおける降雨強度分布

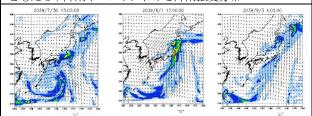


図-13 2℃上昇実験 年最大日降雨量の第3位(348.7mm/day)をもたらす降雨イベントにおける降雨強度分布

降雨強度 [mm/h] 0 1 5 10 20 50 100

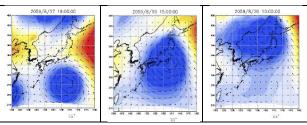


図-14 2℃上昇実験 年最大日降雨量の第 1 位をもたらす降雨イベントにおける海面更正気圧の分布

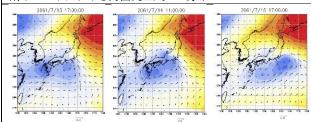


図-15 2℃上昇実験 年最大日降雨量の第2位をもたらす降雨イベントにおける海面更正気圧の分布

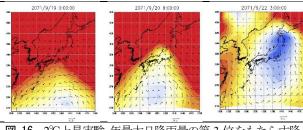


図-16 2℃上昇実験 年最大日降雨量の第3位をもたらす降雨イベントにおける海面更正気圧の分布

海面更正気圧[hpa]

1000 1001 1002 1003 1004 1005 1006 1007 1008 1009 1010 1011 1012 1013 1014 1015

ることが非常に多い. 一方,極値降雨量の予測区間を考慮することで,計画確率年で生起しうる年最大雨量値の幅を推定することができる. 例えば,4℃上昇時の 200年確率 95%予測区間[282.7mm, 915.7mm]を考慮すると,4℃上昇実験年最大流域平均日降雨量第 1 位をもたらす降雨イベントにおける年最大流域平均 3 日雨量 595.2mmは,当該予測区間内に位置するものである. このように,予測区間を導入することで,従来では想定外として扱われるような豪雨を計画確率年により評価できる.

## 6. まとめ

本研究では、d4PDF がもつ気候変動予測情報をマルコフ連鎖モンテカルロ法により取り込み、将来気候における信頼区間・予測区間を推定する手法を示した。また、この手法を利根川上流域に適用し、気温上昇実験ごとに、信頼区間・予測区間の将来変化を求めた。さらに、将来気候下における最大クラスの降雨パターンを分析し、当該流域における洪水対策上、考慮すべき降雨パターンや気象場を明らかとした。さらに、アンサンブル気候予測データベース d4PDF 内の最大クラスの降雨イベントに対し、極値降雨量の予測区間を考慮することで、これらの最大クラスの降雨量を計画確率降雨量の分布の実現値として評価できることを示した。

#### 参考文献

- 1) Milly, P.C.D., et.al.: Stationarity Is Dead: Whither Water Management?, Science, 319, 573-574, 2008.
- 2) 国土交通省 国土技術政策総合研究所 気候変動適応研究 本部:気候変動適応策に関する研究(中間報告),国総 研資料 749 号, II-112-154, 2013.
- 3) 国土交通省 北海道開発局:北海道地方における気候変動 予測(水分野)技術検討委員会, 2018.
- 4) 山田朋人,星野剛ら:北海道における気候変動に伴 う洪水外力の変化,河川技術論文集,第 24 巻, pp.391-396,2018.
- 5) 清水 啓太, 山田 正, 山田 朋人:信頼区間・予測区間を導入した水文頻度解析における不確実性評価, 河川技術論文集, Vol.25, pp.13-18, 2019.
- 6) 森口繁一:確率表現関数の検定について一 Kolmogorov-Smirnov 検定を考え直す一, pp.233-244, 日本統計学会,第25巻,1995.
- 7) 森口繁一:確率表現関数,東京大学出版,1995
- 8) 伊庭幸人, 種村正美:計算統計II マルコフ連鎖モンテカルロ法とその周辺(統計科学のフロンティア 12), 岩波書店, pp.10,37,49, 2005.
- Ryo Mizuta, Akihiko Murata, and Masayoshi Ishii: Over 5,000 Years of Ensemble Future Climate Simulations by 60-km Global and 20-km Regional Atmospheric Models, Bull.Am. Meteorol. Soc., pp.1383-1393, 2016.

(2020.4.2 受付)