河川技術論文集，第25巻, 2019年6月

複雑な形を有する石礫河道の粒度分布と代表粒径の決め方およびその決定法が有する移動床水理上の意義

DETERMINATION OF THE SIZE DISTRIBUTION AND REPRESENTATIVE PARTICLE SIZE OF GRAVEL WITH COMPLEX SHAPES AND THE SIGNIFICANCE TO THE FLUVIAL HYDRAULICS

熱海孝寿[1]・福岡捷二[2]
Takatoshi ATSUMI and Shoji FUKUOKA
[1]学生会員　中央大学大学院　理工学研究科　都市人間環境学専攻　博士課程前期課程
（〒112-8551 東京都文京区春日1-13-27）
[2]フェロー　Ph.D 工博　中央大学研究開発機構 教授（〒112-8551 東京都文京区春日1-13-27）

The shape of the non-spherical gravel plays an important role in the river bed structure and the sediment transport. However, it is general to treat gravel of non-spherical shapes as spheres. In this study, the method of determining the representative particle diameter of gravel was discussed based on the numerical movable-bed experiment using the non-spherical gravel of uniform size. First, the effect of the orientation and arrangement of bed gravel on the stability of the bed was analyzed, and it was clarified that the stable structure of the surface gravel is the imbrication. Next, the representative length of the non-spherical gravel was examined from the difference of the orientation and arrangement of the bed surface gravel. Then, the particle size distribution of the gravel on the bed surface was obtained. Finally, the sediment transport rate was calculated using the obtained particle size distribution, and the problem of the conventional sediment transport analysis was presented, and it was shown that determining the particle diameter of gravel was significant for the fluvial hydraulics.

Key Words : *gravel bed river, particle shapes , numerical movable-bed channel, particle size distribution , representative particle diameter, imbricate structure*

1．序論

石礫河川の河床材料は，多様な形状と幅の広い粒度分布を有している．洪水時に大きな石礫は，容易に動かず，水流の抵抗となりその周囲の河床に中小粒子を留まらせる作用を有する[1)]．また，洪水後の河床表層石礫の石の配置は覆瓦構造を取り，安定な河床の形成に寄与する．石礫河川の流砂現象は，粒度分布だけでなく，粒子の形も大きく影響する[2)]．しかし，洪水時の石礫の観測は難しく，また，水理実験では扱える粒径に制限があるため，実現象に即した新しい数値解析法の開発・利用が求められている．

福田ら[3)]は，粒子の大きさと形状を任意に取り込み，粒子群の運動と流れの相互作用を詳細に考慮した数値移動床水路を構築し，これを用いた実験を行った．数値移動床水路[4)]では，固定床土石流水路実験[5)]での粒子速度や濃度分布，水と土砂の輸送量を再現しており，数値移動床水路実験の有効性が確認されている．福田ら[3)]の研究は，形と大きさの異なる粒子群の混合集団を用いた大規模な数値移動床実験に基づくため，結果に及ぼす形の影響の重要性は明確なもののどのように効いているかについて分かりにくい面があった．ふるい分析の行えない石礫粒子の代表粒径を，粒子と同体積の球の直径(名目直径)や粒子の三軸径を用いて定義しており，運動に与える形の影響を検討するための，代表粒径の本質的な決め方になっていない．多様な形の石礫の代表長さは，移動する粒子群や移動から静止状態にある粒子群など流砂現象や河床状況と関連付けて決めることが本質的であり，同じ形の粒子でも運動状態によって異なる形を呈して移動することから，一つの形の粒子でも粒度分布を持っていると考えることが出来る．すなわち，形の違いによっ

て生じる流砂現象の多様性を表現出来る代表長さと粒度分布をどう決めるかが重要である．

本研究では，同一体積で異なる形状の2種の石礫を用いて数値移動床実験を行い，河床上の粒子群の姿勢や配置を詳細に調べることにより，単一形状であるが球とは大きく異なる複雑な形状の石礫粒子の移動に与える形の効果，特に粒度分布と代表粒径を水理現象との関係で決め，その物理的意義を議論する．

2．数値解析法[3)]

数値移動床実験は，福田ら[3)]の方法を用い，流れをEuler的に，石礫粒子運動はLagrange的に解析する．流れの解析では，固液混相流の一流体モデルを用いて石礫粒子の固相部分を密度の異なる液体として与え，非圧縮性流れとして解析する．LESにより流れの計算を行いサブグリッドスケール（SGS）モデルとしてSmagorinskyモデルを用いる．以下に流れの連続式と運動方程式を示す．

$$\frac{\partial u_{\mathrm{i}}}{\partial x_{\mathrm{i}}} = 0 \tag{1}$$

$$\frac{\mathrm{D}u_{\mathrm{i}}}{\mathrm{D}t} = g_{\mathrm{i}} - \frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial x_{\mathrm{i}}} + \frac{\partial}{\partial x_{\mathrm{i}}}\left\{2(\upsilon + \upsilon_t)S_{\mathrm{ij}}\right\} \tag{2}$$

$$\nu_t = (C_s\Delta)^2\sqrt{2S_{\mathrm{kl}}S_{\mathrm{kl}}} \tag{3}$$

ここに，u_{i}は流体計算格子内で質量平均した流速で，添え字は各方向成分を示す．ρは格子内で体積平均した密度，g_iは重力加速度，pは圧力とSGS応力の等方成分の和，νは動粘性係数，S_{ij}はひずみ速度テンソル，C_sはSmagorinsky定数である．自由水面の変化は，VOF法に基づき，次の流体計算格子内の液相の体積割合fの連続式を用いて評価した．

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial f u_{\mathrm{i}}}{\partial x_{\mathrm{i}}} = 0 \tag{4}$$

また，石礫粒子群の運動解析では，小球を隙間がないように連結させた粒子のモデルを用いており，次に示す並進と回転の運動方程式を用いて剛体として解析する．

$$M\ddot{r}_i = Mg_i + F_i^f + F_i^c \tag{5}$$

$$\dot{\omega}_{i`} = I_{i`j`}^{-1}\left\{R_{i`j}\left(N_i^f + N_i^c\right) - \varepsilon_{i`j`k`}\omega_{k`}I_{l`m`}\omega_{m`}\right\} \tag{6}$$

ここに，添え字iは空間に固定された座標の成分，$i`\sim m`$は石礫に固定された座標の成分を示す．Mは石礫の質量，r_iは石礫の重心位置，F_iは石礫表面に作用する力，ωは角速度，Nは石礫に作用するトルク，$R_{i`j}$は空間座標系から石礫に固定された座標系への座標変換行列，Iは慣性テンソル，上付きのf,cは，流体力および接触力を示す．

粒子間の接触力は，石礫粒子を構成する個々の小球ごとに，個別要素法で用いられるバネ，ダッシュポット，摩擦スライダーから解析される．また，粒子に作用する流体力は，式(2)の右辺第2項，第3項で評価される応力項に密度ρを乗じ，粒子に含まれる範囲で体積積分することで算出される．流体計算格子サイズ$\Delta = 0.01$ mである．数値移動床実験の詳細は文献[3)]を参照されたい．

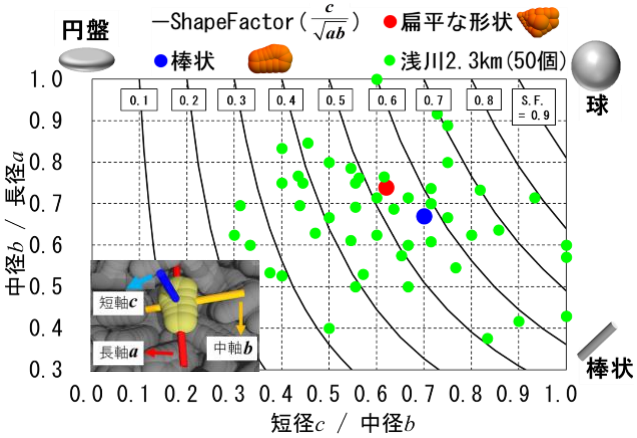
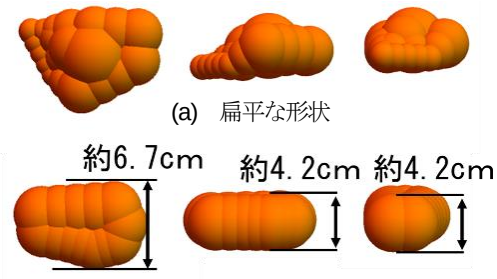


図-1 粒子形状特性



(a) 扁平な形状

(b) 棒状

図-2 異なる視点から見た粒子形状

表-1 実験条件

	Case1	Case2	Case3
流量[m^3/s]	0.5	0.5	0.5
水深[m]	0.25	0.25	0.24
フルード数[-]	1.21	1.28	1.27
粒子形状	扁平な形状	棒状	2種類（扁平な形状，棒状）
名目直径d[mm]	70	70	70
堆積層厚さH[m]（通水前）	0.23	0.21	0.22

3．数値移動床実験の結果

(1) 実験条件

実験に用いる石礫は，多摩川支川の浅川で採取された石礫を参考に決めている．浅川2.3km右岸の砂州上で線格子法により石礫50個を採取し，それぞれの長径a，中径b，短径cを計測した．結果を図-1の緑色の点で示している．図中に用いた棒状粒子の三軸を示している．実線はShape Factor $(c/\sqrt{ab})$を示す．浅川の石礫はShape Factorの値が0.4～0.7の範囲に多く見られる．図-2はShape Factorが0.5～0.6の範囲にある粒子の中で代表的で

あった扁平，棒状の粒子を小球の連続で形をモデル化した粒子を3方向からの視点で示す．**図-2(a)**の扁平な粒子は不規則な凹凸を有しており**図-2(b)**の棒状の粒子は滑らかな形状である．浅川の粒子群との関係を**図-1**から見ることが出来る．この2種類の粒子は，同一の体積を有するようにつくられており，球の体積に換算した直径はd=70mmである．

流下方向，水路に平行な横方向および水路に垂直な上向きをそれぞれx軸，y軸，z軸にとりu，v，wを各方向の速度としている．数値実験水路は，水路長15m，幅1m，勾配1/20の一様な直線水路で，通水前に粒子をランダムに投下し初期河床を作る．実験条件を**表-1**に示す．投入した粒子群の総量はいずれも等しく，Case3の粒子群は，棒状と扁平な形状の2種の粒子を同じ量混合したものである．境界条件は，上流端流入部で流速を一様にして一定流量 0.5 m^3/s与える．上流端の通水断面積は式(4)から毎ステップ算出し，通水開始から100秒時の上流端のフルード数は，Case1～Case3それぞれでFr=0.28,0.30,0.30であった．また，下流端の自由落下水脈の内部はほぼ大気圧となることから，下流端圧力を0としている．**表-1**の水深およびフルード数は，通水開始から100秒時のx = 5～11 mで空間平均した値を示している．給砂は，下流端を通過した粒子を同時刻に上流x = 1～3 mの範囲でランダムに投入している．

(2) 石礫移動時の河床表層石礫の姿勢変化

石礫河川で洪水後に見られる河床表層の粒子は覆瓦構造をとり，その姿勢や配置が河床の安定や流砂量に大きく影響する[2)]．粒子の形が河床の安定や流砂量に及ぼす影響を分析するため，河床表層粒子の姿勢について分析を行い，これより石礫群の代表長さや分布を求める方法を検討する．

t=20～100s時に離脱した粒子の離脱直前の鉛直上方からの投影面積を計測し，この計測値に基づき表層粒子の粒度分布と代表長さについて検討する．**図-3**の横軸は粒子の最大投影面積に対す鉛直方向投影面積の割合を示す無次元投影面積，縦軸は個数割合を示している．図から，無次元投影面積が0.8以上露出している粒子が離脱したと見ることが出来る．このことから，鉛直上方から河床面を見たときに，露出している粒子の内，無次元投影面積が0.8以上の粒子を河床表層粒子と定義した．水路全区間を検討区間とし，サンプル数は，およそ 1400～1600個であった．河床表層粒子の姿勢は粒子の長軸の向きと座標軸との間の角度から判断する．**図-4**に示すようにxy面に投影された長軸とy軸との間の角度をθy，同様にxz面に投影された長軸とz軸との間の角度をθzと定義する．それぞれ，長軸の水平方向，鉛直方向の傾きを示す．また，長軸の向きを示すベクトルを，流下方向成分が正となる方向としている．

図-5は，Case2(棒状)の表層粒子の姿勢の時間変化を示している．**図-5(a)**，(b)は，それぞれ横軸にθy，θzを取り，縦軸に粒子の個数割合を示している．**図-5(a)**から通水により，長軸を流下方向に向けるθy=60~119°の粒子数が多いことが分かる．長軸を流下方向に向けることで流体力を減少させていると考えられる．また，**図-5(b)**から通水前(t=0s)の粒子群は，水路床にほぼ平行に位置しており，通水によって表層粒子群のピーク値が，長軸をやや鉛直上方に傾けるθz=60~79°の姿勢を取っている．この状態は，背後の粒子に寄りかかっており，流体力などの外力を伝達しやすい安定な姿勢である．一方，

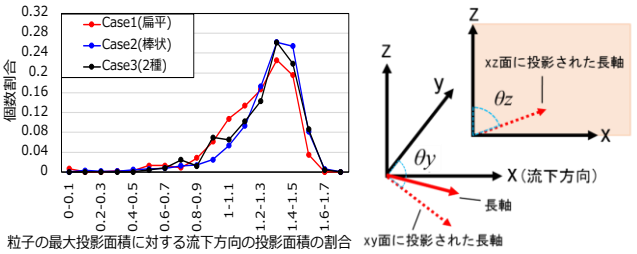
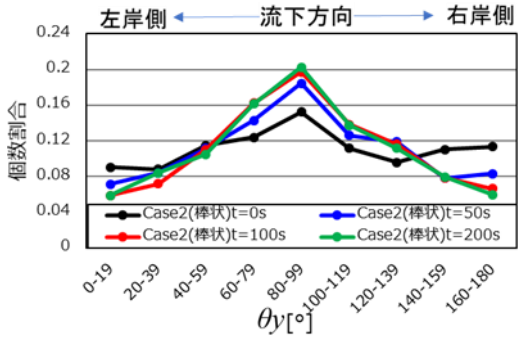
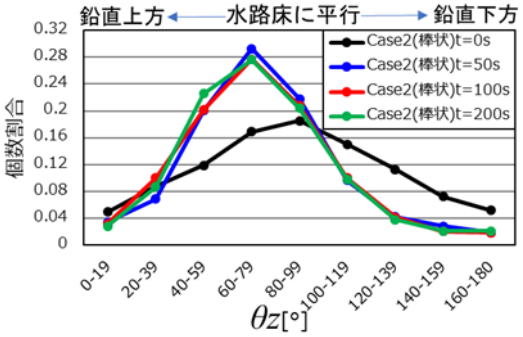


図-3 離脱の特性　　**図-4** 長軸と座標軸の間の角度



(a) 長軸とy軸との間の角度 θy



(b) 長軸とｚ軸との間の角度 θz

図-5 表層粒子の姿勢の時間変化（Case2_棒状）

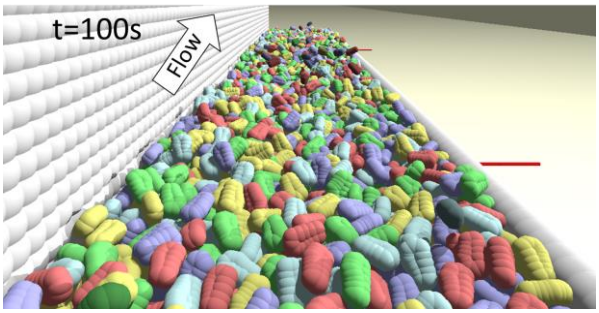


図-6 河床表層粒子の堆積状況（Case2_棒状）

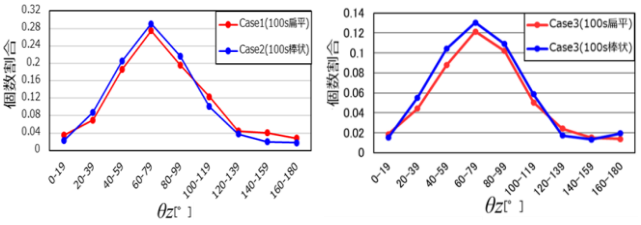
長軸を鉛直下方に向ける姿勢は，外力を容易に回転運動に変え，離脱が生じやすい姿勢である．頻度の高いθy=60~119°，θz=40~99°は，長軸が流下方向を取り，更に，やや鉛直上方に向ける姿勢で，これはいわゆる覆瓦構造である[6]．**図-6**は，Case2(棒状)のt=100 s 時の数値移動床水路の河床状況を示す．覆瓦構造が確認できる．θy, θzはともにt=50s以降の時間変化は小さく，θzが100°以上のやや不安定な粒子も一定の割合で存在している．

図-7にt=100s 時の粒子形状による表層粒子の姿勢の変化を比較する．**図-7(a)**から，扁平，棒状粒子もよく似た分布形を示している．さらに，**図-7(b)**からCase3の2種類が混合した河床であっても，分布形は，ほとんど変わらない．つまり扁平，棒状どちらの粒子も覆瓦構造形成時の粒子の長軸は同じ向きになる．粒子の姿勢の変化は三軸径の大小関係に関係し，安定な表層粒子の姿勢を決める上で重要な指標となる．また，**図-7(a)**，**(b)**ともに棒状粒子の方がピーク値が高い．棒状粒子は，扁平粒子と比較して凹凸が小さく滑らかな形状をしており，周囲の粒子とのかみあわせ効果が扁平粒子に比べ小さい．そのため，棒状粒子の方が，姿勢変化が大きくなって安定したものと考えられる．

(3) 表層粒子の姿勢の違いが河床の安定に及ぼす効果

表層粒子の姿勢や配置によって，周囲の粒子とのかみ合わせの程度が異なり，同一形状の粒子であっても移動を始める時の礫に作用する限界掃流力の値が異なる．**図-8**は，Case2(棒状)を例に，河床表層にある粒子に作用する接触力ベクトルを示している．表層粒子に作用する接触力ベクトルは，多くの場合，流下方向と逆向きに働き，周囲の粒子に支持され，流れに抵抗している．粒子の姿勢によって，接触力の大きさと方向が異なっていることが確認できる．本論文では，表層粒子に作用する流下方向と逆向きに働く接触力を支持力と表現し，支持力と姿勢の関係について分析を行う．

図-9は，縦軸に表層粒子に作用する接触力の流下方向成分，横軸にθzを示す．t=100,200s 時の表層粒子の値をplotしている．実線はθzを20°ごと(θz=0~19°，20~39°,,, 160~180°)に区画した粒子群の，μ-2σ(平均値μ,標準偏差σ)値であり，姿勢によって場合分けされた表層粒子が，周囲の粒子から受ける支持力の最大値を表している．**図-9(a)**から扁平粒子は，θz=40~60°に支持力の最大値が大きく，θz=100~120°で最小値を取り，それぞれ-2.88,-1.66 Nである．すなわち，θz=40~60°の粒子群は，最大-2.88Nの大きさまで周囲の粒子から支持力を受け流れに抵抗出来るのに対し，θz=100~120°の粒子群は，1.66 N以上の流体力や衝突力が作用すると離脱が生じることを示す．
また，θz=0~20°の粒子群は，ほぼ垂直に起立した姿勢であり，はまり石の状態にある．**図-10**は，はまり石の配置を示しており，はまり石は，下流からだけでなく上流側の石からも接触力を受ける．その為，θz=40~60°の粒子群と比べ支持力の最大値は-2.33 Nと小さかったと考えられる．θz=160~180°の粒子群も同様に，はまり石として河床に堆積している．支持力の最大値は-2.33 Nとθz=0~20°の粒子群とほぼ同じ値を取る．**図-9(b)**からCase2(棒状)は，θz=20~40°の粒子が支持力の最大値が-3.17 N とCase1(扁平)より大きい．これは，Fr数がCase2の方が大きく，表層粒子に作用する流体力が大きかったためである．はまり石と考えられるθz=0~20°，160~180°



(a) Case1(扁平), Case2(棒状)　　(b) Case3(2種類)

図-7 粒子形状による表層粒子の姿勢違い

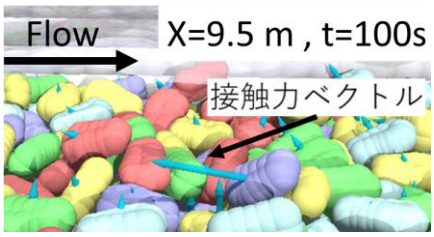
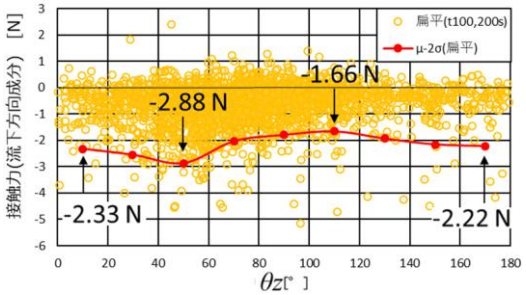
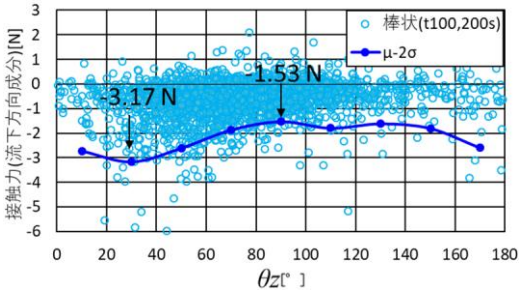


図-8 表層粒子に作用する接触力(Case2_棒状)



(a) Case1(扁平)



(b) Case2(棒状)

図-9 表層粒子の姿勢が接触合力に及ぼす効果

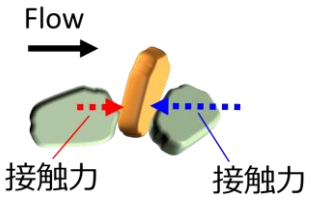


図-10 はまり石の配置

の粒子群は，支持力の最大値が大きいが，図-7に示すように粒子数が少ない．覆瓦構造に見られたθz=40~100°の姿勢の内，θz=40~80°の粒子群が支持力の最大値が大きく粒子数も多いことから，河床の安定に最も寄与していると考えられる．また，θz=80~100°の水平な姿勢の粒子群は，支持力の最大値が小さいが，粒子群に作用する流体力が小さくなるので静止でき安定となる．河床に流体力を受け持つ安定な姿勢の粒子の割合が増加することで，不安定な姿勢であるθz=100°以上の粒子も，一定の割合で存在出来ると考えられる．

(4) 表層粒子の粒度分布と代表粒径

一般に河床変動計算では，不規則な形状の非球形粒子であっても解析の単純化の為，粒子は球形と仮定することが多い．しかし，球は姿勢が変化せず，また点接触のため，実在粒子の存在状態と異なり，その運動は石礫粒子と大きく異なると考えなければならない．従って，球相当の名目直径を，石礫粒子の代表長さにすることは適切でないと考える．非球形で一様な形の礫であっても，色々な形をとって移動する為，あたかも混合礫群の様に振舞う．前節までの表層石礫粒子の姿勢の分析から，個々の粒子の姿勢の違いが，粒子に作用する流体力や限界掃流力に変化をもたらし，加えて，姿勢の変化が三軸径の大きさの変化となって顕われることから，粒子の姿勢と三軸径から成る次の3つの粒径dを定義した．

$$d = \mathrm{Max}[a \cdot \sin\theta_y, c] \tag{7}$$

$$d = \mathrm{Max}[a \cdot |\cos(\theta_z - 70°)|, c] \tag{8}$$

$$d = abc \cdot / \mathrm{Max}[ab \cdot \sin\theta_z, bc] \tag{9}$$

ここに，a:長径，b:中径，c:短径，θy:長軸の水平方向の傾き，θz:長軸の鉛直方向の傾き，Max[A,B]はA,Bの大きい方の値を取るものとする．

式(7)は粒子の長径aを流下方向軸に投影した長さを粒径dとしている．また，前節の検討から覆瓦構造はθz=70°の値を取ることが分かっている．式(8)はこれを考慮して，覆瓦構造の姿勢をとる粒子ほど大きくなるように，長径aをθz=70°の軸上に投影した長さを粒径dとしている．式(9)は，体積と鉛直方向の投影面積の比であり，粒子の平均的な鉛直方向長さを表現しており，鉛直方向に起立する粒子ほど粒径dが大きくなる．式(7)~(9)はいずれも最小粒径は粒子の短径c，最大粒径は長軸径aの値を取るようにしている．図-11は，式(7)~(9)より算定した表層粒子の粒度分布を示す．Case1~3それぞれの，t=100sの全ての河床表層粒子の姿勢θy,θzを調べ，式(7)~(9)を用いて粒径に換算し，姿勢の変化に応じた粒度分布を作成した．図-11(a)，(b)より，式(7)，(8)から作成した粒度分布は，長径aのみを用いるため，名目直径以上の粒径の存在割合が大きめに算定された．また，図-11(b)，(c)より，式(8)，(9) から作成した粒度分布は各ケースで形状が似ており，粒子形状の影響が明確に現れ

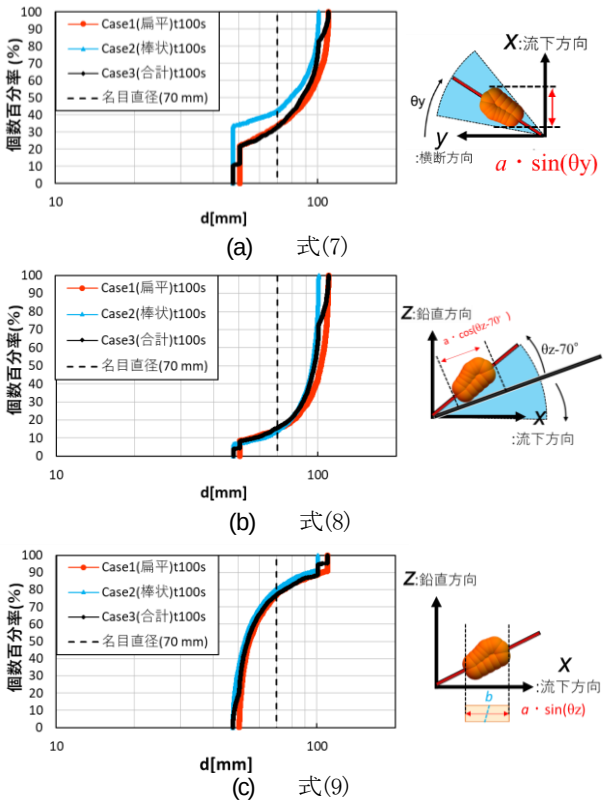


図-11 式(7)～(9)から作成される表層粒子の粒度分布

表-2 表層粒子の移動状態

	流量Q [m3/s]			
	0.2	0.3	0.4	0.5
Case1(扁平)	—	1個/8.4秒間	7個/3.2秒間	7個/1.6秒間
Case2(棒状)	時々動く	2個/5.3秒間	11個/14.2秒間	23個/13.9秒間

表-3 石礫の限界掃流力に関する実験

		流量Q [m3/s]			
		0.2	0.3	0.4	0.5
摩擦速度u_* [m/s]	Case1	0.236	0.258	0.268	0.287
	Case2	0.234	0.254	0.274	0.285

表-4 芦田・道上式に用いた諸量

		Case1(扁平)	Case2(棒状)	Case3(2種類)
摩擦速度u_* [m/s]		0.288	0.290	0.285
限界摩擦速度u_{*c} [m/s]		0.264	0.263	0.263
代表粒径d_{60}[m]	式(7)	99.0	88.3	94.5
	式(8)	105.9	97.3	99.6
	式(9)	58.3	55.6	57.4

※岩垣式/名目直径70mm 0.238 [m/s]

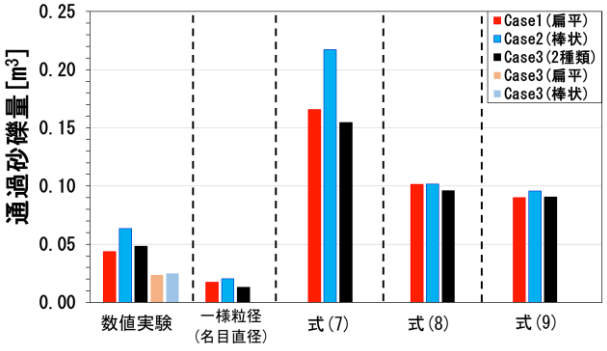


図-12 数値実験と芦田・道上式の通過砂礫量の比較(t=50～100s)

ていない.

次に，芦田・道上による流砂量式の形を用いて**図-11**に示した粒度分布の違いが，流砂量に与える影響を調べる．限界掃流力は，形の影響を強く受けることからCase1(扁平)，Case2(棒状)の形状に対する数値実験から，算定した．実験は，覆瓦構造が形成されたt=50s時点の計算結果を初期条件として，流量Q=0.2～0.5 [m^3/s]を通水し粒子の移動限界を見積もった．**表-2**は，各流量に対する表層粒子の移動状態を示し，x=6 m～11 m区間で離脱した粒子の個数を示す．**表-3**は，実験の流量Qと摩擦速度u_*を示す．摩擦速度u_*は重力加速度g，径深R，エネルギー勾配Iを用いて$(gRI)^{1/2}$より算出した．**表-2**から，Case1(扁平),Case2(棒状)のどちらのケースでも，粒子が移動し始める限界状態は，流量Qが0.3～0.4 [m^3/s]間にあると考えられ，**表-3**に示すQ=0.3，0.4 [m^3/s]での摩擦速度の平均値を限界摩擦速度u_{*c}とした． Case3(2種類) の限界摩擦速度u_{*c}は，Case1(扁平)およびCase2(棒状)の平均値とした．**表-4**は芦田・道上式に用いた諸量を示している．**図-11**に示した各粒度分布の代表粒径は，d_{60}の値を用いることにした．**図-12**は，覆瓦構造形成後のt=50~100s間にx=11 m断面を通過した数値実験による礫量と芦田・道上式より算出された礫量を示す．式(7)～(9) から作成した粒度分布を用いた通過礫量は，いずれも数値実験と比較して大きく評価されている．しかし，表層粒子の形や姿勢の効果を取り入れることで， Case1～Case3の通過礫量の大小関係に違いが生じている．特に，式(7)から作成した粒度分布は，形状による差異が大きく，このため3ケースの通過礫量は違いが明確である．一様粒径流砂量とは，従来の名目直径70mmを用いて算出したものである．この場合の礫量は，3ケースとも数値実験の通過礫量と比較して0.4倍以下と小さく評価されている．しかし名目粒径の物理的意味を考えると，あまり意義のある結果とは言えない.

4．石礫河道の粒度分布と代表粒径の決め方とそれらが有する移動床水理上の意義

石礫河道では，河床付近での移動床現象に粒子の大きさや形が大きな影響を与えることが知られている[1)]．しかし，これまでは，粒径を球として流砂現象を扱うのが一般的で，粒子の形の取り扱いが曖昧のまま進められている．この影響は，河川の上・中流域で特に大きく，流砂現象の扱う精度に影響を与えていると言えよう.

本研究では，同一形状で同一体積の粒子でも，粒度分布があるように振る舞い，河床の安定や移動限界を支配することに着目し，このような非球形粒子の三軸径と姿勢の影響を取り入れ，粒子の粒度分布や代表粒径の求め方を提示した．これにより，同一体積の粒子であっても，粒子の形状や姿勢によって粒子の移動形態や流砂量が異なることを表現し得る可能性を示した.

限界掃流力，分級現象は，混合粒径の移動床流れの重要な課題である．一様な形と大きさの非球形粒子の限界掃流力の算定は重要であり，また非球形粒子でも分級現象が起こり得るかを確かめることは，この先にある中心課題である．本研究で示した種々の新しい課題の算定精度を高め，石礫河道の河床の安定や流砂機構について地平を開くことを狙いとしたい.

5．結論

同一体積の形状の異なる粒子を用いて数値移動床実験を3ケース行い，石礫粒子の代表長さと粒度分布について検討を行い，以下の主要な結果を得た.

1．河床表層にある石礫粒子の安定な姿勢には，三軸径の関係が重要であること．また，表層粒子に作用する接触力を調べ，河床の安定には覆瓦構造が大きく寄与していることが分かった.

2．表層の石礫の姿勢と三軸から成る粒径を新たに定義し，形の影響から生ずる，粒度分布と代表粒径を用いて流砂量を算出した．これより，石礫河道の移動床現象の説明につながる可能性を示し，本論文の移動床水理学に与える意義を示した.

参考文献

1) 福岡捷二:石礫河川の移動床水理の諸問題と解決への道筋，水工学に関する夏期研修会，Aコース，Vol.44，pp.A-1-A25，2008.

2) 熱海孝寿，福岡捷二：石礫粒子形状の違いが流れ場と河床形状に及ぼす影響の研究，土木学会論文集B1（水工学），Vol.74，No.5，pp.I_919- I_924，2018.

3) 福田朝生，福岡捷二，内田龍彦：移動床数値実験水路を流下する石礫粒子群の三次元運動，土木学会論文集B1(水工学)，Vol.69，No.4，pp.I_1051- I_1056，2013.

4) Fukuda,T.， Fukuoka,S. :Interface-resolved large eddy simulations of hyperconcentrated flows using spheres and gravel particles， *Advances in Water Resources*，2017.
https://doi.org/10.1016/j.advwatres.2017.10.037

5) 伊藤隆郭，江頭進治，宮本邦明，竹内宏隆：土石流の固定床から移動床流れへの遷移過程に関する研究，水工学論文集，第43巻，pp.635- 640，1999.

6) 熱海孝寿，福岡捷二：石礫河川の表層粒子の安定な姿勢―覆瓦構造，土木学会関東支部論文報告集，第46号，2018.

(2019.4.2受付)