

多粒子限界流速を用いた堤防の耐侵食性能の評価

EVALUATION OF EROSION RESISTANCE PERFORMANCE OF RIVER LEVEE USING MULTI PARTICULATE CRITICAL VELOCITY

杉井俊夫¹・余川弘至²・寺西剣悟³・朱発瑜⁴
Toshio SUGII, Kengo TERANISHI and Htzu Zju

¹正会員 博士(工学) 中部大学教授 工学部都市建設工学科 (〒487-8501 愛知県春日井市松本町1200)

²正会員 博士(工学) 中部大学講師 工学部都市建設工学科 (同上)

³学生会員 中部大学大学院工学研究科博士前期課程 (同上)

⁴正会員 大日コンサルタント(株) (〒500-8384 岐阜県岐阜市藪田南3-1-21)

In this paper, we performed the investigation on application of multi particulate critical velocity with laboratory test and numerical analysis. From the experimental results of Kutara and Yoshioka, the maximum vertical velocity was calculated using numerical analysis. As a result, it was clarified that even when the horizontal flow is dominant, it is made clear that the conditions of seepage failure caused by multiparticulate critical velocity can be applied. Furthermore, instead of the effective stress, the “particle effective force” was proposed by multiparticulate critical velocity in order to simulate the particle effective force at the time of seepage failure.

Key Words : Internal erosion, multiparticulate critical velocity, simulation, DEM

1. はじめに

堤防の侵食現象は、土中の浸透水による内部侵食 (Internal Erosion)、越水を含めた表面流による表面侵食 (Surface erosion) があり、これまで前者は、地盤工学、後者は水工学の分野で取り上げられてきた。内部侵食、表面侵食は刻々と土塊内部の構造および境界条件が変わる進行性破壊のために、現象を連続体として取り扱うことが難しかった。これまでに著者の杉井は、鉛直流れにおいて多粒子限界流速式¹⁾を提案してきたが、水平流れの適用まで至っていなかった。そこで、本研究では堤体基礎のような水平流れが卓越する場合においても多粒子限界流速が適用できるかどうかを他の研究者らおよび著者らの実験結果から数値解析を用いて再検討を行った。また、粒状体として水が流れない2次元個別要素法 (2D-DEM) の解析に、多粒子限界流速の考え方をを用い、浸透力と個々の土粒子の水中重量がバランスすることを考慮した「粒子有効力」という考え方を導入することで浸透破壊現象のシミュレーションを実施した。

2. 多粒子限界流速の概要

(1)Richardsの干渉沈降速度

粒子群が沈降する場合は粒子同士の影響により、沈降速度は単一の粒子の沈降速度よりも減少する。粒子と流体との接触、粒子群が限られた場所において相対運動をするため、運動は単一粒子の沈降速度に対して補正を必要とすることが知られている^{2),3)}。均一な球粒子群を考え、また粒径に比べて容器の寸法が十分に大きい場合、補正係数 α は空隙率 ε あるいは体積濃度 $a=1-\varepsilon$ の関数と考えられている。粒子同士の影響としては、(I)粒子の運動、(II)粒子の存在、があるとされている。

(I) 着目粒子と流体との密度とが等しければ粒子が沈降することはないが、周囲の粒子が沈降する場合、流体にも速度が生じ着目粒子にも下向き速度が生ずる(粒子の運動)。

(II) 粒子間の引力が存在することや、粒子群が流体と同密度であっても粒子の剛性ゆえに、着目粒子周囲の流体の変形に対して抵抗を示すことによって、懸濁液の粘

度の増加につながる（粒子の存在）。

粒子濁液の濃度が小さければ、隣り合った粒子間の距離は粒子径に比して十分大きく、粒子相互間の干渉は無視でき、粒度試験の沈降法による粒度測定はこの条件で行われている。しかし、沈降する濃度が高くなると懸濁液内の条件は変わってきて、特に沈降する粒子によって置換される流体の上向き速度が大きくなり異なってくる。Steinour²⁾は、懸濁液の密度 ρ_c ($\rho_c = \rho_s(1-\varepsilon) + \rho_w \cdot \varepsilon$)

ここに ρ_s ：土粒子密度 [g/cm³]、 ρ_w ：液体の密度 [g/cm³] を用い、粘性係数 μ は液体についての値をとって、さらに懸濁液の空隙率 ε の関数 $f(\varepsilon)$ を導入して、液体に対して相対的な終末速度 V_m' をStokesの式を用いて次式のように示した。

$$V_m' = \frac{(\rho_s - \rho_c)gd^2}{18\mu} \cdot f(\varepsilon) \quad (1)$$

ここに、液体に対して相対的な速度を V_m' としたのは、干渉沈降では上述したように粒子の置換による上向き流れが生じることによる。容器に対する粒子の絶対速度を V_{mc} とすると沈降する粒子の全体積 $(1-\varepsilon)V_{mc}$ と、粒子によって置換される液体の体積 $\varepsilon(V_m' - V_{mc})$ を等しいとおき、

$$V_{mc} = \varepsilon V_m' \quad (2)$$

の関係が得られる。

また、 $\rho_c = \rho_s(1-\varepsilon) + \rho_w \cdot \varepsilon$ より

$$V_{mc} = \frac{(\rho_s - \rho_w)gd^2}{18\mu} \cdot \varepsilon^2 \cdot f(\varepsilon) \quad (3)$$

となる。Richardson³⁾は、Steinourの考え方と同様に式(3)の $\varepsilon^2 \cdot f(\varepsilon)$ を実験を用いて容器と試料粒径の壁効果も考慮した補正係数を求めている。このため、Richardsonの補正係数は V_{mc} に対するものであり、式(3)の $\varepsilon^2 \cdot f(\varepsilon)$ をRichardsonの補正係数 $\alpha[-]$ として、空隙率 $\varepsilon[-]$ と粒子Reynolds数の関数で表せるとしている。なお、Richardsonは $Re \leq 1$ までStokesの式を用いており、 $Re > 1$ は抵抗係数 C_D により単粒子の沈降速度を求める必要があった。

$$\alpha = \varepsilon^{1/m} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} Re < 0.2 \quad \text{のとき} & \quad 1/m' = 4.65 + 19.5 \cdot d/D \\ 0.2 < Re < 1.0 \quad \text{のとき} & \quad 1/m' = (4.46 + 17.6 \cdot d/D) Re^{-0.03} \\ 1.0 < Re < 500 \quad \text{のとき} & \quad 1/m' = 4.45 Re^{-0.1} \\ 500 < Re < 7000 \quad \text{のとき} & \quad 1/m' = 2.39 \end{aligned} \quad (5)$$

ここに、 d ：粒子径[cm]、 D ：円筒管直径[cm]、

Re ：粒子Reynolds数 $\left(Re = \frac{V_c d \rho_w}{\mu} \right)$ である。

(2) 多粒子限界流速式

干渉沈降速度の式を用いて、浸透破壊時の多粒子限界流速式を導く。まず、単粒子の限界流速としてレイノルズ数によらず、広く適用可能なRubey⁴⁾の式を用いる。

原著のRubeyの式を変形すると式(5)となる。

$$V_c = \frac{6\mu}{\rho_w d} \left\{ \sqrt{\frac{\rho_w(\rho_s - \rho_w)gd^3}{54\mu^2} + 1} - 1 \right\} \quad (6)$$

ここに、 μ ：液体の粘性係数[g/(cm³·s)]、 d ：粒子径[cm]、 g ：重力加速度 [cm/s²]、である。

Richardsonの補正係数を使用するために、Steinourと同様に液体の粘性係数はそのまま、密度を懸濁液の密度 ρ_c にして、さらに空隙率 ε の関数 $f(\varepsilon)$ を空隙率 n の関数 $f(n)$ に置き換え、式(1)と同様に液体に対して相対的な速度 V_c' を次式のように表す。

$$V_c' = \frac{6\mu}{\rho_c d} \left\{ \sqrt{\frac{\rho_c(\rho_s - \rho_c)gd^3}{54\mu^2} + 1} - 1 \right\} \cdot f(n) \quad (7)$$

ここに、 ρ_c ：懸濁液の密度 ($\rho_c = \rho_s(1-n) + \rho_w \cdot n$)。

V_c' の懸濁液の密度 $\rho_c = \rho_s(1-n) + \rho_w \cdot n$ を代入すると、

$$V_c' = \frac{6\mu}{(\rho_s(1-n) + \rho_w \cdot n)d} \left\{ \sqrt{\frac{(\rho_s(1-n) + \rho_w \cdot n)(\rho_s - \rho_w)gd^3}{54\mu^2} + 1} - 1 \right\} \cdot f(n) \quad (8)$$

となるが、Stokes式を用いた式(3)のように空隙率 n で簡単に整理できない。そこで、式(6)と式(8)の比 V_c'/V_c を求めてみたところ、図-1に示すように、 $Re < 1$ までは $V_c'/V_c \cong n$ の関係があることがわかる。また、空隙率25%以上において $Re < 10$ までは大きな差は少なく、空隙率が大きくなるほど Re 数に関係なくなっていく傾向にある。また、砂などの一般の空隙率30%以上の状態でも $V_c'/V_c \cong n$ の関係は許容できる。これより干渉沈降速度(V_{cm})に対応する速度 V_{cm}' は液体に対して相対的な速度 V_{cm} （多粒子限界流速）の関係は式(2),(7)および $V_c'/V_c \cong n$ の関係から次式となる。

$$V_{cm}' = V_{cm} \cdot n = V_c' \cdot f(n) \cdot n = V_c \cdot n^2 \cdot f(n) \quad (9)$$

ここに、 $n^2 \cdot f(n)$ ：式(3)の $\varepsilon^2 \cdot f(\varepsilon)$ 、Richardsonの補正係数 α に相当。

式(9)に式(4)、式(6)を代入し、次式を得る。

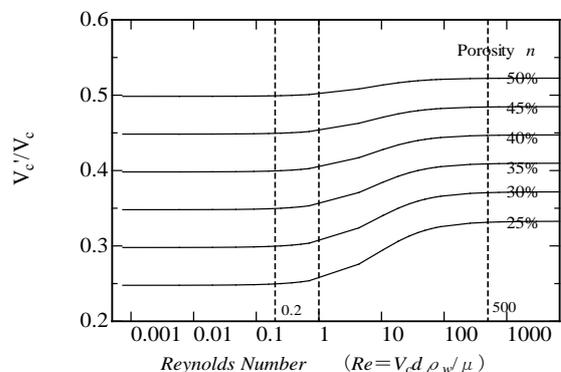


図-1 Reynolds数と V_c'/V_c の関係

$$V_{cm} = n^{1/m} \frac{6\mu}{\rho_w d} \left\{ \sqrt{\frac{\rho_w(\rho_s - \rho_w)gd^3}{54\mu^2} + 1} - 1 \right\} \quad (10)$$

多粒子限界流速式は、式(5)、(10)から間隙率 n が大きくなると $1/m > 1$ より流速が大きくなることからわかる。検証のために粒子 Reynolds 数 < 1 において多粒子限界流速と Terzaghi の限界動水勾配 $i_c = (Gs-1)(1-n)$ と式(11)に示す透水係数を表す Kozeny の式⁵⁾を用いて算出された浸透破壊時の実流速 ($V = k_K \times i_c/n$) と比較を行った。

$$k_K = \frac{\gamma_w}{\eta} C_k \frac{e^3}{1+e} D_s \times \frac{1}{10^4} \quad (11)$$

ここに、 γ_w ：水の単位体積重量、
 η ：水の粘性係数 (Pa・s)、 C_k ：形状係数 (Kozeny の半理論式 $8.2=0.0084 \times g$)、 D_s ：粒径 (cm)、 e ：間隙比

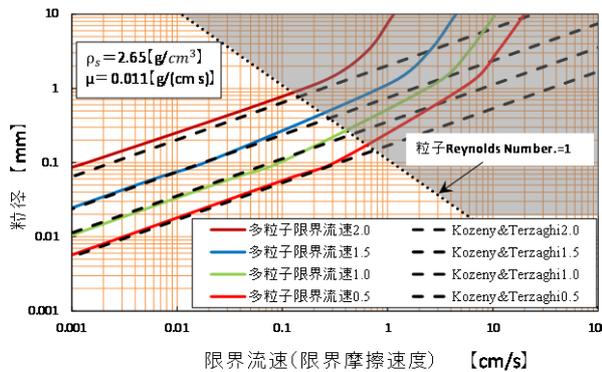


図-2 乾燥密度の違いと多粒子限界流速とKezeny&Terzaghiの限界動水勾配による流速の比較

乾燥密度 $\rho_d = 2.0, 1.5, 1.0, 0.5 \text{ g/cm}^3$ について算出した結果を図-2に示す。これより、ダルシー則が成り立つ層流域 (ハッチ左下) では多粒子限界流速のように乾燥密度が小さくなるほど流速は大きく (左へと移動)、両者の速度は一致することが確認できる。

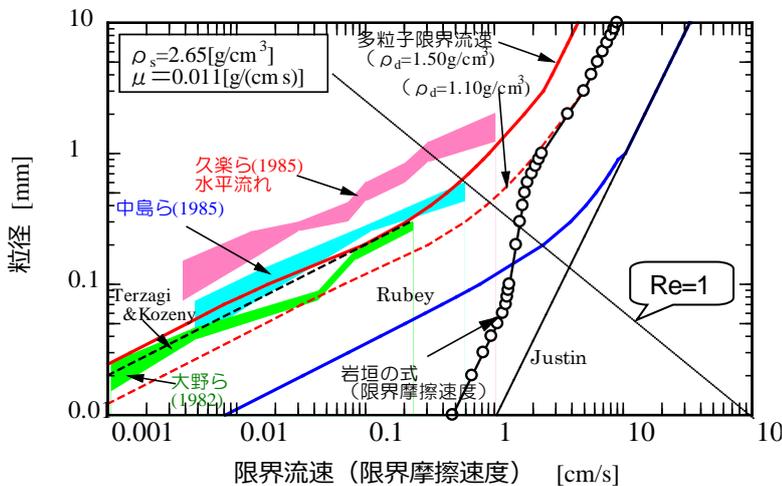


図-3 各種実験データと限界流速・限界摩擦速度

3. 水平流れ場での多粒子限界流速の適用

(1) 久楽・吉岡らの実験への適用

多粒子限界流速は、鉛直流れにおけるつり合いから算出されているために、水平流れが卓越する場合については適用できないものと考えられてきた。図-3中の久楽らの実験は水平方向が卓越する流れを対象、岩垣の式の限界摩擦速度も水平方向のながれであり、それ以外の実験値は鉛直方向の一次元流れである。久楽らの実験結果は水平方向が卓越する流れを対象としており、鉛直方向の流れに対する多粒子限界流速が適用できないと判断できる。同じく水平方向流れの岩垣の限界摩擦速度と実験結果をみると、実験値と大きく乖離しており、現象が異なることが推察される。しかし、 $\rho_d = 1.10 \text{ g/cm}^3$ の多粒子限界流速式と岩垣の限界摩擦速度式が Reynolds 数 > 1 の乱流域以降で一致しており、Reynolds 数 > 1 の場合の水平流れについて今後検討していくことにヒントがあるものと考えている。参考までに岩垣論文⁶⁾によると、30秒間に砂粒が移動する何個から計測しており、0.1mm以下の信頼性についてかけることが記されている。

久楽・吉岡ら^{7,8)}の実験は水平流れが卓越する場合を対象としており、図-3からは多粒子限界流速式と離れていることがわかる。そこで、論文の実験データから (実験装置 図-4及び図-5について飽和浸透流解析を実施した。図-5には解析メッシュ (最小メッシュ5mm幅) と流速ベクトルを示している。各々、飽和浸透流解析により

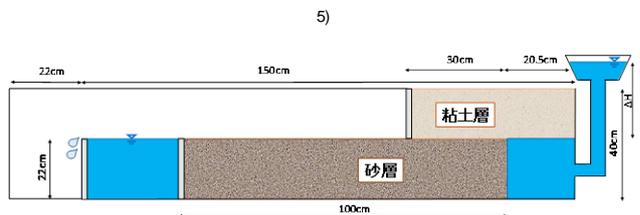


図-4 久楽らの実験⁸⁾

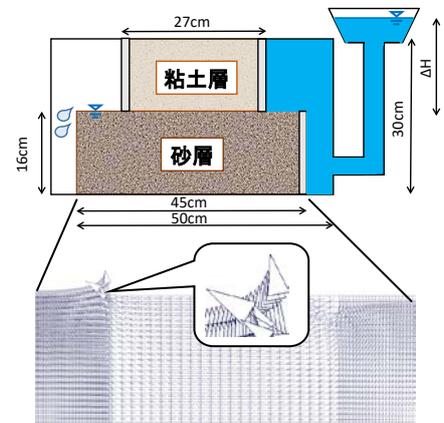


図-5 (上) 吉岡ら⁷⁾の実験装置と (下)解析メッシュと流速ベクトル

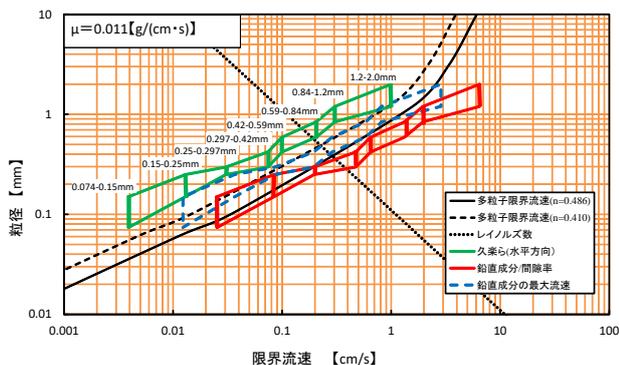


図-6 久楽らの実験⁷⁾と多粒子限界流速

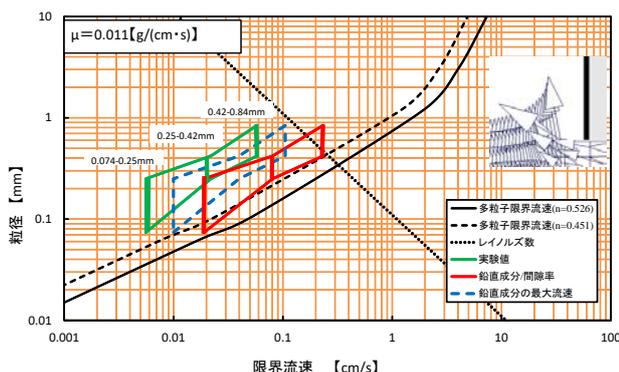


図-7 吉岡らの実験⁹⁾と多粒子限界流速

破壊時の流速の鉛直成分の最大値を求め、多粒子限界流速と比較を行った結果が、図-6、図-7である。黒の実線が実験値の間隙率の最も大きいもの、破線が間隙率の小さいものの多粒子限界流速を示している。どちらの図も実験値の排水流量から得られた流速（緑実線）では、平均流速を表しているため、小さめに出ているが、解析で算出した流速の鉛直成分（青破線）は大きく、間隙率で除して実流速に算出した（赤実線）は黒の実線、破線に掛かってくるのがわかる。また、いずれも各粒径範囲の小さい径（縦線の下方）の多粒子限界流速で破壊していることがわかり、徐々に拡大進行していくと考えられ、現象を説明することが可能である。なお図-8の久楽らの実験値でReynolds数 >1 を超える領域では、ダルシー則から乖離するため、層流から乖離した実験データと層流域でダルシーの法則に則った数値解析において差が現れているものと推察できる。

(2) 本研究室での実験検証

実際に久楽らの実験を模擬した実験を行った。図-8に実験装置を示す。砂層の上に浮力を考慮して錘を入れた発泡スチロールを不透水層とし、砂層には豊浦砂を用いていた。不透水層の位置を移動させることで、流出幅を変えた実験を表-1のようなケースで実施した。

検証には、次のように実施した。実験値の乾燥密度（間隙率）、粒径から透水係数を推定したが、水位と流量の関係から再現を行ったが流量との誤差を粒径・乾燥密度のばらつきによるものと考えられたため、噴砂発生前の安定状態での流量と水位差から逆解析的に透水係数及びKozeny式(11)によって間

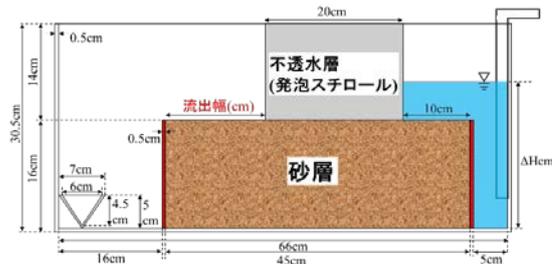


図-8 実験装置

表-1 実験ケース

	流出幅 (cm)	乾燥密度 (g/cm ³)	間隙率(-)	透水係数 (cm/s)
caseA	20	1.657	0.375	6.53×10^{-3}
caseB	15	1.413	0.467	1.73×10^{-2}
caseC	10	1.451	0.453	1.50×10^{-2}
caseD	5	1.502	0.433	1.23×10^{-2}

隙率を決定、噴砂発生時の水位と流量を確認し、局所的な流速ベクトルから鉛直方向の最大流速を求めた。

多粒子限界流速と噴砂発生時の鉛直方向の最大流速を図-9に示す。黒実線と黒破線は前述同様、最大乾燥密度の場合と最小乾燥密度の場合の多粒子限界流速である。①4つのケースはいずれも豊浦砂の粒径範囲の細かい粒径で一致していることがわかる。細かい粒子から噴き上げ、周辺に拡大進行していくことが推察される。また、②一部を除いて概ね乾燥密度が小さくなると限界実流速は大きくなる結果となり、多粒子限界流速に一致する。さらに、③流出幅が広がるにつれて水平流れの流速ベクトルが卓越してくるがいずれも鉛直方向の最大流速で多粒子限界流速に一致することがわかった。

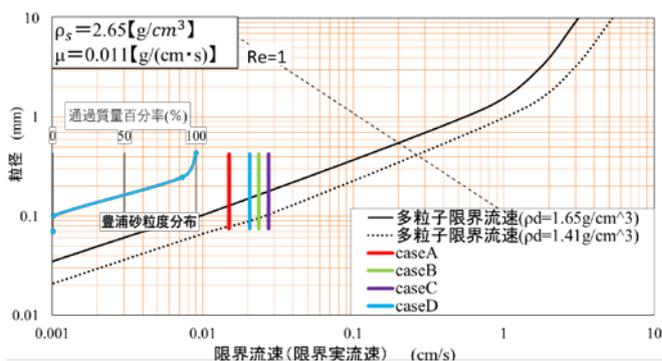


図-9 多粒子限界流速と限界実流速

4. 多粒子限界流速を使った噴砂解析

(1) 多粒子限界流と個別要素法(2D-DEM)

多粒子限界流速は粒子群のなかで個々の粒径に対応する流速（実流速）に達すると粒子の水中単位体積重量がゼロとなる状態を示している。この考え方を利用することで水中単位体積重量を減少させていく過程を表現することができる。そこで、これまで考えられてきた有効応

力の考え方にかわって新たな粒子単位の「粒子有効力」として考えていくことを提案していく。

多粒子限界流速に達した粒子は、慣性力の重量がゼロとなることを考慮することで2次元の個別要素法 (DEM) ⁹⁾でシミュレーションすることができる。今回は、4種類の粒径について構成される土試料を想定した。解析粒子の条件を表-2、粒径を表-3に示す。2次元のDEMでは、浸透流を直接発生させることはできないため、次のようなアルゴリズムで計算することとした。各々の粒子径に対する多粒子限界流速に達するとそれぞれ水中単体積重量がゼロとなるように、重力加速度を減少させていく (図-10)。ここで、次の3つの条件を仮定している。一つには、個々の粒子の重力加速度が一定の割合で減少していく (減少率)。二つには、多粒子限界流速に達した後は、鉛直上向きに重力加速度が同様に増加していく。三つ目には、粒子が移動しても間隙率は変わらない、という仮定である。

表-2 解析データ

物理諸量	
土粒子の密度 ρ_s (g/cm ³)	2.65
水中密度 ρ'_s (g/cm ³)	1.65
間隙率 n	0.377
粘性係数 μ (g/cm·s)	0.011
粒子数 (個)	1000
バネ定数kn	1.00E+08
バネ定数ks	2.50E+07
粘性係数cn	1.00E+02
粘性係数cs	5.00E+01
粒子間摩擦角(deg)	2.70E+01
粒子数 (個)	1000

表-3 粒径情報と多粒子限界流速 (間隙率 $n=0.377$)

粒子種類	粒径(個数) (mm)	多粒子限界流速 (cm/s)	係数 α_i (s ⁻¹)
粒子1	0.065 (250個)	0.0035	276343
粒子2	0.565 (250個)	0.32	3057
粒子3	1.18 (250個)	0.72	1356

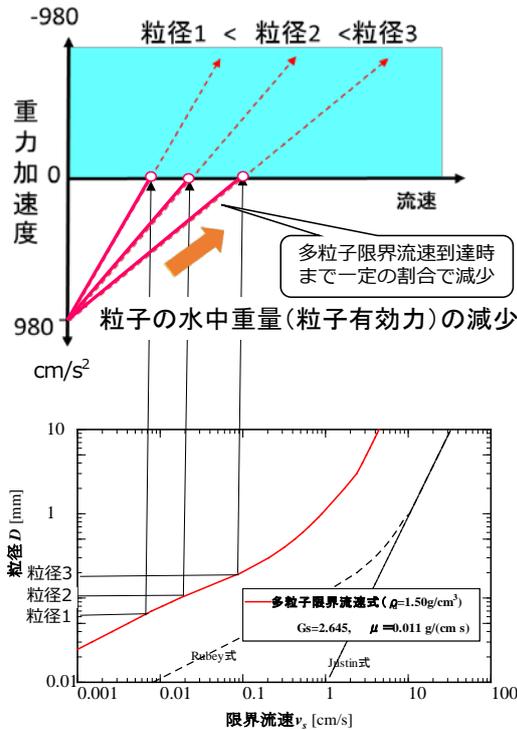


図-10 多粒子限界流速と見かけの重力加速度

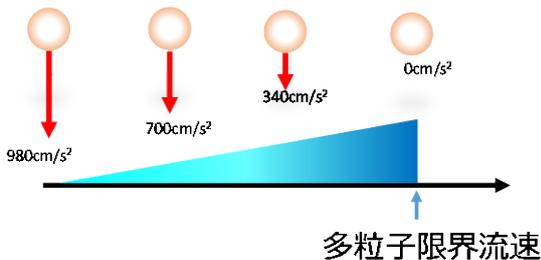


図-11 見かけの重力加速度の減少

多粒子限界流速は、粒子群を形成する土粒子の水中重量とつりあう際の流速を示しているが、このことを利用した新たな「粒子有効力」を提案した。この考え方は、これまでの土塊 (連続体) としての有効応力ではなく、粒状体として考えた場合に透水力を受ける粒子の水中重量を「粒子有効力」として考えるものである。

今回、表-2、表-3に鉛直方向流れの噴砂の現象のシミュレーションを行った。図-10のように鉛直上昇流の速度を増加させていき、多粒子限界流速式に達した段階で見かけの重力加速度をゼロと見做し (図-11)、粒子有効力が減少していくことをもとに、松島⁶⁾が作成した個別要素法プログラムを用いてシミュレーションを行った。解析結果である4種類の粒径の粒子移動と粒子有効力による粒子間に働く応力の分布を図-12に示す。ここでは示していないが流速ゼロにおいては、粒子によるアーチ効果などから必ずしも下層に行くほど粒子間力が大きくはならぬ。流速が上昇するにつれ、細かい粒子から流出する現象、粒子間力は流速が0.1から0.5 cm/sの増加とともに中層部の粒子間力が減少する。1.0cm/sになると粒子間力は小さくなるどころと大きくなる部分が現れる。これは上昇粒子が上部の粒子を押し上げようとするために増加するものと推察される。また、紙面の都合上示していないが、粒径が等しい場合には、すべての粒子が同じだけ見かけ上の重力加速度が減少することから、同じに浮上する結果を得ており、Terzaghiの限界動水勾配のように土塊・連続体として破壊することを得ている。

最後に、見かけ上の重力加速度がゼロになるまでの過程において有効応力が減少していくところに着目するため、浸透破壊の実験で行われる地盤中に金属棒を突き刺し、浸透破壊させることを試みた。その結果の一部を、図-13に示す。流速の上昇とともに地盤の支持力が消散

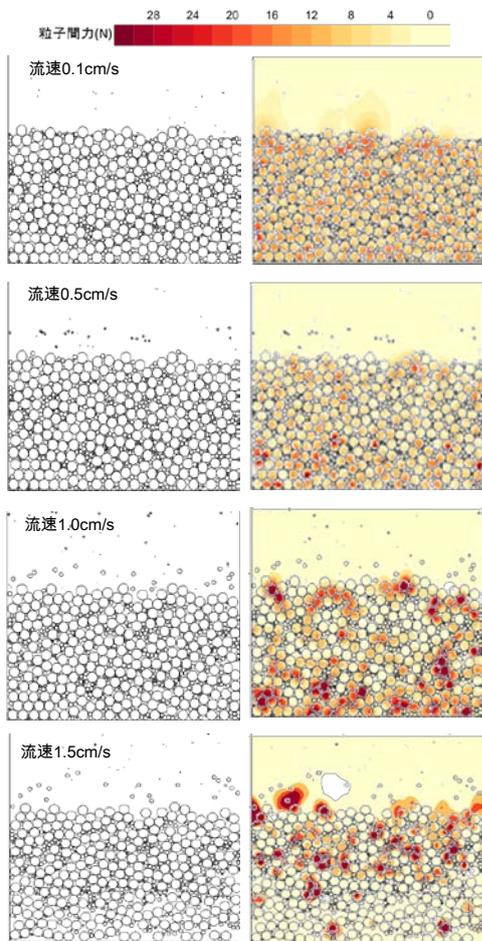


図-12 (左)粒子の浮上の様子と(右)粒子間力の分布

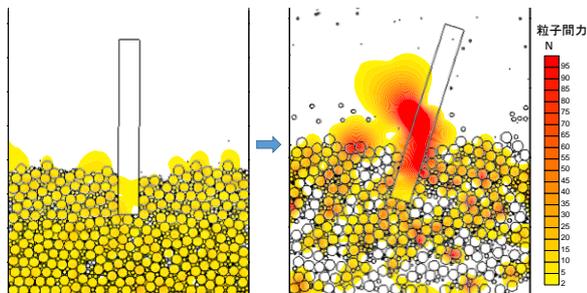


図-13 浸透破壊時の地盤の支持力減少

していき金属棒は傾斜し、粒子が浮上していく傾向が内部の粒子力の分布からよくわかる。

5. おわりに

本研究の結果、得られた知見を以下にまとめる。

- (1)鉛直一次元での浸透破壊現象への多粒子限界流速の適用の検証に、Terzaghiの限界動水勾配とKozenyの透水係数式を用いて比較した結果、間隙が大きくなるほど破壊時の流速(多粒子限界流速)は大きくなり、値の整合性を得ることができた。
- (2)水平流れが卓越する場合においても、局所的に鉛直流れが発生するために、多粒子限界流速式による浸

透破壊の発生条件を適用できることが明らかとなった。これは、現在の水平方向の局所動水勾配での安定条件を見なおしにもつながらるものと考えられる

- (3)多粒子限界流速を個別要素法に導入することで細かい粒子から流出する現象をシミュレートできた。また、有効応力に代わり、浸透力を受ける粒子の「粒子有効力」の提案を行った。今後は、粒子レベルの有効力と有効応力との関係も明らかにしていく。
- (4)多粒子限界流速を用いることで粒子レベルの有効力を提案してきたが、別途、間隙径分布測定も行っており、粒子移動抵抗(耐侵食性能)について空間的アプローチをも進めている^{10),11)}。

謝辞:本研究は、河川砂防技術研究開発制度(平成27~29年度)の補助及び中部大学特別研究費(A)の補助を受けました。また、個別要素法は、筑波大学の松島亘志教授が作られたソースコードを利用させていただいた。また、本実験実施にあたって本研究室当時4年の長瀬弘己君(現 中日本建設コンサルタント(株))に協力いただいた。ここに、記して感謝いたします。

参考文献

- 1) 杉井俊夫・佐藤健・宇野尚雄・山田謹吾:浸透破壊の発生プロセスと土の非均質性、土と基礎、Vol.37、No.6、pp.17~22、1989。
- 2) Steinnour, H. H.: Ind. Eng. Chem., Vol.36, [7] pp.618~624; [9] pp.840~847; [10] pp.901~907, 1944。
- 3) Richardson, J. F.: Sedimentation and Fluidisation, Trans. Intin. Chem. Engrs., Vol.32, pp.35~53
- 4) Rubey, W. W.: Settling Velocities of Gravel, Sand and Silt Particles, American journal of science, Vol.25, pp.325~338, 1933。
- 5) 久保田敬一・河野伊一郎・宇野尚雄:透水—設計へのアプローチ、鹿島出版会、p.75~79、1976。
- 6) 岩垣雄一:限界掃流力に関する基礎的研究(I)限界掃流力の流体力学的研究、土木学会論文集、第41号、pp.1-21,1956。
- 7) 久楽勝行・吉岡淳・佐藤正博:水平方向浸透流下における砂地盤のパイピングについて、第20回土質工学研究発表会、pp.1483~1484, 1985。
- 8) 吉岡ら:水平方向の浸透流によるパイピング現象について、土木学会年次学術講演概要集、1984。
- 9) 松島亘志:実際に個別要素法プログラムを動かしてみよう、個別要素法セミナーテキスト,2010。
- 10) 杉井俊夫・長瀬弘己・末松知奈・小竹亮太:浸透破壊における内部浸食の発生メカニズムと評価法、第5回河川堤防技術シンポジウム、東京都新宿区、土木学会講堂、2017。
- 11) 杉井俊夫、朱発瑜、末松知奈:有効応力から「粒子有効力」へ、間隙率から「間隙径分布」へ、地盤工学会誌、7月号、2018(印刷中)

(2018. 4. 3受付)