

貯留関数モデルを用いた洪水予測モデルの同定 方法とフィードバック方法の改善提案

PROPOSAL OF A METHOD FOR IDENTIFYING THE FLOODING PREDICTION
MODEL BASED ON THE STORAGE FUNCTION AND IMPROVEMENT OF ITS
FEEDBACK METHOD

杉浦 正之¹⁾・田中 耕司²⁾・辻倉 裕喜³⁾
Masayuki SUGIURA, Kohji TANAKA and Hiroki TSUJIKURA

¹正会員 株式会社 アスコ大東大阪本社(〒541-0054 大阪市中央区南本町3-6-14)

²正会員 博(工) 大阪工業大学工学部都市デザイン工学科(〒535-8585 大阪市旭区大宮5-16-1)

³正会員 博(工) 株式会社 建設技術研究所大阪本社(〒541-0045 大阪市中央区道修町1-6-7)

The flood prediction model based on the storage function is a simple model. However, the low prediction accuracy of actually applied models is becoming problematic, thus we proposed a method to improve its accuracy without much effort.

A flood prediction model was established for a river basin; and MCMC was applied to evaluate the probabilistic distribution of parameters and the magnitude of the expected value of analyzed values using WAIC and WBIC. The saturated rainfall (R_{sa}) was found to be the most uncertain parameter, and the expected value barely changed when analysis was carried out without R_{sa} . Based on this result, we proposed removing R_{sa} when identifying the flood prediction model. Actual measurement adjustments are heavily used as a feedback method, but prediction accuracy was found to decrease with actual measurement adjustments. An improvement method based on filter theory was proposed.

Key Words : Storage Function Model, Flood Prediction, MCMC, WAIC, WBIC, Feedback Method

1. はじめに

地方自治体管理の河川では、集中型の洪水予測モデルが多く、そのほとんどが貯留関数モデルである。しかし、椿らの資料¹⁾では、直轄河川の貯留関数モデルを用いた予測モデルにおいても、予測精度には問題が多く、貯留関数モデルの精度が不足している、フィードバックが適切に作動しない等が指摘されている。

この原因は、貯留関数モデルが非線形であることから、洪水予測に適した最適定数を設定する技術、フィードバックに必要なフィルタリング技術が広く普及していないこと、また、最近の洪水予測技術の進展にもかかわらず、予測技術を体系化したマニュアル等が存在しないことが考えられる。本研究は、最新の最適化技術、情報量規準等を利用して、貯留関数モデルを用いた洪水予測モデルの構築技術の体系化をめざすものである。

予測モデルにおける精度の確保の基本は、予測に悪影響を与える不確実なパラメータを除外して、一定の精度を確保したモデルを構築したうえで、不確実なパラメー

タについては、フィードバックにより、リアルタイムで適切な値を設定し、精度の低下を防止することと考えている。しかし、どのパラメータが不確実か、理論的に評価した事例はない。また、フィードバック方法においても、現時刻合わせが多用されているが、現時刻合わせが最適な手法か、定量的に評価した事例はない。

本論文では、モデル流域として鈴鹿川(三重県)、北川(福井県)、土器川(香川県)の直轄河川としては流域面積が小さい河川を対象に、1流域の貯留関数モデルを作成し、すべてのパラメータの確率分布をMCMC(Markov Chain Monte Carlo)により推定した。パラメータの確率分布の形状から、最も不確実なパラメータとして飽和雨量 R_{sa} を析出することができ、 R_{sa} を使用しないモデルの同定を提案した。

また、現時刻合わせは、現時刻において、解析流量をH-Q換算流量に一致させることがほとんどであるが、現時刻合わせが原因で予測精度が低下する可能性があることをフィルタの理論から示した。そして、この理論を応用し、フィルタの知識がなくても実装でき、これまでの現

時刻合わせより精度向上が期待できる方法を提案した。

2. 評価対象の貯留関数モデルの概要

直轄河川の治水計画に多く使用されている流出モデルに木村の貯留関数モデル²⁾がある。一次流出率 f_1 を面積あるいは流量にかかる係数とした貯留関数モデルで、これを下記のAタイプのモデルとする。一方、角屋ら³⁾は実績降雨から損失分を除いた有効雨量を使用して流出解析を行うモデルを提案している。一次流出率 f_1 が降雨にかかる係数とすると下記のBタイプのモデルが考えられる。本論文ではこの2つのモデルタイプを対象にして、洪水予測への適用性を評価する。

(a)Aタイプ

$$kpq_1^{p-1} \frac{dq_{1,t}}{dt} = r_1 - q_1 \quad kpq_2^{p-1} \frac{dq_{2,t}}{dt} = r_2 - q_2 \quad (1)$$

$$Q_t = \frac{1}{3.6} (q_{1,t-T} f_1 + q_{2,t-T} (1-f_1)) A + Q_b \quad (2)$$

ここに、 $R < Rsa$ のときに $r_1=r$ 、 $r_2=0$ 、 $R \geq Rsa$ のときに $r_1=r_2=r$ である。なお、 Q_t は t 時刻の流出量(m^3/s)、 A は流域面積(km^2)、 Q_b はベースフロー(m^3/s)、 r は降雨強度(mm/hr)、 R は累加雨量(mm)、 Rsa は飽和雨量(mm)、 k, p はモデル定数、 f_1 は一次流出率、 T は遅滞時間(hr)、 t は時間(hr)である。

(b)Bタイプ

$$kp \frac{dq_t}{dt} = r_e - q_t \quad Q_t = \frac{1}{3.6} q_{t-T} A + Q_b \quad (3)$$

ここに、 r_e は有効雨量(mm/hr)で、本論文では $R < Rsa$ のときに $r_e=f_1 r$ 、 $R \geq Rsa$ のときに $r_e=r$ である。

3. モデルの評価のための情報量規準の概要

パラメータが階層的に存在するベイズモデルにも適用できる情報量規準としてWAIC(Widely Applicable Information Criterion)⁴⁾、WBIC(Widely applicable Bayesian Information Criterion)⁵⁾を対象とした。これらの情報量規準は、ニューラルネットワーク⁶⁾、スパースモデル⁷⁾等にも適用されて広く普及している。WAICとWBICの解析にはMCMCが必要で、本論文では制約条件が少なく、モデル化が容易なMetropolis-Hastings法⁸⁾を採用した。

(1)WAICの概要

AIC⁹⁾はKullback-Leibler¹⁰⁾のDivergenceを基礎に導出されたもので、真の分布との距離を最小にする考え方はWAICも同様である。AICと異なることは、AICが最尤推定を基礎にしているが、WAICは事後分布であるパラメータの確率分布から推定される予測分布の期待値を最大にする方法を採用している。特に、WAICは暫近的にLeave One Out Cross Validation(Loo-CV)と等価である⁴⁾。

また、正則条件を満たし真の分布が含まれる場合は、AICと等価になる⁵⁾。

WAICは(4)式で示され、右辺第1項はパラメータの事後分布から得られる予測分布の期待値の対数で、個々の洪水の予測分布の期待値は(5)で示すことができる。(4)式の第2項は、(6)式のとおり対数尤度の分散の期待値で、予測分布の解析のために、洪水データを同定と予測の2度使用したことの補正項である。ここで $\mathbb{E}_w[\cdot]$ はパラメータ空間 w における期待値を示している。また、 x_i は i 番目の洪水データであることを示し、 n は洪水数である。

$$WAIC = -\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \log p^*(x_i | w) + V \quad (4)$$

$$p^*(x_i | w) = \mathbb{E}_w [p(x_i | w)] \quad (5)$$

$$V = \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n \mathbb{E}_w [\log p(x_i | w)^2] - \sum_{i=1}^n \mathbb{E}_w [\log p(x_i | w)]^2 \right) \quad (6)$$

(2)WBICの概要

自由エネルギーが最小になる条件として(7)式を示し、これをWBICと称している。ここで、 $L_n(w)$ は(8)式のとおりで洪水平均の対数尤度である。WBICは正則条件を満たし、真の分布が含まれる場合は、BIC¹¹⁾と等価になる⁵⁾。なお、 $\varphi(w)$ はパラメータの事前分布で、 β は(9)式のとおり洪水数 n の関数である。

$$WBIC = -\frac{\int n L_n(w) \prod_{i=1}^n p(x_i | w)^\beta \varphi(w) dw}{\int \prod_{i=1}^n p(x_i | w)^\beta \varphi(w) dw} \quad (7)$$

$$L_n(w) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \log p(x_i | w) \quad (8)$$

$$\beta = 1 / \log n \quad (9)$$

(3)1洪水の誤差確率分布

洪水データの場合、1洪水から得られる検証用の時間データ数が異なるので、(11)式を分散とした(10)式の時間データ数平均の対数尤度を採用する。ここに、 m_i は i 番目の洪水からサンプリングされたデータ数で、 $y_{t,i}$ 、 $Y_{t,i}$ は i 番目の洪水の t 時刻の解析流量とH-Q換算流量である。

$$\log p(x_i | w) = -\frac{1}{2} \log(2\pi\sigma_i^2) - \frac{1}{2} \quad (10)$$

$$\sigma_i^2 = \frac{1}{m_i} \sum_{t=1}^{m_i} (y_{t,i} - Y_{t,i})^2 \quad (11)$$

4. 評価対象流域の概要と解析条件

(1)対象流域と使用データの概要

表-1 解析対象洪水の概要

河川名	予測地点	流域面積(km ²)	期間	洪水数
鈴鹿川	高岡	269.0	2002年～2016年	16
北川	高塚	202.0	1990年～2016年	18
土器川	祓川	106.7	2003年～2016年	16

表-2 情報量基準によるモデルの適用性の評価結果

河川	Rsa	Aタイプ		Bタイプ	
		nWAIC	WBIC	nWAIC	WBIC
鈴鹿川	Rsaあり	107.5	109.4	107.5	109.2
	Rsa∞	105.6	107.2	105.6	107.7
北川	Rsaあり	101.0	103.1	101.0	103.8
	Rsa∞	100.8	102.9	100.9	103.0
土器川	Rsaあり	87.0	88.4	86.6	87.5
	Rsa∞	87.4	90.1	87.3	89.1

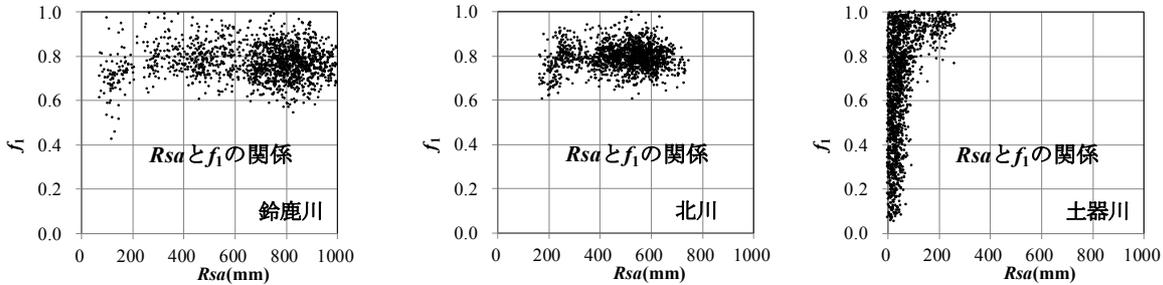


図-1 MCMCの解析結果から得られる飽和雨量(Rsa)と一次流出率の関係(Aタイプモデル)

対象河川は表-1のとおり、直轄河川としては流域面積が小さい河川で、H-Q換算流量が水文水質データベースに公開されている鈴鹿川(三重県)、北川(福井県)、土器川(香川県)の3河川を対象とした。各河川から抽出した洪水は、ピーク水位がおおむね水防団待機水位以上で、データ抽出期間、洪水数を表-1にあわせて示す。なお、使用する流域平均雨量はテレメータ雨量を用いてティーセン法により算定したものである。

(2) 解析条件

1洪水からサンプリングする洪水データは洪水予測では洪水の立ち上がりが重要であることから、洪水の立ち上がりから、おおむね降雨が終了した時点からさらに洪水到達時間程度が経過した時点までとした。また、洪水予測においては、予測雨量に実績降雨を使用し、降雨の予測誤差がない状態で解析した。

(3) 解析対象パラメータ

k , p , f_1 , Rsa , Tl を対象にした。ベースフローは不確実性が高いパラメータであることを事前に確認して、本論文では、洪水の立ち上がり前の流量に固定した。

5. モデルの同定方法における改善提案

(1) Rsaを使用しないモデルの提案

前述の2つのタイプのモデルの適用性を情報量規準により評価した。比較対象のケースは、Rsaをパラメータとした場合(Rsaあり)とRsaをパラメータとしないで無限大(Rsa∞)とした場合の2ケースとした。

情報量規準を用いて適用性を評価した結果を表-2に示す。情報量規準は値が小さい方が、期待値が大きいこと

を示している。なお、nWAICはWAICをn倍したもので、nWAICとnWBICは、それぞれAICとBICの1/2に相当する。

A, Bタイプの差に着目すると、鈴鹿川と北川はほとんど差がなく、土器川でやや大きいと言える。土器川は流出率が1を超える特異な例として考えると、WAICとWBICのタイプによる差はほとんどないと判断できる。

Rsaに着目すると、鈴鹿川と北川はRsaを使用しない方が、わずかであるがWAICが小さく、土器川はRsaを使用した方が、わずかであるがWAICは小さいが、その差は誤差の範囲である。よって、情報量基準からみれば、Rsaはなくてもよいパラメータになった。

Aタイプのモデルを対象に、MCMCによる解析から得られる f_1 とRsaの散布図を示すと図-1のとおりで、Rsaは鈴鹿川で100～1,000mm、北川で200～700mmの間に分布し、しかも分布の中心は鈴鹿川が約800mm、北川が約500mmにある。

土器川のRsaは10～300mmの間に分布するが、分布の中心は約50mmである。洪水の立ち上がり時刻付近にRsaがあると考えられるが、 f_1 は0.1～1.0の広い範囲で分布している。このように、Rsaが洪水中に変化する場合は、 f_1 は不確実性が高くなると考えられる。

以上の考察から、 f_1 とRsaのモデルは不確実性の高いモデルと考えられ、洪水予測においては、Rsaを使用しないでモデルを同定し、 f_1 の変化はフィルタリングで反映させる方がよいと考えた。

(2) パラメータの確率分布特性の分析

Rsaを除外したモデルを対象に、パラメータの相互関係を確率分布から分析した。なお、両タイプのモデルの適用性については差がないが、フィードバックにおける実測調整では、解析流量を調整することが多く、実測調

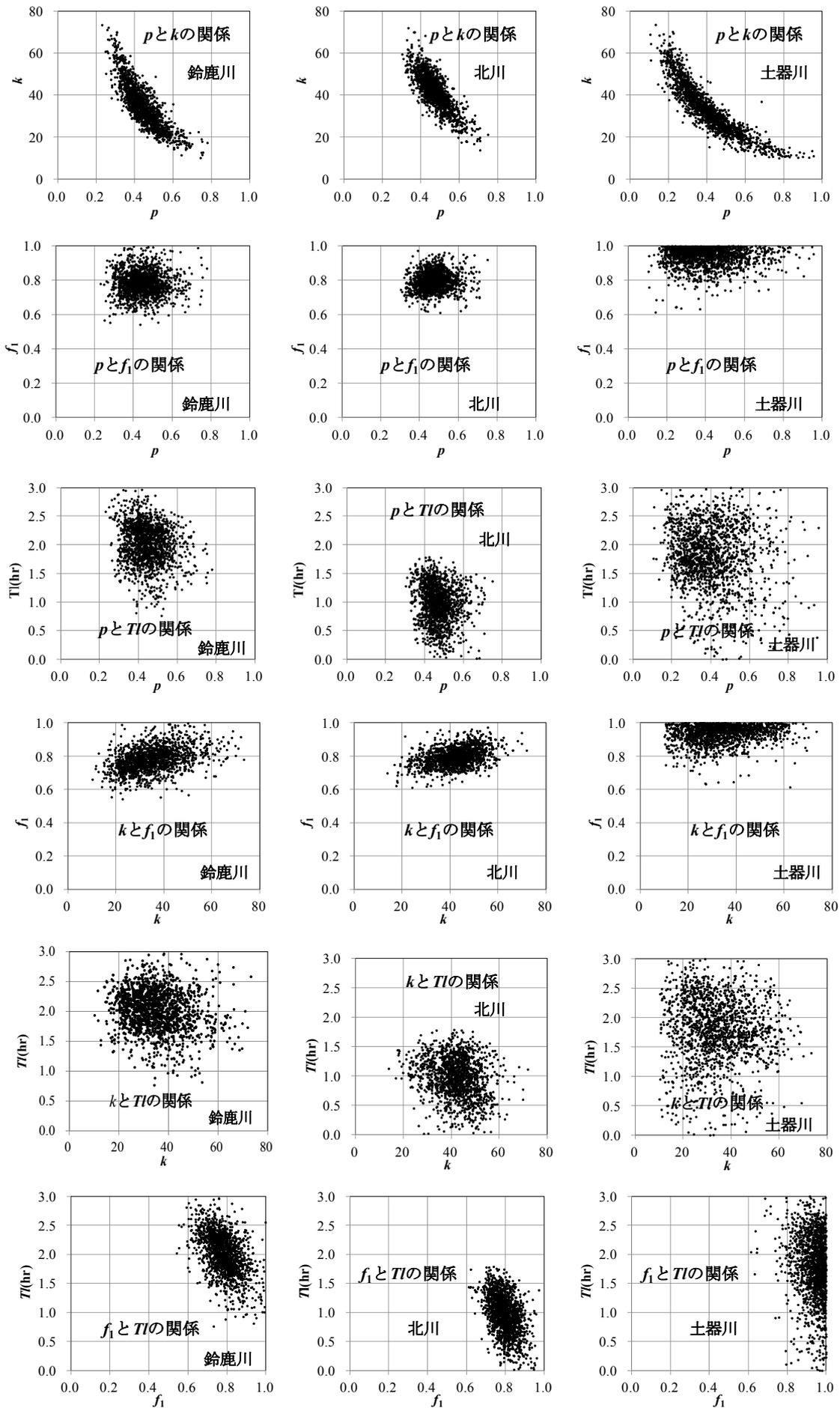


図-2 MCMCの解析結果から得られる河川毎の2組のパラメータごとの散布図(Aタイプモデル)

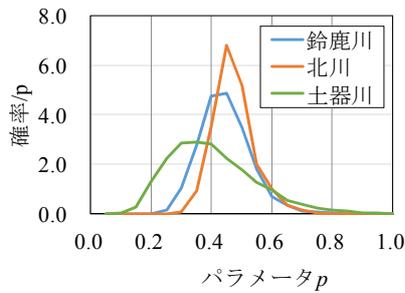


図-3 パラメータ p の確率分布

表-3 係数 α の解析に使用したパラメータの値(MCMCによる期待値)

定数	鈴鹿川	北川	土器川
f_i	0.78	0.80	0.93
K	35	42	34
P	0.44	0.47	0.40
Tl (hr)	2.0	0.9	1.8

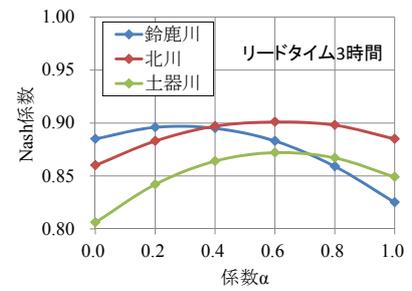


図-5 係数 α とNash係数の関係

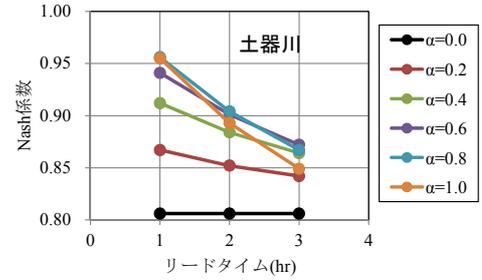
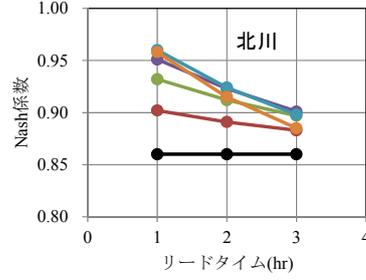
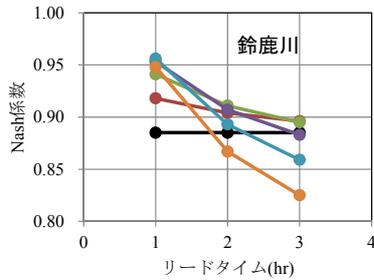


図-4 係数 α 別のリードタイムとNash係数の関係(予測雨量は実績雨量を使用し、雨量の誤差はないものとしている)

整が f_i の調整と同等になるAタイプのモデルが有利と判断して、Aタイプを採用した。

パラメータの相互の関係をMCMCによる解析から得られる散布図で示すと図-2のとおりである。なお、 f_i は理論的な0~1の範囲で設定したが、土器川の場合は、1以上の場合が考えられる結果となった。しかし、本論文では、 f_i の理論的な範囲を重視して、 f_i の変動範囲を0~1として解析した。

図-2から k と p については相関関係があり、 p の変動幅は鈴鹿川と北川の変動範囲が0.3~0.7で、土器川が0.2~0.8の範囲である。MCMCの結果はクラスター分析が可能であること¹²⁾を考慮すると、全洪水の最適な p は0.4~0.5と推測できるが、個々の洪水に着目すると、最適な p は最大0.2~0.8の間で分布していると考えられる。

同様に k と f_i の間、 f_i と Tl の間にも相関関係がみられることから、 k 、 f_i 、 Tl についても個々の洪水の最適値は異なることが推測できる。

(3) 貯留関数モデルのパラメータ p についての提案

パラメータ p の確率分布は図-3のとおりで、3河川ともに、0.4付近にピークがある確率分布となる。従来、パラメータ p は同定しないで、1/3あるいは0.6に固定することが多いが、2つの値が最適である保証はないので、パラメータ p も同定の対象とすることが必要と考える。

(4) 既往研究事例からみたパラメータ p の範囲

実績洪水を用いた同定結果から得られた p の研究事例について整理した。木村²⁾は、直轄河川の洪水解析により総合貯留関数法として $p=0.5$ を提案している。大月ら¹³⁾は大規模洪水に対する貯留関数モデルの適用性に着目して、 k 、 p をパラメータとして同定を行っているが、 p は

0.3~0.7の範囲で変動している。藤村ら¹⁴⁾は早明浦ダム流入量について、 k 、 p を分析した結果、 $p=0.35\sim0.92$ の範囲で変動している。兼平ら¹⁵⁾は北海道の河川を対象に検討した結果、 $p=0.3$ 程度が最適としている。

森林流域の流出試験地のデータによる流出解析において、谷¹⁶⁾は不飽和浸透流とそれに続くマクロポーアを斜面方向の洪水流出機構とする見方があり、 $p=0.3$ でよい結果が得られているとしている。また、小島ら¹⁷⁾は洪水の減衰過程の分析から $p=0.39$ を得ている。

これらの既往研究事例は、有効雨量の設定方法、洪水データからの検証用データのサンプリング期間、最適なパラメータ p の解析方法等が異なり、本研究と単純な比較はできない。しかし、既往研究事例は、本研究で得られた最大範囲 $p=0.2\sim0.8$ 内であり、本論文の結果に大きな間違いはないと判断した。

6. フィードバック手法の改善提案

(1) 現時刻合わせの問題点

現時刻の解析流量をH-Q換算流量に合わせる現時刻合わせは、ほとんど疑いなく最適な手法として採用されている。フィルタの理論は、現時刻における観測誤差と解析流量の誤差の大きさを指標に解析流量をH-Q換算流量に近づけるもので、現時刻合わせは、解析流量の誤差分散が無限大の場合を想定したものである。解析流量の精度が向上してきた現在には、適用できないことがわかっているにもかかわらず、現時刻合わせを使用しているのが現状である。

(2) 現時刻合わせの修正案の提案

フィードバックにより精度の向上を図るためにはフィ

ルタ理論の適用が最善策と考えられるが、フィルタを実装できる現場の技術者が少ない。このため、フィルタ理論から簡易な現時刻合わせの方法を提案する。

現時刻合わせは(12)式で示すことができ、現時刻 t における計算流量 $Q_{c,t}$ と同時刻の観測流量 $Q_{o,t}$ の差を係数 α で調整して予測流量 $Q_{f,t+T}$ 推定する方法である。 α が1.0の場合が現時刻合わせである。この式はフィルタにおける観測値更新式そのもので、 α をカルマンゲイン(K)とみることができる。

カルマンゲインは(13)式で表現でき、モデルの誤差 P_{yy} と観測誤差 v の大小関係により決まるものである。実測調整における $\alpha=1.0$ の場合は、モデルの誤差が観測誤差に比べて非常に大きい場合であり、 $\alpha=0.0$ はモデル誤差が非常に小さい場合を示している。そこで、フィルタ理論を使用して、逐次 α を調整することは無理としても、 α を0~1の範囲で適切な値に固定することは容易であり、しかも、精度向上が期待できると考えた。

$$Q_{f,t+T} = Q_{c,t+T} + \alpha(Q_{o,t} - Q_{c,t}) \quad (12)$$

$$\alpha = K = \frac{P_{yy}}{P_{yy} + v} \quad (13)$$

(3) 現時刻あわせの修正案の評価

α を変化させて、3時間予測までのNash係数¹⁸⁾を解析した。解析に使用したパラメータはMCMCにより得られた表-3の期待値である。リードタイムとNash係数の関係は図-4のとおりで、リードタイムが長くなると予測精度が低下することは、一般的な傾向である。

次にリードタイムを3時間に固定した場合の、 α とNash係数の関係を整理すると図-5のとおりで、鈴鹿川は $\alpha=0.3$ 程度、北川と土器川は $\alpha=0.7$ 程度が最適となる。この結果から、 $\alpha=1.0$ としないで適切な値にすることにより予測精度の改善が得られることがわかる。

7. おわりに

(1) Rsa を使用しないモデルの同定方法の提案

貯留関数モデルの同定に Rsa を使用した場合と、そうでない場合の適用性を、WAICとWBICで評価した。この結果、 Rsa は貯留関数モデルの同定に使用しない方がよいことがわかった。また、 f_1 と Rsa のモデルは不確実性の高いモデルであることがわかり、 f_1 の変化はフィルタリングで反映させる方がいいと考えた。

パラメータ p について、確率分布を解析した結果、 p は洪水毎に最適値が異なる値であることから、 p をパラメータとして同定することにより、精度向上が期待できるとわかった。

(2) 係数 α を使用したフィードバック方法の提案

フィードバックによる精度向上の最善の方法はフィルタの導入であるが、フィルタに精通していなくても、フィードバックの精度を高めることができる方法を提案した。それは、調整係数 α を0から1の間の適切な値に固定することであり、従来の実測調整($\alpha=1.0$)より精度が向上することが確認できた。

参考文献

- 1) 椿涼太, 内藤正彦: 2013 年度・河川技術に関するシンポジウム OS: 「危機管理の実務に供する洪水予測技術」記録, 土木学会水工学委員会河川部会ホームページ, 2013.
- 2) 木村俊晃: 貯留関数による洪水流出追跡法の河川計画への応用に関する研究, 京都大学博士論文, pp.189-221, 1962.
- 3) 角屋睦・永井明博: 流出解析手法(その10) -4. 貯留法-貯留関数法による洪水流出解析-, 農業土木学会誌, Vol.48, No.10, pp.43-50, 1980.
- 4) Sumio Watanabe: Asymptotic Equivalence of Bayes Cross Validation and Widely Applicable Information Criterion in Singular Learning Theory, *Journal of Machine Learning Research*, Vol.11, (DEC), pp.3571-3591, 2010.
- 5) Sumio Watanabe: A widely applicable Bayesian information criterion, *Journal of Machine Learning Research*, Vol.14, (Mar), pp.867-897, 2013.
- 6) 玉井雄介, 渡辺澄夫: 最急降下法と MCMC 法による情報量規準 WBIC に基づく階層型ニューラルネットワークのモデル選択, 情報論的学習理論と機械学習, pp.1-6, 2013.
- 7) 宮崎大, 渡辺澄夫: 情報量規準 WAIC を用いた LASSO 回帰ハイパーパラメータの最適化法, 情報論的学習理論と機械学習, pp.213-217, 2014.
- 8) W. K. Hastings: Monte Carlo Sampling Methods Using Markov Chains and Their Applications, *Biometrika*, Vol.57, No.2, pp.97-109, 1970.
- 9) Akaike H.: Information theory and an extension of the maximum likelihood principle, *Proceedings of the 2nd International Symposium on Information Theory*; Petrov, B. N., and Caski, F. (eds.), Akadimiai Kiado, Budapest, pp.267-281, 1973.
- 10) Kullback S. and Leibler R. A.: On information and sufficiency, *Annals of Mathematical Statistics*, Vol.22, pp.79-86, 1951.
- 11) Schwartz G.: Estimating the dimension of a model, *Annals of Statistics*, Vol.6, pp.461-464, 1978.
- 12) 伊庭幸人: ベイズモデリングの世界, 岩波書店, pp.150, 2018.
- 13) 大月友貴, 立川康人, 萬和明, 椎葉充春: 貯留関数法の大規模洪水に対する適用性, 水文・水資源学会 2013 年度研究発表会要旨集, pp.146-147, 2013.
- 14) 藤村和正, 井芹慶彦, 岡田将治, 鼎信次郎, 村上雅博: 洪水流出を対象とした貯留関数パラメータの不確実性遷減に向けた解析的研究, 土木学会論文集 G(環境), Vol.72, No.5, I_35-43, 2016.
- 15) 兼平藍璃, 嵯峨浩: 貯留方程式の最適貯留指数に関する研究, 水文・水資源学会 2017 年度研究発表会要旨集, pp.75-76, 2017.
- 16) 谷誠: 貯留関数モデルのパラメータ p の根拠について, 水文・水資源学会 2015 年度研究発表会要旨集, pp.33-34, 2016.
- 17) 小島永裕, 谷誠: 森林小流域における洪水流出減衰曲線に降雨規模が及ぼす影響, 水文・水資源学会, Vol.31, No.2, pp.95-106, 2018.
- 18) Nash J. E. and Sutcliffe J. V.: River flow forecasting through conceptual models part I-A discussion of principles, *Journal of Hydrology*, Vol.10, pp.282-290, 1970.

(2018. 4. 3受付)