河川技術論文集，第24巻, 2018年6月

大きく不確実な環境下における適合的な付着藻類管理モデルの提案と斐伊川への応用

AN ADAPTIVE MANAGEMENT MODEL FOR BENTHIC ALGAE UNDER LARGE UNCERTAINTY AND ITS APPLICATION TO HII RIVER

吉岡秀和[1]・八重樫優太[2]・次橋健太郎[3]・渡部建志[4]
Hidekazu YOSHIOKA, Yuta YAEGASHI, Kentaro TSUGIHASHI and Takeshi WATANABE

[1]正会員　農博　島根大学助教　学術研究院環境システム科学系（〒690-8504 松江市西川津町1060）
[2]学生会員　農修　京都大学大学院生（日本学術振興会特別研究員DC）農学研究科地域環境科学専攻（〒606-8502 京都市左京区北白川追分町）
[3]非会員　島根大学大学院生　生物資源科学研究科環境資源工学専攻（〒690-8504 松江市西川津町1060）
[4]非会員　島根大学学生　生物資源科学部地域環境科学科（〒690-8504 松江市西川津町1060）

Environmental and ecological dynamics in rivers are often stochastic and uncertain. Such a situation is called “under incomplete information” in mathematical science. We propose a new stochastic control model under incomplete information for cost-effective management of river environment, focusing on harmful benthic algae in dam downstream. The goal of the model is to find the optimal intervention policy to suppress the algae growth. An innovative point of the model is that it can consider the learning process on the algae population dynamics by the manager of river environment. Finding the optimal policy is achieved through solving a nonlinear integro-differential equation: Hamilton−Jacobi−Bellman (HJB) equation. Model parameter values are identified for a downstream reach of Obara Dam in Hii River, Japan. The theoretical and numerical analyses on the HJB equation give the optimal threshold value of the algae population density above which the interventions to suppress algae growth should be carried out.

Key Words : *Benthic algae, stochastic control, incomplete information, learning, Hii River*

1．はじめに

大きな不確実性を含むダイナミクスは，数理科学の言葉で「非完備」と呼ばれる[1)]．河川における様々な環境・生態ダイナミクスは，パラメータや係数同定の困難さから非完備とみなせる．また，実際の河川管理では，現地調査を通してモデルの不確実性を減らす「学習」がごく自然に行われている．非完備性と学習に関する機構を取り入れた様々なダイナミクスのモデリングについては，金融工学や経済学の分野で取り組まれてきており，その有用性が広く実証されている[2)-4)]．しかし，土木工学や関連分野における研究では，現実にはある非完備性と学習の効果を考慮せず，パラメータの不確実性を陽的に扱わない環境・生態モデリングが行われてきた[5)-7)]．

ごく近年，著者らを含む様々な研究者により，環境・生態に関わるダイナミクスやその管理についての数理モデリングが進められてきた[8)-10)]．これらの数理モデリングでは，確率論的なダイナミクスを制御するための方法論である確率制御理論が威力を発揮している[11)]．非完備性を想定した確率制御理論に依拠する新機軸のモデルであれば，現在の河川管理が直面する，不確実性を伴う環境・生態ダイナミクスの管理手法を大きく前進し得る．

本報ではこうした研究背景を鑑み，非完備性と学習の双方を前提とした，数理科学に依拠する一風変わった新しい河川環境管理モデルの提案と実問題への応用に関する速報的結果の報告を目的とする．すなわち，新しい観点からの河川管理を考究する．本報ではとくに，近年大きな問題となっている，しばしばダム下流に繁茂する付着藻類カワシオグサ (*Cladophora glomerata Kützing*)[10), 12)-13)]の個体群ダイナミクスの管理に焦点を絞る．

本報では，モデルパラメータの時間変動が小さい1ヶ月程度の時間スケールを対象とする．とくに，付着藻類の成長率は一定であるが，その値が事前に不確実であるという単純化された状況を想定する．しかし，本報で示す枠組みは，より現実的な問題に対しても有効である．

以下ではまず，ダム下流におけるカワシオグサの個体群ダイナミクスを記述し，観測者が成長率の値を学習していく過程を組み込んだ確率微分方程式を立式する．つぎに，動的計画原理に依拠し，付着藻類に対する費用対効果が大きい駆除方針を導出する．本報では，提案するモデルによればどのような駆除方針が最適か，それは河川環境の変化に応じてどう変化するか，という実際的な2点を検討する．とりわけ統計的な見地から，単純化され学習がない条件下での数学解析，および学習があるより現実的な条件下での数値計算による定量化を行う．とくに，個体群ダイナミクスが受ける擾乱や河川管理者の姿勢が実際の管理方針に与える影響を検討する．本論文の記述は数学的な部分が強いが，それらが実際的に意味するところについても補記するようにした．

２．数理モデル

本モデルの構成要素は，ダイナミクスを記述する確率微分方程式と，その制御指標となる評価関数である．これらを組み合わせることで河川管理の方針が導かれる．

⑴ 個体群ダイナミクス

本報の数理モデルは，既報[9)-10)]に基礎を置きつつも，非完備性と学習の機構を考慮できる．ダム直下流の礫河床である河川区間を考える．時刻をt (day)，時刻tでのカワシオグサ個体群の河床単位面積当たり繁茂量，例えばクロロフィルa量を$X_t \geq 0$ (mg/m^2) と書く．カワシオグサ個体群の環境容量を$K>0$ (mg/m^2) と書く．また，1変数関数$g(u)=u(1-u)$ (uは実数) を導入する．

X_tの支配方程式を，伊藤型の確率微分方程式[11)]

$$\mathrm{d}X_t = Kg\left(K^{-1}X_t\right)\left(r\mathrm{d}t+\sigma\mathrm{d}B_t\right)-zX_t\mathrm{d}N_{t-0}-\mathrm{d}\eta_t \quad (1)$$

と与える．$r>0$ (1/day) は個体群の成長率，$\sigma>0$ (1/day$^{1/2}$) は繁茂動態に加わる連続的な擾乱の大きさをあらわす定数，B_t (1/day$^{1/2}$) は1次元標準Brown運動[11)]，N_tはB_tと独立した平均生起間隔$T>0$ (1/day) の標準Poisson過程，$z>0$ はその強度，$\eta_t \geq 0$ (mg/m^2) は右連続な非減少過程であり，時刻tまでに駆除された単位面積当たりのカワシオグサ個体群の除去量をあらわす．ひとたび繁茂したカワシオグサは自然消滅せず，なおかつ完全には除去できない (常に$X_t>0$) と仮定するのが現実的である[9)-10)]．これは，パラメータについて条件$2r>\sigma^2$および$0<z<1$を課すことに相当する[11), 14)]．本報では，個体群の除去をあらわす過程η_tを河川管理方針と呼ぶ．

式(1)の左辺は個体群の正味の増減をあらわす．式(1)の右辺は，第1項が個体群の成長を，第2項が出水による急激な剥離を，第3項が河川管理者の介入による除去を，すなわち河川清掃[11)]による個体群の駆除をあらわす．とくに，第1項は古典的なLogisticモデルの成長率が揺らぐ場合とみなせる．式(1)は，既報の支配方程式[9)-10)]とわずかに異なる型を持つが，確率論的に揺らぐダイナミクスのモデリングに適用実績があり，その性質が深く解析されている[14)-16)]．さらに，既報の支配方程式[9)-10)]では環境容量Kを大きく超過する個体群密度X_tが許容されるが，式(1)はこの欠点を完全に回避できる．本モデルでは，出水直後の個体群の生残率がその直前の$1-z$倍となる．こうしたイベントの平均時間間隔と標準偏差がTである．

自然河川において，カワシオグサの個体群ダイナミクスを精緻に把握することは容易ではない．とりわけ，成長率rの推定には大きな不確実性を伴うことが想定される．すなわち，河川管理者が実際に観測可能であるのは式(1)の左辺$\mathrm{d}X_t$である．以下では，河川管理者が成長率rの値を学習していく過程を組み込むことで式(1)を拡張し，非完備性のもとでの個体群管理を考える．とくに，河川管理者が，各時刻でrがr_Hまたはr_L ($r_\mathrm{H}>r_\mathrm{L}>0$) という2値のどちらか一方であるとして学習を進めていく状況を想定する．より複雑な不確実性のもとでの問題は今後の課題とする．また，数学的に厳密な記述は本報の主眼ではないが，文献[1)]にしたがえば可能となる．

河川管理者による，時刻tにおける成長率rの推定値を$\hat{r}_t$と書く．河川管理者の時刻tまでにおける学習の精度をあらわす条件付き確率を

$$Y_t = \Pr\left(\hat{r}_t = r_\mathrm{H}\right) = 1-\Pr\left(\hat{r}_t = r_\mathrm{L}\right) \quad (2)$$

と書く．定義から$0 \leq Y_t \leq 1$であり，$Y_t = 0.5$が最も観測精度が低い状態に対応する．$\hat{r}_t$は，

$$\hat{r}_t = \hat{r}\left(Y_t\right) = r_\mathrm{H}Y_t + r_\mathrm{L}\left(1-Y_t\right) \quad (3)$$

と書ける．さらに，確率過程$\left(X_t, Y_t\right)$は，式(1)の拡張版

$$\mathrm{d}X_t = Kg\left(K^{-1}X_t\right)\left(\hat{r}\left(Y_t\right)\mathrm{d}t+\sigma\mathrm{d}\hat{B}_t\right)-zX_{t-0}\mathrm{d}N_t-\mathrm{d}\eta_t, \quad (4)$$

および，学習により推定値$\hat{r}_t$の更新をあらわす方程式[1)]

$$\mathrm{d}Y_t = \frac{r_\mathrm{H}-r_\mathrm{L}}{\sigma}g\left(Y_t\right)\hat{B}_t \quad (5)$$

により支配される．$\hat{B}_t$はInnovation過程と呼ばれ，観測可能な$\mathrm{d}X_t$とX_tから構成され，B_tとは異なる一意に定まるBrown運動である[1)]．$\hat{B}_t$が現実に観測可能である点が重要である．上述の定式化によれば，非完備な問題を非完備ではない等価な問題に変換できる．この数学的操作により初めて，以下に示す，既存の確率制御問題の枠組みによる個体群管理の数理モデリングを実現できる．

⑵ 評価関数

カワシオグサの個体群を管理する際の指標となる，コストの総和である評価関数を設定する．カワシオグサが過度に存在すると，生態系の不安定化や水産資源の減少，

河川環境の悪化などの負の効用[10), 12)-13)]が発生し得る．一方，その除去にはコストが発生する．そこで，既往のモデルにならい[10), 17)]，最小化すべき評価関数を

$$J(x,y;\eta)=\mathrm{E}^{x,y}\left[a\int_0^{+\infty}e^{-\delta t}X_t^c\,\mathrm{d}t+b\int_0^{+\infty}e^{-\delta t}\mathrm{d}\eta_t\right] \quad (6)$$

と設定する．ただし，現在の時刻を$t=0$ (day) とし，$\mathrm{E}^{x,y}$ を$(X_0,Y_0)=(x,y)$ となる条件付き期待値とする．また，$a,b>0$ は重み係数，$c>1$ は負の効用の増大度を規定する定数である．$\delta>0$ (1/day) は割引率と呼ばれ，δ が大きいほど，河川管理者は現在の状況に重きを置いた河川管理を行う．式(6)の右辺は，第1項が繁茂による負の効用を，第2項が個体群の除去コストをあらわす．以下では，一般性を失わずに$b=1$ と設定する．また，理論的には，δ が小さい場合に (後述する式(13)の係数 A が負となる事に対応する) J は有限の x で無限大に発散し得る．これは，河川管理者が現在の河川環境に示す関心が小さいことに対応する．したがって，以下では河川環境管理に意欲的な管理者のみを考える．

評価関数(6)における積分が無限時間にわたるため，係数が非定常的に変化する問題，すなわち季節性がある問題に本モデルを直接は適用できないように見える．しかし，実際の個体群ダイナミクスは，次節で同定されるように日スケールで生じる．そのため，各被積分関数の大きさは数日間程度で十分に減衰する．このことは，月スケールで生じる個体群ダイナミクスについては，本モデルの枠組みで議論することが可能であることを示唆する．

評価関数 J を制御変数η について最小化したものを，値関数$\Phi=\Phi(x,y)$ と呼ぶ．すなわち，

$$\Phi(x,y)=\inf_{\eta}J(x,y;\eta)=J(x,y;\eta^*) \quad (7)$$

である．ここで，η^* は実際にΦ を与える最適河川管理方針である．したがって，本モデルを運用することの最大目標は，このη^* を具体的に計算することである．

(3) Hamilton-Jacobi-Bellman方程式

値関数Φ の支配方程式であり，最適河川管理方針η^* を与えるHamilton-Jacobi-Bellman (HJB) 方程式を導出する．動的計画原理[11)]によれば，本モデルのHJB方程式は

$$\max\left\{L\Phi-ax^c,\frac{\partial\Phi}{\partial x}-1\right\}=0,\quad 0<K^{-1}x,y\le 1 \quad (8)$$

となる．ただし，

$$\begin{aligned}L\Phi=&\delta\Phi-\hat{r}(y)G\frac{\partial\Phi}{\partial x}-\frac{\sigma^2G^2}{2}\frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2}+\frac{1}{T}\Delta\Phi\\&-G(\mu_{\mathrm{H}}-\mu_{\mathrm{L}})g(y)\frac{\partial^2\Phi}{\partial x\partial y}-\frac{1}{2}\left(\frac{\mu_{\mathrm{H}}-\mu_{\mathrm{L}}}{\sigma}g(y)\right)^2\frac{\partial^2\Phi}{\partial y^2}\end{aligned}, \quad (9)$$

$$G=Kg\left(K^{-1}x\right),\quad \Delta\Phi=\Phi(x,y)-\Phi\left((1-z)x,y\right) \quad (10)$$

である．境界条件は，$x=0$ において$\Phi=0$ である．

式(8)について，$L\Phi-ax^c$ の符号が変化する点(x,y) の集合は，領域$0<K^{-1}x,y<1$ で連続な曲線，すなわち自由境界を構成することが示唆される[10)]．さらに，この自由境界は，閾値に相当するある関数 f により

$$x=f(y) \quad (11)$$

とあらわされる．式(9)の性質[10)-11)]から，時刻$t\ge 0$ における最適河川管理方針η^* は，「閾値 $f(Y_t)$ 以下となるように個体群密度 X_t を管理せよ」と導かれる．このように，本モデルは，駆除を実施すべき個体群の閾値という実際的な指標を学習成果に応じて設定できるという大きな利点を有する．本節のような観点からの河川環境に関する数理モデルは，既往研究に全く見当たらない．

3．島根県斐伊川への応用

(1) 斐伊川の概要

島根県斐伊川ならびに尾原ダムの概要を記す．ただし，詳細な記載は既報[9)]にゆずる．斐伊川は島根県を流れ下流に宍道湖と中海を有し，日本海に注ぐ1級河川であり，周辺地域の利・治水に大きな影響を与える存在である．とくに，斐伊川の中流域では2011年から，流域における利・治水の中核的な存在となる多目的ダムである尾原ダム[18)]が竣工している．尾原ダムについては，2016年4月1日からのリアルタイム運用実績が無料公開されている[19)]．

尾原ダムの竣工後から，その下流域ではカワシオグサの大規模繁茂が確認されており，斐伊川の主要な水産資源であるアユに代表される様々な水生生物への影響が大きく懸念されている現状にある[9)]．このように，現在の斐伊川では，カワシオグサの個体群ダイナミクスの把握および管理が喫緊に解決すべき課題である．

(2) パラメータの同定

提案するモデルを尾原ダム下流のカワシオグサに適用するにあたり，式(4)に含まれるパラメータを同定する．評価関数に含まれるパラメータは河川管理者の姿勢に依存するため，ここでは同定しない．まず，既報[9)]にしたがい，$K=500$ (mg/m^2) とする．また，成長率 r は，河川流量を q とおけば，ある定数 C_1,C_2 を用いて $r(q)=C_1-C_2q^{1.1}$ となる[9)-10)]．C_1 は流れがない場合の成長率，C_2 は流れがある場合の成長率の減衰率をあらわす．尾原ダムの基底流量は，1.0 (m^3/s) 程度であることが示唆されている[19)]．このことから，学習がない場合について $r=0.60$ (1/day) とする．また，学習がある場合については，出水後における個体群の成長速度を鑑み，$r_{\mathrm{L}}=0.40$ (1/day) および $r_{\mathrm{H}}=0.80$ (1/day) とする．さらに，$\sigma=0.4$ (1/day$^{1/2}$) とする[9)]．

出水に関わるパラメータである T の同定は，尾原ダムが，一定率一定量放流方式と呼ばれる，洪水時以外は基

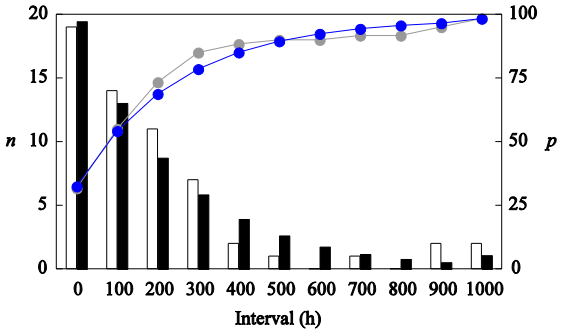

図-1 放流量が15 (m³/s) を超過する事象の生起時間間隔．横軸は時間，縦軸の n は頻度 (白：実測，黒：モデル)，P は累積確率 (灰：実測，青：モデル) である．

表-1 閾値 f，平均値 M，標準偏差 S，正規化平均値 m，正規化標準偏差 s のパラメータ依存性

	f	M	S	m	s
r	−	+	−	+	−
σ	+	−*	+	−	+
z	−	−	−	+	−
T	+	+	+	−	+
a	−	−	−		
δ	+	+	+		

※値が著しく大きくないときのみ成り立つ

本的に流入量を放流量とする運用をなされていることに基づいて行う．尾原ダム直下流のカワシオグサは，放流量が15から20 (m³/s) を超過する際に大きく剥離する[9]．ダム流入量が15 (m³/s) を超過する事象の生起頻度が指数分布にしたがうものと仮定すれば，T はその時間間隔の平均値かつ標準偏差である．2016年4月1日から2017年12月31日までのデータからは，上記事象の生起時間間隔について，平均値10.1 (day)，標準偏差10.7 (day) と両者の誤差は6%である．ただし，個体群ダイナミクスの時間スケールを考慮し，連続する事象の生起間隔が1 (day) 未満である場合は，後に生起する方を無視している．図1は上記の事象の生起時間間隔に関するヒストグラムであり，上述の指数分布に近い法則性を支持する．以上の結果から，式(4)における第2項の妥当性を得る．以下では $T=(10.1+10.7)/2=10.4$ (day)とする．また，出水直後はカワシオグサのほとんどが剥離するため，以下では $1-z=0.1$ を仮定して $z=0.9$ (1/day) とする．さらに，$a=1$，$c=2$，$\delta=2$ (1/day) とする．10%程度異なる値を用いても，以下の解析結果は定性的に変化しない．

(3) 学習がない場合の数学解析

学習がある問題の解析を行う前段階として，より単純だがモデルの定性的な性質を理解しやすい，学習がない問題を考える．個体群密度 X_t が環境容量 K に近くない場合，Φ の滑らかさに関する議論[10), 17)]により，HJB方程式(8)を漸近的に解くことができる．とくに，閾値 f が

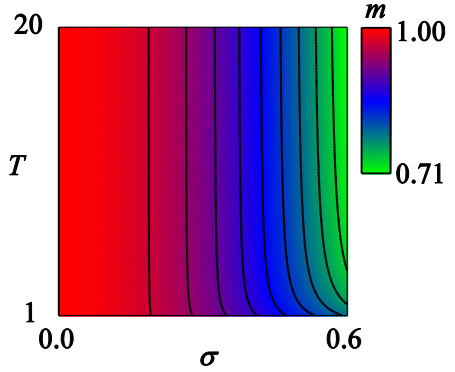

図-2 正規化平均値 m のパラメータ σ と T への依存性

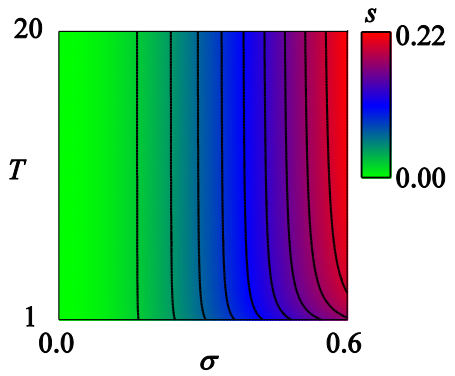

図-3 正規化標準偏差 s のパラメータ σ と T への依存性

$$f=\left[\frac{(k-1)\max\{A,0\}}{c(k-c)a}\right]^{\frac{1}{c-1}} \tag{12}$$

と求まる．係数 A は

$$A=\delta-cr-0.5\sigma^2c(c-1)+T^{-1}\left(1-(1-z)^c\right) \tag{13}$$

で与えられる．係数 $k>1$ は次式を解けば求まる

$$\delta-kr-0.5\sigma^2k(k-1)+T^{-1}\left(1-(1-z)^k\right)=0\,. \tag{14}$$

さらに，個体群密度 X_t の定常確率密度関数 p が

$$p(x)=(l+1)f^{-(l+1)}x^l,\quad 0\le x\le f \tag{15}$$

と厳密に求まる．係数 $l>0$ は次式を解けば求まる

$$(l+1)\left[r-0.5\sigma^2(l+2)\right]+T^{-1}\left(1-(1-z)^l\right)=0\,. \tag{16}$$

式(15)の確率密度関数 p に基づけば，X_t に関わる様々な統計量，例えば平均値 M や標準偏差 S を算出できる．

表1は，閾値 f，平均値 M，標準偏差 S，正規化平均値 $m=f^{-1}M$，正規化標準偏差 $s=f^{-1}S$ のパラメータ依存性を示す．表1において，「+」および「−」は，それぞれ該当パラメータ値が増加したときに値が増加および減少することを意味する．正規化された統計量である m と s は，最適河川管理方針のもとで，個体群密度が閾値からどれだけ小さく抑えられるかを評価する．なお，m と s は評価関数 J のパラメータ δ と c に依存しない．

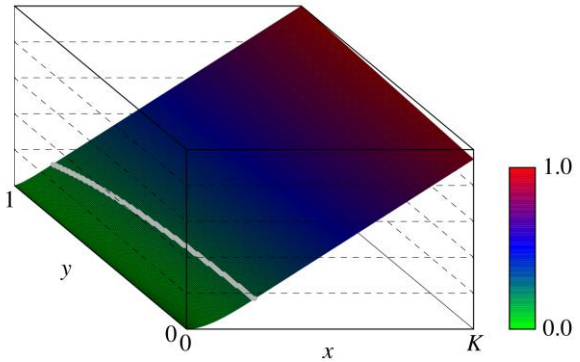

図-4 値関数Φ および自由境界 f (灰色線) の数値計算例

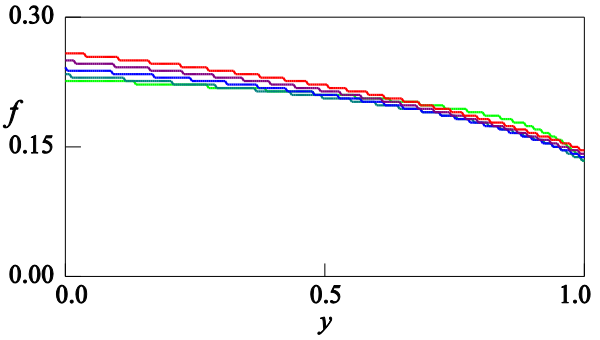

図-5 自由境界 f の σ (1/day$^{1/2}$) 依存性．黄緑：$\sigma=0.1$，緑：$\sigma=0.2$，青：$\sigma=0.3$，紫：$\sigma=0.4$，赤：$\sigma=0.5$

表1から，最適河川管理方針を実行した際の個体群密度の定性的な振る舞いを理解できる．例えば，カワシオグサは擾乱に弱いという既往研究の成果[9),20)]と整合する．

以上の結果を定量的に検討する．図2と図3は，m と s の擾乱に関するパラメータ σ と T への依存性を示す．確率密度関数 p と式(1)の形から，検討している σ の範囲は，基底流量を5 (m^3/s) 程度まで増加させれば，理論的には実現できると考えられる[10)]．図2は，出水の平均的な頻度である T を増加させるよりも出水時以外の擾乱 σ を増加させる方が，個体群密度を効果的に閾値より小さく維持できることを示唆する．図3は，s の擾乱への依存性はほとんど，出水時以外の擾乱 σ により規定されることを示す．計算結果は，出水時以外における擾乱を増加させれば，平均的な繁茂量を閾値より20から30%程度抑制できること，繁茂量の標準偏差は閾値の30%以下となることを示す．とくに，出水時以外の擾乱の増加が，カワシオグサの個体群を抑制するために効果的であることを改めて示唆する．なお，閾値 f のパラメータ依存性は，学習がある場合も表1と整合する．

(4) 学習がある場合の数値計算

学習の効果を考慮する場合，HJB方程式(8)は数値的にしか求解できない．式(8)の型の問題については，適切な安定化を施した，特殊ではあるが簡素な有限差分法[16)]により精緻に解を近似できる．この有限差分法における数値計算では，計算領域を x と y 方向にそれぞれ一様に250分割する．分割数を増加させても，以下の数値計算結果は大きく変化しない．

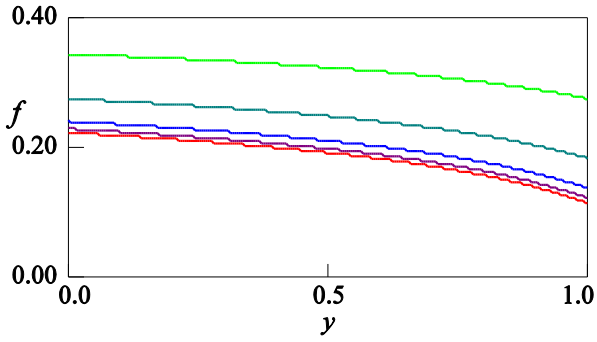

図-6 自由境界 f の T (day) 依存性．黄緑：$T=2.6$，緑：$T=5.2$，青：$T=10.4$，紫：$T=15.6$，赤：$T=20.8$

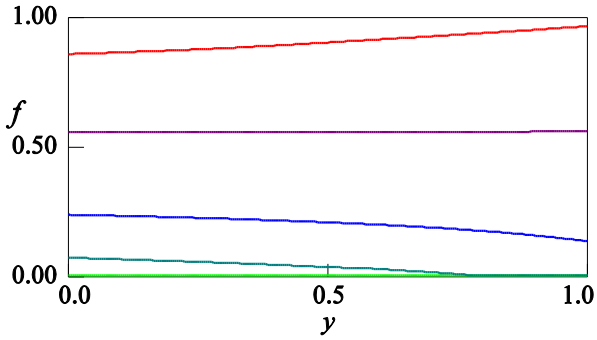

図-7 自由境界 f の δ (1/day) 依存性．黄緑：$\delta=0.25$，緑：$\delta=0.5$，青：$\delta=1.0$，紫：$\delta=2.0$，赤：$\delta=3.0$

図4は，数値近似された値関数Φ と付随する自由境界(駆除を行うべき閾値) $x=f(y)$ を示す．図4は，Φ が x と y の双方について下に凸な増加関数であること，自由境界 f が上に凸な減少関数であることを示す．これらの性質は，各パラメータ値を数10%増減させても変化しない．Φ の形状に関する普遍性，ならびに，これに伴う本モデルの他河川への応用性が示唆される．

さいごに，擾乱や河川管理者の姿勢が河川管理方針に与える影響を検討する．図5，図6，図7はそれぞれ，閾値 f のパラメータ σ，T，δ への依存性を示す．ただし，これらの図では，閾値 f を K の何倍とすべきかという議論を行うために f を環境容量 K で除している．

図5は，成長率が大きいと推定される場合，出水時以外の擾乱 σ が大きいほど閾値 f を上げるべきであることを示す．図6は，出水頻度を増加させることは閾値 f を上昇させ，河川管理者による個体群の除去頻度を減少させることを示す．また，図6より，出水頻度が現在より減少しても (赤と紫の線) 閾値は大きく変化しないため，現在の出水頻度はカワシオグサの繁茂を効果的に抑制するには少ないことが示唆される．出水頻度の増加により閾値 f が上昇すると同時に，式(1)の形から個体群密度が平均的に減少する．そのため，出水頻度の増加が斐伊川の現状を打破するための有効策であると考えられ

る．図5と図6の各場合について，閾値 f の y に関する上下幅は環境容量の10から15%あり，単純で不確実性の要因が少ない問題設定にも関わらず観測精度に有意に依存する．さらに， f の y に関する上下幅は差 $r_{\mathrm{H}}-r_{\mathrm{L}}$ についてほぼ線型的に増大することが数値的に確認されており，学習の過程が閾値を決定づけることがうかがえる．

図7は，河川管理者が現在の個体群の状態により重きを置くほど閾値が高くなることを示す．また，パラメータ値の相対的な変化が閾値の変化に与える影響は， δ については他パラメータより大きい．このことから，河川管理者の姿勢が，結果として生じる最適河川管理方針を大きく左右する要因のひとつである可能性が示唆される．

４．おわりに

本報では，「非完備性」と「学習」に基づく，カワシオグサの個体群管理に関する新たな数理モデルを提示し，これが導く最適河川管理方針の数学解析と数値計算を行った．とくに，尾原ダムを事例に，個体群の駆除閾値を算出した．本報の成果は萌芽的だが，河川の環境・生態モデリングに新しい視座を与えると期待される．

本報ではダム下流のみに注目し，ダム自体の運用は対象としなかった．斐伊川では近年，尾原ダム湖における外来魚ブルーギルの増加が確認されるとともに，放流アユの再生産が示唆されている．いま斐伊川では，尾原ダム湖とその下流の状況を同時に把握しつつ河川環境を管理していくことが強く求められている．その際，学習には著しいコストを要することが想定される．他パラメータの不確実性の考慮も重要な課題である．今後，現地調査と並行してこの課題に取り組みたい．

謝辞：本研究は，河川基金No.285311020，科研費No.17K15345とNo.17J09125，WEC応用生態研究助成No.2016-02の援助を受けた．また，斐伊川漁業協同組合から本研究に関わる貴重な情報や助言を頂いた．査読者からは，原稿の表現と内容について貴重な助言を頂いた．

参考文献

1) Liptser, R.S. and Shiryaev, A.N.: *Statistics of Random Processes: I. General Theory*. Springer, 2013.
2) Bordes, L., Mercier, S., Remy, E. and Dautrême, E.: Partially observed competing degradation processes: modeling and inference, *Appl. Stoch. Model. Bus.*, Vol.32, pp.677-696, 2016.
3) Harrison, J.M. and Sunar, N.: Investment timing with incomplete information and multiple means of learning, *Oper. Res.*, Vol.63, pp.442-457, 2015.
4) Lim, T. and Quenez, M.C.: Portfolio optimization in a default model under full/partial information, *Probab. Eng. Inform. Sc.*, Vol.29, pp.565-587, 2015.
5) Dowd, M.: Bayesian statistical data assimilation for ecosystem models using Markov Chain Monte Carlo, *J. Marine. Syst.*, Vol.68, pp.439-456, 2007.
6) Engwerda, J.: Stabilization of an uncertain simple fishery management game, *Fisher. Res.*, Vol.203, pp.63-73, 2018.
7) Müller, M. and Sierra, C.A.: Application of input to state stability to reservoir models, *Theor. Ecol.*, Vol.10, pp.451-475, 2017.
8) Tran, K. and Yin, G.: Numerical methods for optimal harvesting strategies in random environments under partial observations, *Automatica*, Vol.70, pp.74-85, 2016.
9) 吉岡秀和，八重樫優太：ダム直下における付着藻類の繁茂を抑制する流量管理方針のモデリング，河川技術論文集，Vol.23, pp.561-566, 2017.
10) Yoshioka, H. and Yaegashi, Y.: Stochastic control model of dam discharge for algae growth management, *J. Biol. Dynam.*, Vol.12, pp.242-270, 2018.
11) Øksendal, B.K. and Sulem, A.: *Applied Stochastic Control of Jump Diffusions*, Springer, 2005.
12) 矢作川研究所編：豊田市矢作川研究所12年のあゆみ，3-2. カワシオグサの繁茂実態調査と抑制対策に向けた研究，矢作川研究，No.12, pp.16-21, 2008.
13) 野崎健太郎，内田朝子：河川における糸状藻類の大発生，矢作川研究，No.4, pp.159-168, 2000.
14) Lungu, E. M. and Øksendal, B.: Optimal harvesting from a population in a stochastic crowded environment, *Math. Biosci.*, Vol.145, pp.47-75, 1997.
15) Lv, J., Wang, K. and Jiao, J.: Stability of stochastic Richards growth model, *Appl. Math. Model.*, Vol.39, pp.4821-4827, 2015.
16) Yoshioka, H., Tsugihashi, K. and Yaegashi Y.: Finite difference computation of a stochastic aquaculture problem under incomplete information, Seventh Conference on FDM: T & A, June 11-16, 2018, Lozenetz. (Full paper accepted)
17) Yaegashi, Y., Yoshioka, H., Unami, K. and Fujihara M.: A singular stochastic control model for sustainable population management of the fish-eating waterfowl *Phalacrocorax carbo*, J. *Environ. Manage.*, Vol.219, pp. 18-27, 2018.
18) 国土交通省：任意期間ダム諸量検索，http://163.49.30.82/cgi-bin/SrchDamData.exe?ID=6070412877050 20&KIND=1&PAGE=0 (最終アクセス日：2018年3月24日)
19) 国土交通省：尾原ダム，http://www.cgr.mlit.go.jp/izumokasen/jimusho/jigyo/obara-dam/index.html (最終アクセス日：2018年3月24日)
20) 内田朝子，近藤和広，竹内康之，永田直人：矢作川，豊川，長良川における大型糸状緑藻の発生状況，矢作川研究，No.8, pp.89-98, 2004.

（2018. 4. 3受付）