

礫床河川における広い粒度分布をもつ河床材料の 空隙率と土砂堆積高の解析法

A CALCULATION OF POROSITY AND SEDIMENT HEIGHT OF RIVERBED MATERIAL
WITH BROAD PARTICLE SIZE DISTRIBUTION IN BED RIVER

立石彩乃¹, 内田龍彦², 河原能久³

Ayano TATEISHI, Tatsuhiko UCHIDA, Yoshihisa KAWAHARA

¹正会員 五洋建設株式会社 (〒112-8576 東京都文京区後楽2-2-8)

²正会員 博(工) 広島大学大学院准教授 工学研究科社会基盤境工学専攻
(〒739-8527 東広島市鏡山1-4-1)

³フェロー会員 工博 広島大学大学院教授 工学研究科社会基盤境工学専攻 (同上)

Many of conventional numerical simulations have a problem to evaluate the river bed variation and sediment load due to their disability to calculate the change in the porosity for sediment mixture with a wide range of particle size in gravel bed rivers. We proposed a two-particle-diameter closest packing formula that can explain previous two-diameter spheres packing experiment. A numerical analysis method was developed based on the formula and it was validated to calculate the porosity of mixed size sphere particles. Then we applied the model to the experiment with river bed material. The measurement results of the porosity for two-diameter packing of sediment particles with various diameter ratios were reproduced by the present formula. We also clarified that the relationship between the particle size distribution and the porosity at the closest packing measured with riverbed material are explained by the present model. Furthermore, the present model can provide good agreement with that of deposited sediment measured in gravel bed rivers.

Key Words : *packing model, riverbed, porosity, particle diameter ratio, sediment mixture*

1. 序論

従来の河床変動解析法の多くは、粒度分布による空隙率の変化が考えられていないため、河床変動量や土砂量を適切に評価できない課題がある。粒度分布特性と河床の空隙率の関係を調べた研究はいくつかあるが、広い粒度分布をもつ礫床河川の河床材料から空隙率の変化を考慮して土砂堆積高を求める解析法は確立されていないのが現状である。例えば、混合粒径河床材料における粒度分布や河床変動解析法に関する代表的な研究に、平野¹⁾の研究がある。平野¹⁾は、各河床材料の連続式を立てるために、河床表面付近に粒度分布が混合する交換層という概念を取り入れてコントロールボリュームを定義し、各粒径の粒度分布と河床変動量を定式化した。しかし、空隙率を適切に評価する手段がないために従来の河床変動解析では空隙率を一定にしている。このため、広い粒度分布を持つ場合に空隙率を一定にする仮定

が成り立たず混合粒径の河床変動量を適切に評価できない問題がある。堤ら²⁾は直方体の仮想容器に粒子を順次充填する独自の球形粒子の充填シミュレーションモデルを提案している。大粒子の空隙に小粒子が充填されることによって全体の空隙率が減少することや、その傾向が粒度分布が広い場合に顕著であるなどの興味深い有用な結果を示している。空隙率については粒度分布を標準偏差で代表して表しているが、小さな河床材料が大きな河床材料の間隙をどのように充填するのかについては課題があるように思われる。また、実河川での河床材料を用いた粒子充填実験は多くなく、非球形である場合については検討が不十分であると考えられる。

そこで本研究では、広い粒度分布を持つ河床材料が最密充填する場合の空隙率と土砂堆積高の解析法を開発し、実河川の河床材料を用いて検証することを目的とする。

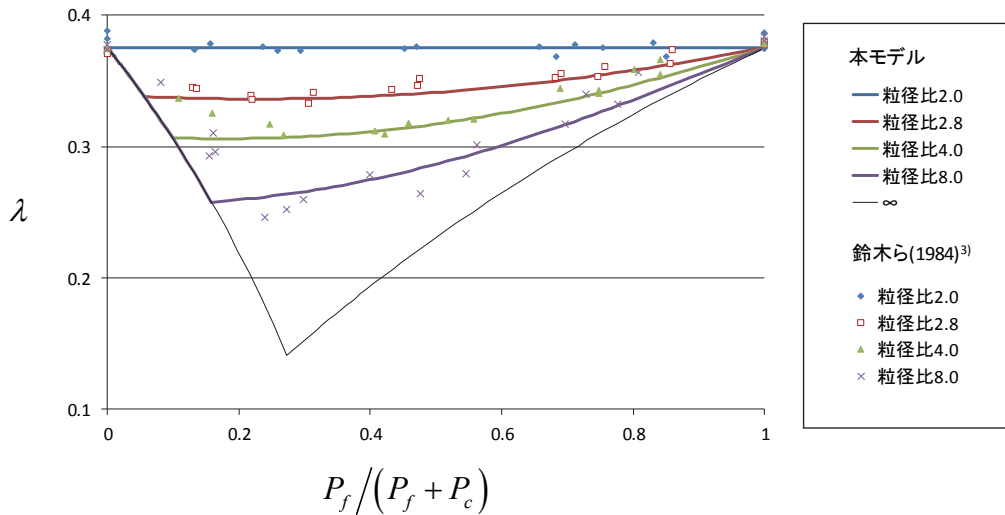


図-1 二粒径ランダム充填の解析結果と既往の実験結果³⁾の比較

2. 二粒径の充填モデル

本研究で用いる河床材料の充填モデルは以下の通りである。まず連続する粒度分布の場合に先立ち、大きな粒子の空隙に小さな粒子が充填する二粒径の充填モデルを検討する。二粒径の場合、空隙率は以下の式で求められる。

$$\lambda = 1 - P_c - P_f \quad (1)$$

ここに、 P_c 、 P_f は粗粒子、細粒子それぞれの空間存在比である。二粒径粒子群を充填する際、細粒子は粗粒子が占める体積と、粗粒子極近傍の空間には存在できない。そこで、細粒子が粗粒子の空隙の内侵入可能な空隙率 λ_f を式(2)で表す。

$$\lambda_f = 1 - \alpha P_c \quad (2)$$

式(2)を用いると、最密充填時の P_f は $P_f = \lambda_f \lambda_0$ と表現できる。ここに λ_0 は細粒子のみの場合の空隙率である。粒径比が大きくなるほど、細粒子は粗粒子が存在しない空隙に侵入できる割合が増加することを考慮して、式(1)の係数 α を式(3)のように粒径比を表すパラメータ γ と空隙の大きさ β の関数として表す。

$$\alpha = 1 + \frac{\lambda_{c0}}{1 - \lambda_{c0}} \gamma^n (1 - \beta)^m \quad (3)$$

ここに、 λ_{c0} ：粗粒子のみの場合の空隙率である。式(3)に含まれる空隙の大きさ β と粒径比を表す γ はそれぞれ式(4),(5)のように仮定する。

$$\beta = (1 - \gamma) \left\{ 1 - \frac{P_c}{(1 - \lambda_{c0})} \right\} \quad (4)$$

$$\gamma = \min \left(a \frac{d_f}{d_c}, 1 \right) \quad (5)$$

ここに、 d_c 、 d_f ：粗粒子と細粒子の粒径、 a 、 m 、 n ：定数であり、以下に示すように粒子充填実験により決定する。

図-1 に二粒径の球形ランダム充填の実験結果³⁾と

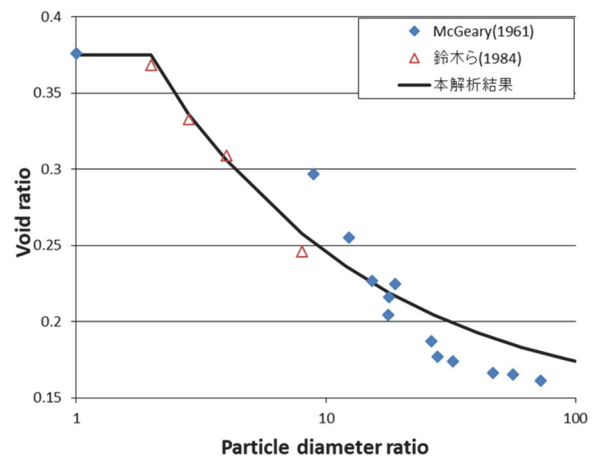


図-2 粒径比と最密空隙率の関係の解析結果と既往の研究との比較

充填モデルの解析結果との比較を示す。実線が解析結果で点が実験結果³⁾である。二粒径のランダム充填において細粒子と粗粒子の割合によって、空隙率が変化することを本充填式は良好に表現できている。図-2は、粒径比と二粒径の球形粒子の最密充填時の空隙率の関係について、本充填式と既往の実験結果^{3,4)}を比較したものである。本モデルは、粒径比が大きくなると最密空隙率は小さくなっていく傾向が示せている。以上より、 $a=0.5$ 、 $m=1$ 、 $n=2$ とすることで、本モデルは二粒径の球粒子のランダム充填結果を再現できることが示された。次に、式(2)~(5)の二粒径充填式を以下のように多粒径の場合に拡張する。

$$\lambda_{ij} = 1 - \sum_{j=1}^{i-1} \alpha_{ij} P_j \quad (6)$$

$$\alpha_{ij} = 1 + \frac{\lambda_{j0}}{1 - \lambda_{j0}} \gamma_{ij}^n (1 - \beta_{ij})^m \quad (7)$$

$$\beta_{ij} = (1 - \gamma_{ij}) \left\{ 1 - \frac{P_j}{(1 - \lambda_{j0})} \right\} \quad (8)$$

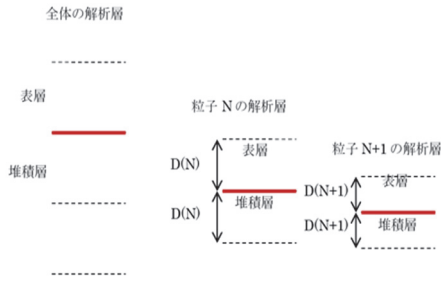


図-3 鉛直方向の解析層と各粒径の解析層

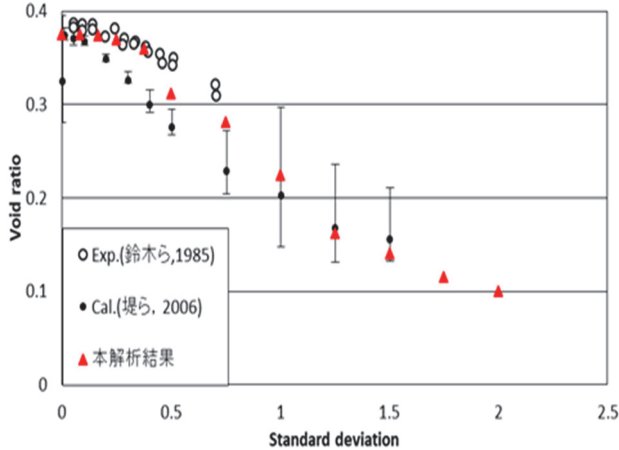


図-4 多粒径粒子群ランダム充填の解析値と既往の研究との比較

$$\gamma_{ij} = \min\left(a \frac{d_i}{d_j}, 1\right) \quad (9)$$

ここで、 i 粒子の粒径 $< j$ 粒子の粒径であり、 λ_{ij} は i 粒子が j 粒子空間に充填可能な空隙、 λ_{j0} は j 粒子のみの場合の空隙率とする。全体の空隙率は式(1)と同様に、

$$\lambda = 1 - \sum_{i=1}^k P_i \quad (10)$$

と表せる。ここに、 k は粒径数である。式(6)~式(10)を用いて直接空隙率を求めることが困難であるため、図-3 に示すように粒径ごとに粒径と同じサイズの計算格子と全体を解析するための最大粒径の計算格子を設け、数値解析によって各粒径の堆積高を求めた。各粒径の計算格子には、各粒径に対してその粒子よりも大きな粒子に対して侵入できる空隙(式(6))を計算する表層と堆積した粒子の存在割合を計算する堆積層を用いた。与えられた粒度分布に対して微量ずつ式(6)~式(10)を用いて堆積計算を行い、空隙率が安定する堆積高まで計算した。

図-4 に鈴木らの多粒径のランダム実験結果⁵⁾、堤らの球状粒子を直接解析した解析結果²⁾との充填モデルの計算結果の比較を示す。多粒径の標準偏差が大きくなると、空隙率が小さくなるという結果を再現できている。以上より、本モデルは球形粒子群を用いた既往の研究結果を説明できるといえる。そこで、次章では本モデルが実河川の河床材料に適用できるかを検証する。

表-1 各篩目の大きさでの平均粒径、長短度、扁平度、シェイプファクターの計測結果

篩目の大きさ (mm)	4.75-9.5	9.5-19.1	19.1-24.5	24.5-38.1	38.1-
体積換算平均粒径(mm)	9.32	17.73	24.04	31.83	58.36
b/a	0.72	0.70	0.77	0.76	0.71
c/b	0.66	0.70	0.68	0.63	0.63
$F = \frac{c}{\sqrt{ab}}$	0.55	0.58	0.59	0.54	0.52

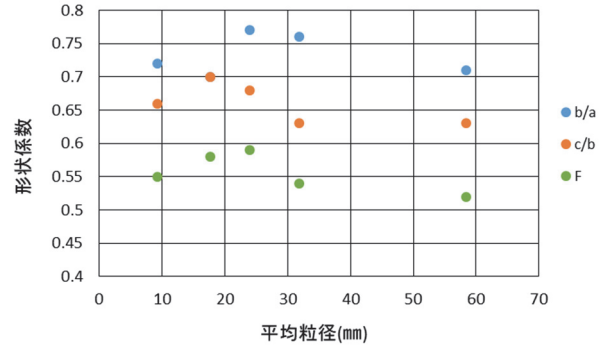


図-5 各平均粒径での長短度、扁平度、シェイプファクターの計測結果

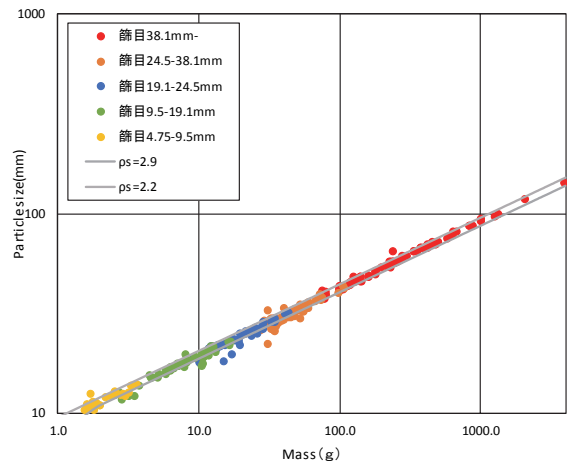


図-6 体積換算粒径と質量の関係

3. 礫床河川の河床材料の粒度分布、粒子形状と空隙率

河床材料は太田川支川根谷川で採集した。三篠川との合流部から約3キロ地点で6箇所、深さはそれぞれ約0-10cm、10-20cmで計12試料の河床材料を採集した。採取した河床材料は篩分けをしてそれぞれ粒度分布を作成した。粒径差を適切に評価するために各篩目での体積換算粒径を計測した。さらに、粒子形状を評価するために長短度=b/a、扁平度=c/b⁶⁾、シェイプファクター c/\sqrt{ab} ⁷⁾を算出した。ここにa,b,cはそれぞれ長径、中径、短径である。これらの形状係数は1に近づくほど球形に近くなる。表-1と図-5に計測結果を示す。今回採集した河床材料には粒径が小さくなるほど丸みを帯びた形になるといった傾

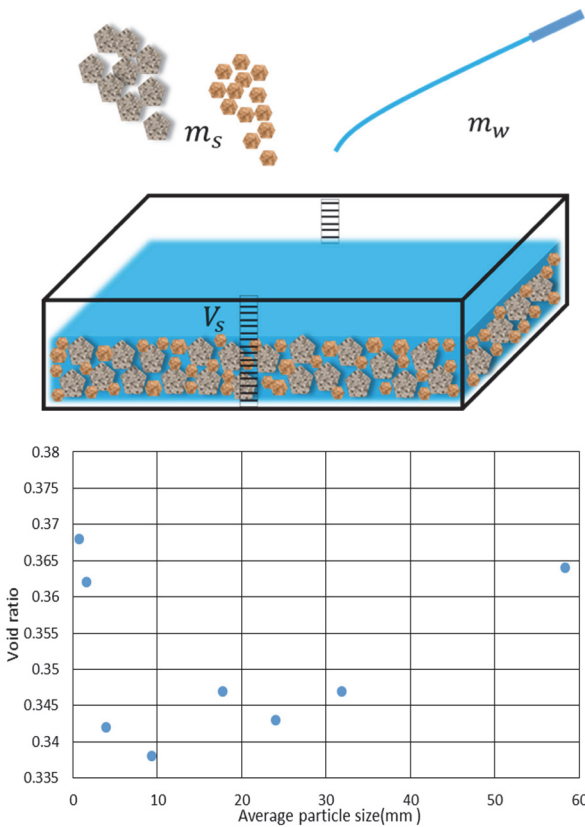


図-8 各平均粒径での空隙率

向は見られない。これは、今回採取した河床材料はほぼ同じ地点で取られたために、形状に変化が出るほど粒径差が大きくなかったためであると考えられる。形状は球形よりも楕円球形に近い形をしていることが分かる。図-6に各篩目での河床材料の質量と粒径の関係を示す。図中の直線はそれぞれ $\rho_s=2.2$, 2.9 g/cm^3 である。図-6から篩分け粒径が連続して分布しており、体積換算粒径とふるい分け粒径には一定の関係があり、密度は平均で 2.6 g/cm^3 程度となった。本研究では、空隙や土砂の堆積高を対象とするために、土砂粒子の体積を表す体積換算粒径を解析に用いる。篩目 4.75mm より小さい篩目のグループについては、体積換算粒径を計測することが困難であったため、図-6から篩目の中央粒径と体積換算平均粒径の比を求め、篩目の中央粒径から体積換算粒径を求めた。

篩分けしたそれぞれの粒径集団での空隙率を計測した。空隙率の計測方法は、図-7のように縦 20.7cm, 横 31cm, 高さ 11.5cm の容器と、縦 25.6cm, 横 38.6cm, 高さ 13.5cm の容器に乾燥させた土粒子を充填し約 1.8cm の高さから 180 回自由落下させるタッピング充填を行った後³⁾、空隙がすべて水で置き換わると考え、水を充填させて式(9)のように空隙率を測定した。空隙率の測定の際には、碎石が見られることもあったが測定に影響を及ぼすほどの量ではなかったために無視した。



写真-1 現地実験の様子

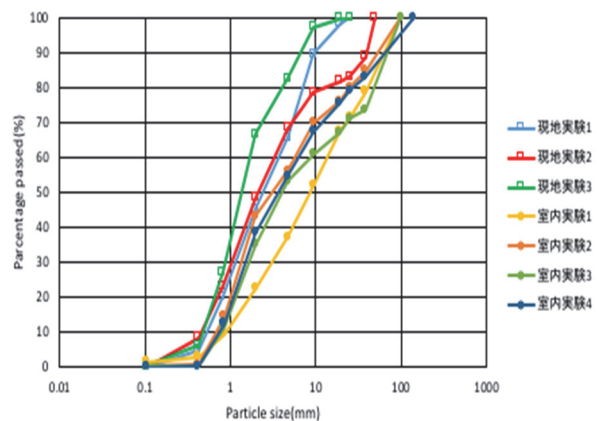


図-9 多粒径充填実験に用いた粒度分布

$$\text{空隙率 } \lambda = \frac{m_t - m_s}{\rho_w V_s} = \frac{m_w}{\rho_w V_s} \quad (9)$$

ここで、 m_t : 全体の質量, m_s : 河床材料の質量, m_w : 水の質量, ρ_w : 水の密度, V_s : 容器に付けた目盛から算出した体積である。

図-8に篩分けによるそれぞれの粒径集団の空隙率を示す。平均粒径が最大のケースでは、空隙率は他の平均粒径の空隙率と比べて大きくなっているのは、空隙率を計測した容器径が十分ではなかった可能性がある。また、粒径が小さいふたつのケースで空隙率が大きくなっている。これは粒径が小さいために沈降速度が小さくなり、今回の計測方法では、侵入可能な空隙に十分に充填できず最密空隙率とはならなかった可能性がある。以上のように、空隙率と粒径に相関関係が明確でなかったため、簡単のため本解析に用いる各粒径 i が一様粒径の場合の空隙率には、計測した空隙率の平均値 $\lambda_{i0}=0.351$ を用いる。

次に採取した河床材料について、図-7に示したそれぞれの粒径集団の場合と同様の方法で二粒径ずつ充填し充填実験を行った。ある粒子群(以下粗粒子)とその粒子群よりも小さい粒子群(以下細粒子)の割合を変え、粒径比、粒子体積割合、空隙率の関係を

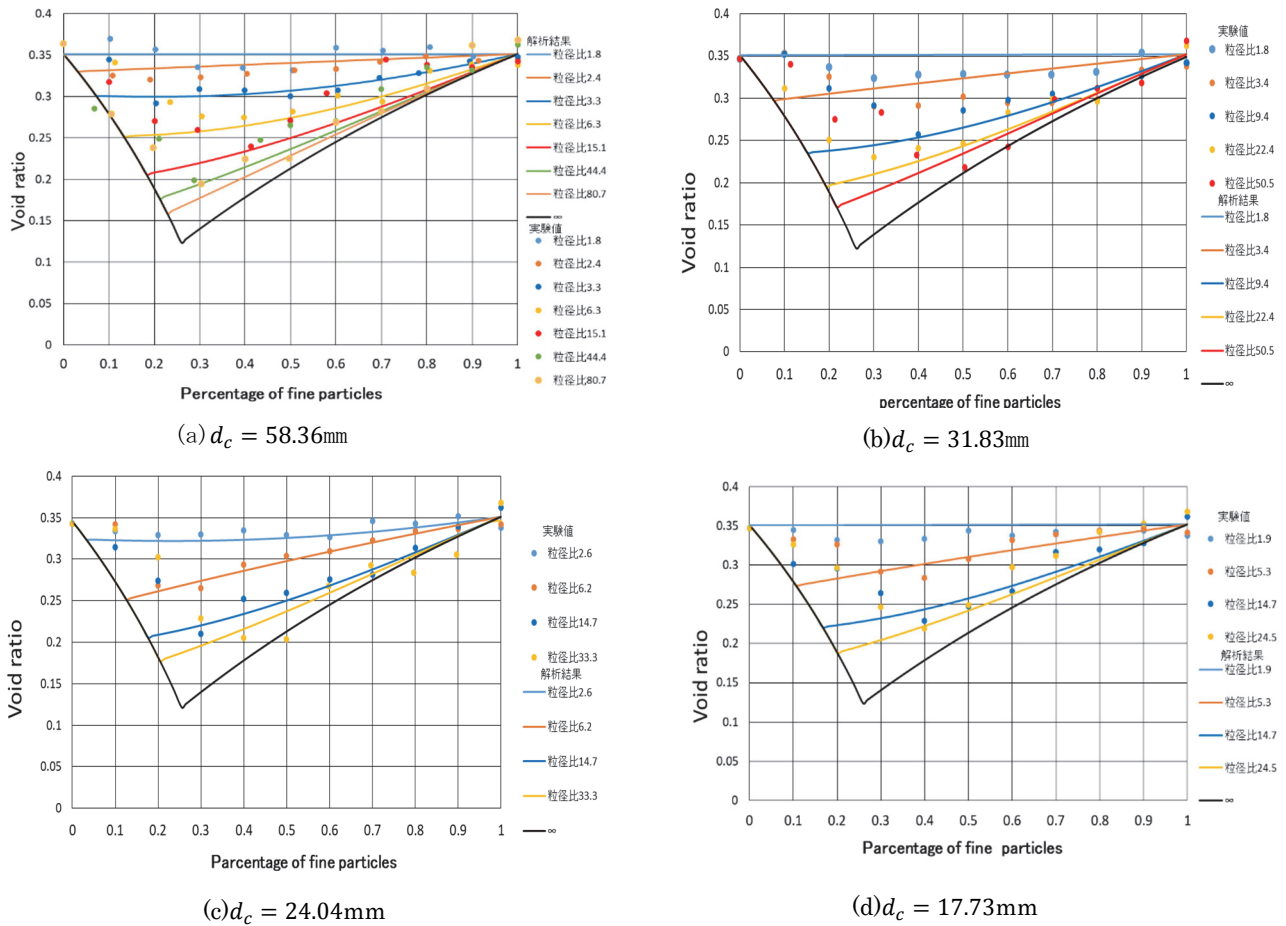


図-10 各粗粒子での二粒径充填の検証結果

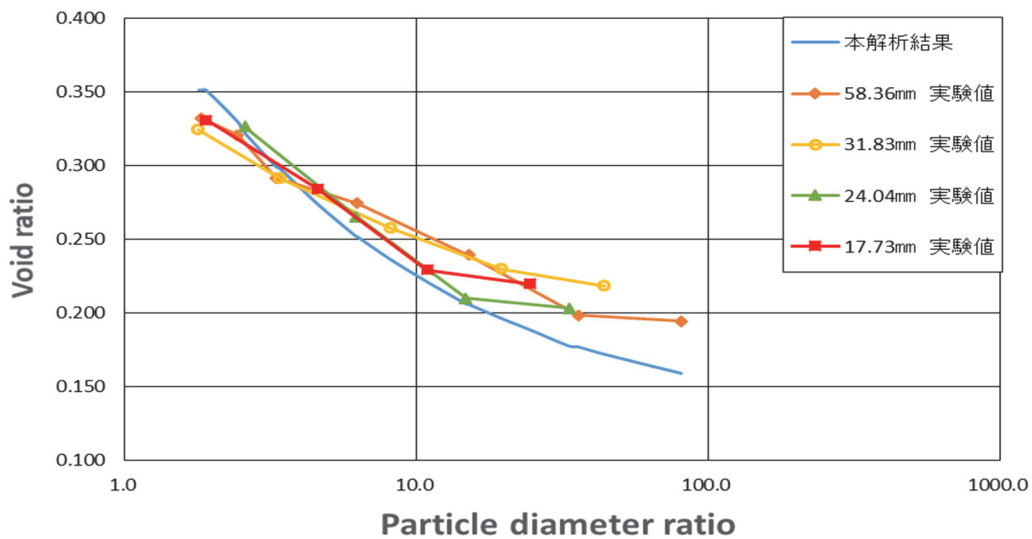


図-11 各粗粒子径での粒径比と最密空隙率の関係

調べた。多粒径の最密充填空隙率の検証には以下の二種類の計測を行った。1つ目は人工的に作成した4つの任意の粒度分布に従って多粒径充填を行い測定した空隙率と、その粒度分布から求めた最密空隙率を比較する検証である。2つ目は現地堆積土砂の空隙率である。まず、河床材料を採取した根谷川の

砂州から試料を採取し、質量を測り土粒子密度 $2.6\text{g}/\text{cm}^3$ を用いて体積を算出した。次にその箇所に写真-1のようにビニールを敷き水を入れ体積を測った。土粒子の体積と、水の体積から空隙率を算出した。水の密度は $1\text{g}/\text{cm}^3$ とした。この計測は3箇所で行った。図-9にこれらの計測の粒度分布を示す。

4. 結果と考察

図-10 にそれぞれの粗粒子での、二粒径充填実験と検証の結果を示す。検証値が最密空隙率を取る細粒子の割合と、実験値で最密空隙率を取る場合の細粒子の割合が一致してない。これは、充填モデルの体積は球形粒子で定めたと考えられるが、実験データにはばらつきが多く係数を再調整するにはさらなるデータが必要である。しかし、細粒子割合を変えると最密空隙率を取るように空隙率が小さくなっていき、細粒子割合が増え続け単一粒子に近くなっていくと空隙率が大きくなる傾向が再現できている。

図-11 にそれぞれの粗粒子での二粒径充填結果の解析値との比較を示す。粒径差が大きくなると最密空隙率が小さくなるという傾向が河床材料を用いた実験でも再現できている。粒径差が大きくなっていくと実験値と解析結果の最密空隙率のずれが大きくなっているが、粒径比が大きくなると実験では最密空隙率に近づけることが難しいためと考えられる。

図-12 に多粒径粒子群の室内実験結果と現地実験結果及び解析結果の比較を示す。多粒径粒子群の充填モデルを用いた計算値と実験値は概ね一致している。詳しく見ると、室内実験では計算の空隙率が小さい場合、実験値の空隙率の方が大きくなっている。これは、図-11 で示したものと同様に、実験において細粒子が空隙に十分充填されなかったためであると考えられる。一方、現地実験では実験値の方が計算値よりも小さく出ているデータがひとつある。これは試料を採取する際に、砂礫を平行に採取することが出来ず計測誤差と考えられる。それ以外の二点は実験値の方が計算値や自然土砂を用いて最密充填した室内実験よりも空隙が大きくなっており、自然堆砂土は最密充填とは異なると考えられる。竹林ら⁸⁾の砂州における表層の空隙率と貫入試験の貫入値の大きさを比較した実験でも、空隙率の大きい場所では空隙率と河床の柔らかさは比例関係を示しており結果は妥当であるといえる。また、砂州のように粒度に偏りがあり、粒度分布が狭い場合には空隙率が大きくなることも確認できる。

5. 結論

本研究で得られた主要な結論を以下にまとめる。

- 1) 球形粒子の二粒径充填実験を説明できる粒子充填式を提案した。二粒径粒子充填式を多粒径に拡張し、数値解析による多粒径充填モデルを開発した。本モデルは、既往の球形混合粒径粒子による充填結果を良好に再現した。

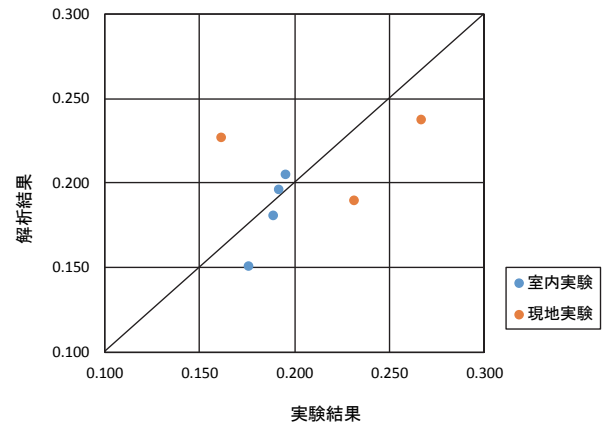


図-12 多粒径粒子群の室内実験と現地実験結果及び解析結果の関係

- 2) 提案した粒子充填式は河床材料を用いた二粒径充填実験結果について、概ね再現することが出来た。また、現地河床材料を用いて作成した粒度分布の空隙率は多少のばらつきはあるものの多粒径粒子充填モデルを用いて概ね再現できた。
- 3) 本充填モデルは最密充填条件を対象としているため、砂州に堆積した土砂の空隙率についてはやや小さめに見積もる傾向にある。

参考文献

- 1) 平野宗夫：Armoring をともなう河床低下について、土木学会論文報告集 Vol. 195, pp.55-65, 1971.
- 2) 堤大三, 藤田正治, Muhammad Sulaiman：混合砂礫河床材料の空隙に関するシミュレーションモデル, 水工学論文集, 第 50 巻, pp.1021-1026, 2006.
- 3) 鈴木道隆, 八木 章, 渡辺球夫, 大島敏男：3 成分球形粒子ランダム充填層の空間率の推定, 化学工学論文集, 第 10 巻 6 号, pp. 721-727, 1984.
- 4) McGeary, R. K.: Mechanical packing of spherical particles, Journal of the American ceramic Society, Vol. 44 (10), pp.513-522, 1961.
- 5) 鈴木道隆, 市場久貴, 長谷川勇, 大島敏男：粒度分布のある多成分粒子ランダム充填層の空間率, 化学工学論文集, 第 11 巻 4 号, pp.438-443, 1985.
- 6) 吉村優治, 小川正二：砂のような粒状体の粒子形状の簡易な定量化法, 土木学会論文集 Vol. 463, pp. 95-103, 1993.
- 7) McNown, John S. and Jamil Malaika: Effects of particle shape on settling velocity at low Reynolds numbers, Eos, Transactions American Geophysical Union 31.1, pp.74-82, 1950.
- 8) 竹林洋史, 藤田正治, 上戸亮典, 佐本佳昭：砂州における河床強度の空間分布特性と土砂の物理特性との関係, 河川技術論文集, 第 18 巻, pp.119-124, 2012.

(2018. 4. 3 受付)