

水理模型実験と準3次元洪水流解析に基づく 五ヶ瀬川の適正な分派対策の検討

EXAMINATION OF APPROPRIATE COUNTERMEASURES AT THE
BIFURCATION POINT OF THE GOKASE RIVER BASED ON HYDRAULIC
MODEL EXPERIMENTS AND QUASI 3-D FLOOD FLOW ANALYSIS

坂本 洋¹・重枝未玲²・秋山壽一郎³・志賀三智⁴・
小野富生⁴・荒武宗人⁴・村越重紀⁵・平生昭二⁶・
岩佐隆広⁵・多田裕治⁶

Hiroshi SAKAMOTO, Mirei SHIGE-EDA, Juichiro AKIYAMA, Minori SHIGA,
Tomio ONO, Muneto ARATAKE, Sigenori MURAKOSHI, Shoji HIRAO,
Takahiro IWASA and Yuji TADA

¹正会員 (株) 建設技術研究所 九州支社河川部 (〒810-0041 福岡市中央区大名2-4-12 CTI福岡ビル)
九州工業大学大学院 工学研究科建設社会工学専攻博士後期課程

²正会員 博士(工) 九州工業大学大学院准教授 工学研究院建設社会工学研究系
(〒804-8550 北九州市戸畑区仙水町1-1)

³フェロー会員 Ph. D. 九州工業大学教授 (同上)

⁴非会員 国土交通省九州地方整備局延岡河川国道事務所 (〒882-0803 宮崎県延岡市大貫町1丁目2889)

⁵正会員 (株) 建設技術研究所 東京本社水理センター (〒300-2651 つくば市鬼ヶ窪1047-27)

⁶正会員 (株) 建設技術研究所 九州支社河川部 (同上)

Countermeasures at the bifurcation point of the Gokase River to control a proper diversion discharge were examined experimentally and numerically. The hydraulic model of the Gokase and Ose River with a scale of 1/70 was used in the experiments. The quasi 3-D flood flow model was used in numerical simulations. The validity of the experimental and numerical results was shown through a verification against the observed flood marks and diversion discharge in September 2005. The countermeasures at the bifurcation point of the Gokase River against design - flood discharge (100-year probable) and flood discharge for river improvement plan (50-year probable) was also investigated. The effective position of a levee for the design-flood discharge and a cross section around the bifurcation point of the Gokase River were found through the investigations.

Key Words : *Bifurcation point, diversion discharge, hydraulic model experiment, quasi 3-D flood flow model, Gokase River*

1. はじめに

近年、河川の維持管理は、本格的な計画管理へと移行している¹⁾。特に河川分流点は、分流角度、分流点上下流の川幅などの河道の平面形状、各河川の下流端の水位、分流堰等の構造物によって、流況、分派流量、分派流砂量が変化するため、中長期的な河床位とその質の縦横断変化に大きな影響を及ぼす。そのため、河川分流点は、河川の維持管理上、極めて重要な地点である。特に、分派点周辺の維持管理を行う上で、分派点で流れを把握するとともに、本・派川の流量配分比を把握することが重要となる。一般に、このような把握は水理模型実験に基づき行われる。近年では、水深平均モデルで3次元的な

流れを取り扱うことが可能な準3次元モデルの開発^{2),3),4),5)}が積極的に行われている。著者らは、準3次元洪水流モデル⁶⁾を開発し、分流点周辺の流れへの適用性を検討した結果、同モデルが分派点周辺の流況、底面流速の流向、分派流量を十分な精度で再現できることを示した。

本研究で対象とする五ヶ瀬川と大瀬川の分派においては、河川整備基本方針、河川整備計画において、それぞれ異なった分派比率により適正分派を行う必要がある。適正分派の検討は、机上で実施されていたが、その精度等の検証までは実施されていなかった。さらに今後は、分派対策後の維持管理計画の検討を行う必要がある。このように、五ヶ瀬川と大瀬川では河川整備基本方針及び整備計画における適正分派対策及びその後の維持管理が課題として残されている。

表-1 五ヶ瀬川における分派計画

計画名	計画高水流量	五ヶ瀬川	大瀬川	分派比
基本方針	7,200 m ³ /s	2,600 m ³ /s	4,600 m ³ /s	1:1.77
整備計画	6,500 m ³ /s	2,100 m ³ /s	4,400 m ³ /s	1:2.10



図-1 五ヶ瀬川航空写真(分派点付近)

本研究は、五ヶ瀬川と大瀬川の分派地点を対象として、水理模型実験と準3次元解析を用いて、既往最大洪水である平成17年9月洪水を再現することでその分派周辺の水理特性を把握しつつ、上述した課題の一つである河川整備基本方針及び河川整備計画河道における適正分派対策について検討したものである。

2. 五ヶ瀬川分派計画の概要

宮崎県北部を流れる五ヶ瀬川は、図-1のように河口から約9kmの地点で大瀬川と分派しており、ここでの分派対策が直轄河川改修事業における重要な事業メニューとして位置付けられている。五ヶ瀬川と大瀬川の分派計画を表-1に示す。基本方針河道では、①引堤、②分派点上流部の平水位程度の掘削、③分派後五ヶ瀬川の河床掘削、④分派施設(導流堤、水制、床固め)を組み合わせて適正分派を図る対策を想定している。整備計画河道では、基本方針河道において追加引堤や分派施設改良・撤去等の手戻りのない整備を前提とし、整備計画段階の適正分派比1:2.10を確保するための方法として河道整備先行案と分派施設先行案について検討する。

3. 水理模型実験の概要

(1) 水理模型実験の再現範囲

五ヶ瀬川上流端は、岩熊井堰からの流れが速い場合、分派点付近の流速分布に影響する可能性があるため、岩熊井堰より600m上流とした。五ヶ瀬川の下流端は、河道の湾曲の影響及び天下橋の影響が残り、下流端水位の設定に影響する可能性があるため7k200とした。また、大瀬川の下流端は、7k400の狭窄部からの流れが左岸側に偏るため、流れの一様性が確保できる範囲として6k200とした。

表-2 諸元の縮率

諸量	代表量	次元	縮率	比率	実物諸元	模型値
長さ、高さ、粒径	川幅	L	S	1:70	400m	5.71m
	水深				2m	0.03m
	粒径				55mm	0.79mm
流速		L/T	S ^{1/2}	1:8.37	2m/s	0.239m/s
	計画高水流量	L ³ /T	S ^{2.5}	1:40966	7200m ³ /s	0.176m ³ /s
	整備計画流量				6500m ³ /s	0.159m ³ /s
H17年9月流量	7900m ³ /s				0.193m ³ /s	
粗度係数	低水路粗度係数	L ^{1/3} ・T	S ^{-1/6}	1:2.03	0.035s/m ^{1/3}	0.017s/m ^{1/3}



図-2 水理模型

(2) 水理模型実験の縮尺

流れの再現性を確保するため、重要区間においては表面張力の影響を回避するよう模型で3cm以上の水深を確保する必要がある。本検討では平均年最大流量以上の再現性を確保することとし、その流量流下時の分派周辺の実績水位が2.5mであることから水理模型実験の縮尺を1/70とすることとした。

(3) 相似則

対象とする流れは重力が卓越した流れであることから、フルードの相似則に従い再現する。諸量の実物と模型の比較を表-2に示す。

(4) 水理模型の製作

模型は国土技術政策総合研究所河川実験施設に製作した。また、五ヶ瀬川7k200～11k600及び大瀬川6k200～9k000において、製作した模型を図-2に示す。河道の形状はモルタルで整形し、実績の水位や分派量と整合するようにイボ粗度の調整を行った。なお、樹林は五ヶ瀬川10k600右岸、大瀬川7k600付近の2箇所に設置した。その際、現地の樹林調査結果から得られた透過係数と模型上での透過係数が一致するように直径5mmの「丸棒」を2.5cm～2.8cmの間隔で模型上に樹林帯を設置した。

4. 準3次元洪水解析モデルの概要

準3次元洪水解析モデルには、著者らが開発した有限体積法と近似リーマン解法に基づく準3次元洪水モデル⁹⁾を用いた。

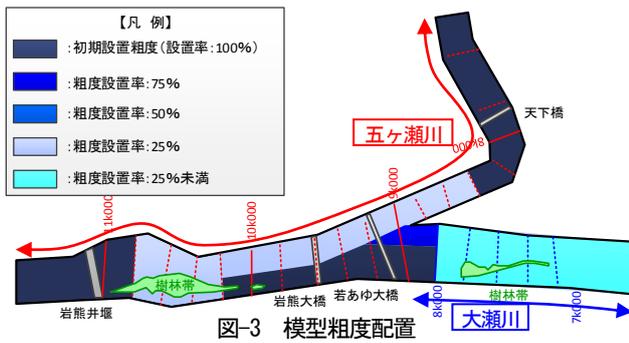


図-3 模型粗度配置

流れの基礎方程式は、式(1)の連続の式と運動方程式およびモーメント方程式である。これらの式は、圧力 p の鉛直分布を静水圧分布で、 x 、 y 軸方向の流速 u 、 v の流速分布を式(2)のように線形で近似し、重み関数を1及び $2(z-\bar{z})/h$ とし、連続の式及びReynoldsの運動方程式を水深積分することで求められる。

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial E}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial y} + M_1 + M_2 + S_1 + S_2 = 0 \quad (1)$$

$$U = (h, Uh, Vh, u'h, v'h)^T;$$

$$E = \left(Uh, U^2h + \frac{1}{3}u'^2h + \frac{1}{2}gh^2, UVh + \frac{1}{3}u'v'h, Uu'h, Uv'h \right)^T;$$

$$F = \left(Vh, UVh + \frac{1}{3}u'v'h, V^2h + \frac{1}{2}gh^2, Vu'h, Vv'h \right)^T;$$

$$M_1 = \left(0, 0, 0, u'h \frac{\partial U}{\partial x}, u'h \frac{\partial V}{\partial x} \right)^T; M_2 = \left(0, 0, 0, v'h \frac{\partial U}{\partial y}, v'h \frac{\partial V}{\partial y} \right)^T;$$

$$S_1 = (0, -ghS_{0x}, -ghS_{0y}, 0, 0)^T;$$

$$S_2 = (0, ghS_{fx}, ghS_{fy}, -3ghS_{fx}, -3ghS_{fy})^T$$

$$u = U + u'(2\eta - 1), \quad v = V + v'(2\eta - 1) \quad (2)$$

ここに、 U =保存量ベクトル、 E 、 F = x 、 y 方向の流束ベクトル、 M_1 、 M_2 =非保存項ベクトル、 S_1 =河床勾配ベクトル、 S_2 =摩擦勾配ベクトル、 U 、 V = x 、 y 方向の水深平均流速、 u' 、 v' =流速の偏差成分、 h =水深、 g =重力加速度、 $\eta=(z-z_b)/h$ 、 z =基準面からの高さ(鉛直上向きを正)、 z_b =河床高、 $\bar{z}=z_b+h/2$ 、 z =鉛直方向である。河床と摩擦勾配はそれぞれ式(3)と式(4)で表される。

$$S_{0x} = -\partial z_b / \partial x; S_{0y} = -\partial z_b / \partial y \quad (3)$$

$$S_{fx} = n^2U\sqrt{U^2 + V^2}/h^{4/3}; S_{fy} = n^2V\sqrt{U^2 + V^2}/h^{4/3} \quad (4)$$

ここに、 n =粗度係数である。

式(1)の離散化は、有限体積法に基づき行った。なお、時間積分にはEulerの陽解法を用いた。連続の式と運動量・モーメントの保存式の数値流束には、HLLC法⁷⁾に河床勾配の取り扱いを組み込んだ数値流束を用いた。同数値流束の詳細については、参考文献⁹⁾を参照されたい。

5. 平成17年9月出水の再現

水理模型実験及び準3次元洪水解析により、平成17

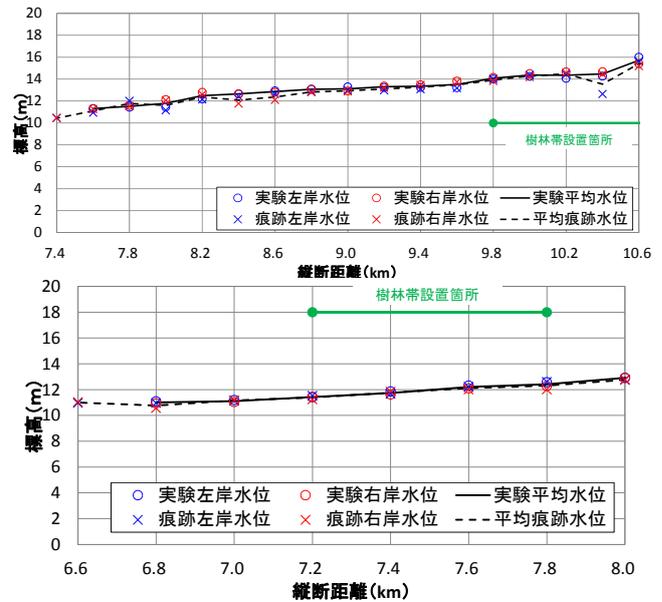


図-4 水位縦断面図(上段：五ヶ瀬川, 下段：大瀬川)

年9月出水の水位の縦断変化と分派量の再現を行った。

(1) 水理模型実験による再現

H17.9洪水のピーク流量 $7,900\text{m}^3/\text{s}$ を対象に、模型実験の再現性について検討した。粗度配置を一般的な横断方向に一樣とした場合、水位、分派量の再現性が確保されなかった。これは五ヶ瀬川 $9\text{k}000\sim 10\text{k}200$ では左岸側の河床高が右岸側の河床高に比べ高く、横断方向に水深が変化することで粗度の効果が変化するためである。特に、水深が小さい場合にはその影響が大きい。そこで、本実験では、図-3に示すとおり横断方向の粗度配置を変化させることにより水位及び分派量を再現した。再現した水位縦断面図を図-4に示す。この結果、水位の偏差は 0.251m と誤差が小さい。また、実績の五ヶ瀬川への分派量 $2,130\text{m}^3/\text{s}$ (分派率 $1:2.74$)に対し、模型の分派量 $2,093\text{m}^3/\text{s}$ (分派率 $1:2.77$)と $40\text{m}^3/\text{s}$ 程度の差であり、実績洪水に対する再現性は確保できている。

(2) 準3次元洪水解析による再現

解析の対象区間は、五ヶ瀬川 $1\text{k}400\sim 11\text{k}600$ 、大瀬川 $0\text{k}000\sim 9\text{k}000$ とした。計算メッシュは、分派地点においてより詳細に平面流況を表現するため、メッシュサイズは1辺 $1\text{m}\sim 10\text{m}$ 程度、その他の範囲については1辺 30m 程度の三角形非構造格子で分割を行った。モデル範囲全体におけるメッシュ総数は $57,123$ 個である。

メッシュ地盤高は、平成18年1月の定期横断測量結果より設定した。なお、測線以外のメッシュ地盤高については、上下流の河道横断形状より内挿して設定を行った。また、高水敷については、詳細な地形を表現するため平成18年に計測されたレーザプロファイラーデータ(以下、LPデータ)を用いて設定した。さらに、樹木に関しては、模型と同様の五ヶ瀬川 $10\text{k}600$ 右岸、大瀬川 $7\text{k}600$ 付近の2箇所に設置した。本モデルに関しても現地の樹林調査結

表-3 計算条件一覧表

項目	内容
計算手法	準3次元不定流計算
検討対象範囲	五ヶ瀬川下流端: 1k400
	大瀬川下流端: 0k000
	上流端: 11k600
メッシュ分割	57,123個 (1辺1m~30m程度の三角形メッシュ)
検討対象洪水	H17.9洪水 (H18河道)
地盤高	五ヶ瀬川: 平成18年1月定期横断測量+LPデータ (H18)
	大瀬川: 平成18年1月定期横断測量+LPデータ (H18)
境界条件	下流端 (H17.9洪水) 五ヶ瀬川下流端: 痕跡水位左右岸平均値3.93m ※ 右岸痕跡のみ 大瀬川下流端: 痕跡水位左右岸平均値3.85m ※ 0k200の左右岸平均値
	上流端 H17.9洪水実績流量 7,858m ³ /s
粗度係数	河道技術資料記載値を一次設定として設定する。
樹木位置・透過係数の設定	平成18年の航空写真より位置を設定
	透過係数はH26年調査結果より推定

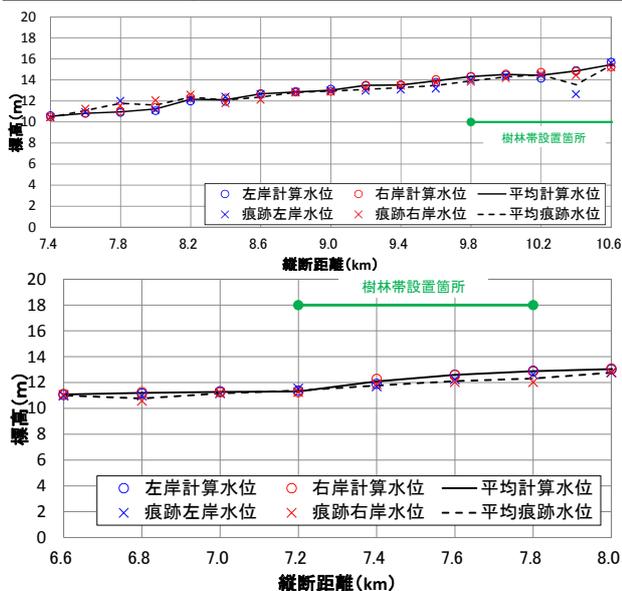


図-5 水位縦断面図(上段: 五ヶ瀬川, 下段: 大瀬川)

果から得られた透過係数を与えて計算した。

計算条件を表-3に示す。この計算条件により再現した水位縦断面図を図-5に示す。この結果、水位の偏差は0.25mと誤差は小さい。また、準3次元洪水流解析の分派量2,068m³/s(分派率1: 2.82)となり、実績に比べて50m³/s程度の差であり、実績洪水に対する再現性は確保できている。

6. 基本方針河道における適正分派対策

水理模型実験及び準3次元洪水流解析を用いて、基本方針河道における適正分派対策について検討した。

基本方針河道の考え方を表-4に示す。この考え方に従い、基本方針河道を設定する。

(1) 水理模型実験による分派対策の効果確認

表-4に示す基本方針河道の考え方に従って設定した河道において、①自然分派(引堤、掘削)、②分派施設(導流堤、水制工)の実験を実施し、所定の分派比率となり、HWL以下で安全に流下可能な分派対策を検討する。

表-4 基本方針河道の考え方

改修箇所	考え方
河床掘削 (9k000~9k600)	五ヶ瀬川への分派量を増加させるために、左岸側の河床を五ヶ瀬川平水位程度に掘削する。これよりも掘削高を下げると、平水分派への影響や土砂堆積による維持掘削の発生が懸念されるため、五ヶ瀬川平水位程度としている。模型では9K000~9K400までをTP5mでフラットとし、9K400から9K600までで現況河床高と振り付けている。
河床掘削 (9k000~8k000)	分派後五ヶ瀬川は基本方針河床高設定時の平均河床高で掘削を行う。これよりも河床高を下げることで分派量を増加させることができるが、河床変動解析によると、平均河床高よりも下げると河床上昇が発生し、維持掘削が必要となること、また感潮区間の増加等の影響があることから、現況河床高を限界河床高(下げうる最低河床)としている。
引堤 (9k600~8k000)	現地状況から左岸の引堤を最大限とした形状としている。家屋の移転や道路の付け替えも必要となるため、極力引堤規模を縮小することが望ましい。

表-5 基本方針河道自然分派時の分派特性

	流入量 (m ³ /s)	五ヶ瀬川 (m ³ /s)	大瀬川 (m ³ /s)	分派比	分派率
計画値	6,500	2,100	4,400	2.10	32.3%
実験値	6,500	2,388	4,112	1.72	36.7%
計画値	7,200	2,600	4,600	1.77	36.1%
実験値	7,200	2,643	4,557	1.72	36.7%

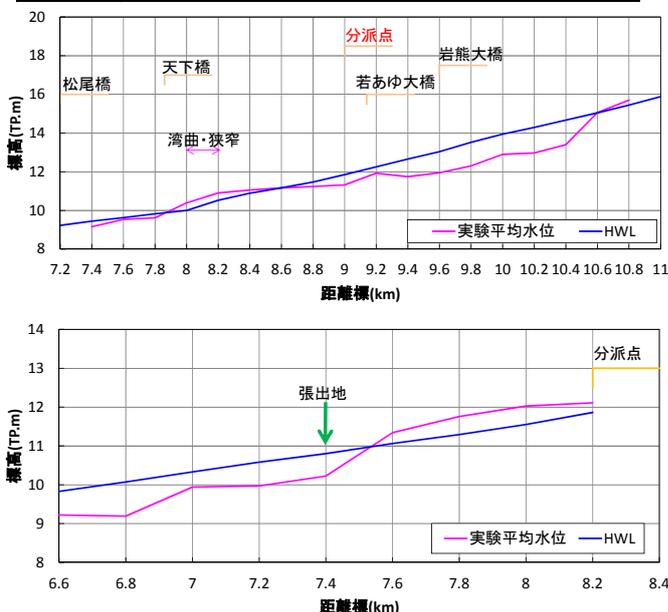


図-6 水位縦断面図(上段: 五ヶ瀬川, 下段: 大瀬川)

a) 自然分派

基本方針河道において、計画高水流量7,200m³/sに加え、整備計画目標流量6,500m³/sの実験を行った。その結果を表-5に示す。分派量を見ると計画高水流量7,200m³/sでは概ね目標流量に近い分派量となる。一方整備計画目標流量6,500m³/sでは、基本方針河道では分派量が過大となる。

図-6に7,200m³/s流下時の水位縦断の実験結果を示す。これより、大瀬川、五ヶ瀬川ともHWLを超える区間があることが確認できる。特に大瀬川7k400に起因する水位の這い上がりは分派点水位に直接影響する。この水位での検討では基本方針河道として適切ではない。そのため、大瀬川7k400及び五ヶ瀬川8k000付近のHWL超過箇所について流下能力を確保する検討を行う。なお、五ヶ瀬川10k600付近については、樹林の影響と考えられること、分派点への影響は小さいものと考えここでは対象としない。大瀬川のHWLを超過する要因は7k400の地形狭

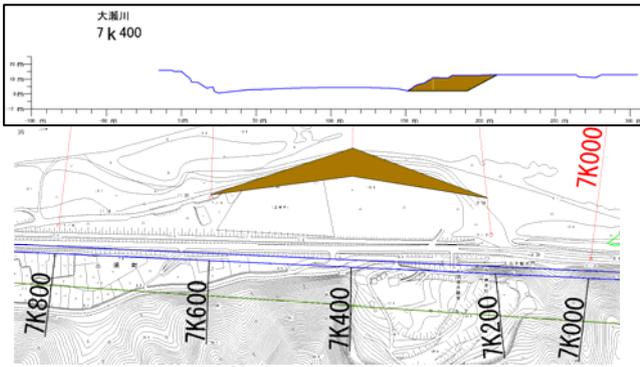


図-7 河道掘削位置図(大瀬川 7k400)

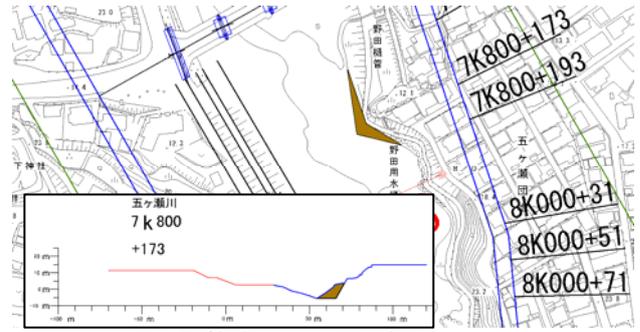


図-9 河道掘削位置図(五ヶ瀬川 7k800 付近)

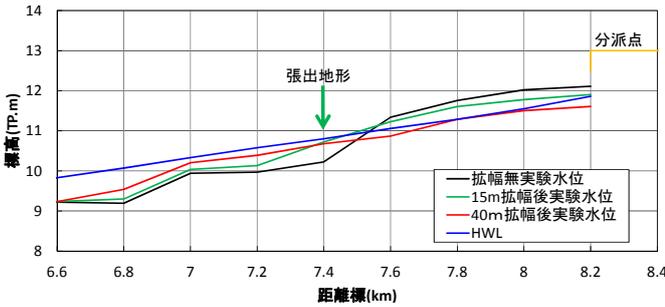


図-8 大瀬川水位縦断面図(4,600m³/s 流下時)

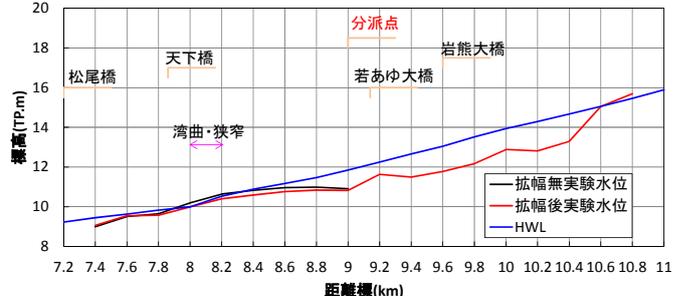


図-10 五ヶ瀬川 8k000 の張出地形掘削後水位縦断面図

表-6 基本方針河道の導流堤形状検討結果

分流施設	五ヶ瀬川分派量 m³/s	分派施設無しに対する差 m³/s
目標	2,600	—
なし(自然分派)	2,584	—
基本案	2,570	-14
張出案	2,621	37
水制工(6基)	2,638	54

窄によるものである。そのため、図-7に示す7k400の断面を15m及び40m掘削した場合の河道水位を確認する。

図-8に計画高水流量相当(大瀬川4,600m³/s)流下時の左右岸平均水位縦断面の実験結果を示す。なお実験は、五ヶ瀬川に水が流れない状態で大瀬川のみ計画流量4,600m³/sを流下させた状態で実験を行った。その結果、15m拡幅ではHWL超過を解消することはできず、40mの掘削によりHWL以下で流下可能となる。

五ヶ瀬川の8k000～8k200の区間でHWLを超過している。この要因は、8k000断面と天下橋の間にある張出地形によるものである。この張出のうち、歩道より下段部分を図-9に示すとおり掘削する。図-10には拡幅有無の7,200m³/sにおける河道水位を示す。張出地形を掘削することで8k000～8k200までの水位はHWL以下となる。

以上のように設定した基本方針河道において、7,200m³/s及び6,500m³/sを流下させた場合の分派量について検討した。その結果、7,200m³/sでは五ヶ瀬川へ2,584m³/s、大瀬川へ4,616m³/sとなり、目標流量五ヶ瀬川2,600m³/s、大瀬川4,600m³/sとほぼ適正分派が確保される。なお、整備計画目標流量に着目すると分派量は目標値2,100m³/sに対し、2,377m³/sと277m³/s大きくなる。

b) 分派施設

現況流頭部を80m延伸し分派量の変化について実験を行った。この時の河道条件は、表-4の内引堤無で実施す

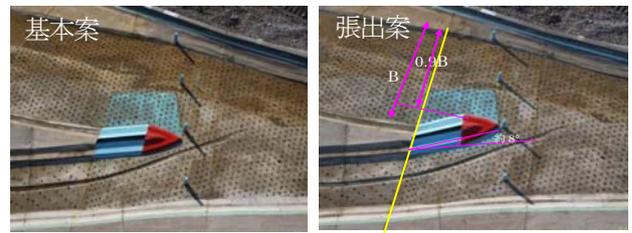


図-11 導流堤実験形状

表-7 分派特性比較表

項目	分派後		
	五ヶ瀬川	五ヶ瀬川	大瀬川
河川	三輪	松山	三ツ瀬
観測所	三輪	松山	三ツ瀬
地点	9k800	6k200	3k800
流量 [m³/s]	目標(計画)	2,600	4,600
	実験結果	2,584	4,616
	計算結果	2,620	4,580

る。また、導流堤の効果を検討するために、図-11に示すように流頭部を大瀬川側に張出した案についても検討を行った。張出規模は水制の考え方に準じ、9k000の大瀬川河道幅の1/10を張出すこととし、先端位置は若あゆ大橋までとする。さらに、9k200～10k000の区間の200mピッチで幅36mの高水水制を6基設定する。その結果を表-6に示す。若あゆ大橋まで延伸した基本形状の分派量は若干少なくなり、大瀬川側に張り出した形状でも37m³/s程度の増加にとどまった。また、水制工の効果も54m³/s程度と導流堤同様効果が小さいことが確認できた。

(2) 準3次元洪水解析による分派對策の効果の確認

本解析モデルで、基本方針河道の自然分派方式で適正分派が確保できるかを確認した。

表-7に分派流量の実験値と解析結果を示す。分派特性については、分派量が概ね目標値と一致しており、分派比率で比較すると目標および実験結果との差が0.3%以下で、同程度の分派特性を示している。図-12に水位縦断

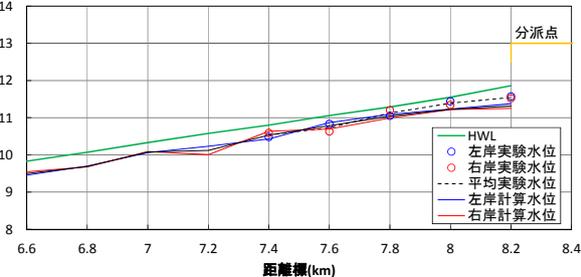
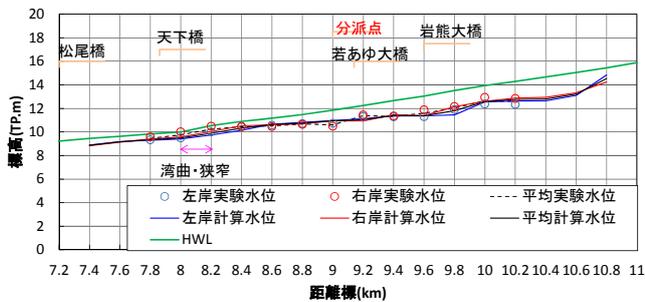


図-12 水位縦断面図(上段：五ヶ瀬川，下段：大瀬川)

変化の実験値と解析結果を示す。水位縦断面図より、実験水位と左右岸の計算水位および水面形の傾向が概ね一致している。また、図-13に水理模型実験の流速ベクトルと数値解析の流速コンター・ベクトル図を示す。この結果、概ね流向・流速ともに一致していることがわかる。このように、本解析は、分派対策の検討を行う上で有用なツールであることが確認された。

7. 整備計画河道における分派対策

現整備計画河道で設定されている整備計画河床高では、五ヶ瀬川への分派量が過大になるため、以下では、適正分派が可能な整備計画河床高を検討した。まず、準3次元洪水流解析モデルを用いて、距離標8k000～8k600km区間の河床高を10cmピッチで上げつつ整備計画流量を適正分派できる河床高を検討した。次に、その河床高を条件とした水理模型実験を行った。

表-8に河床高を変化させた場合の分派量を示す。その結果、現整備計画河床高+40cmの時に、五ヶ瀬川への分派量目標 $2,100\text{m}^3/\text{s}$ に対し、 $2,102\text{m}^3/\text{s}$ となり適正分派が可能であることがわかった。

次に水理模型実験により、設定した河床高が妥当であるか確認した結果、 $2,081\text{m}^3/\text{s}$ となり、設定した河床高が妥当であることを確認した。

8. おわりに

水理模型実験の結果から、(1)引堤及び掘削により自然分派が可能であること、(2)分派施設に関しては分派量の増加はわずかであり、効果が小さいことが確認された。

本数値モデルは、実績の痕跡水位や分派量・比率を再現できるだけでなく、基本方針河道における水理模型実

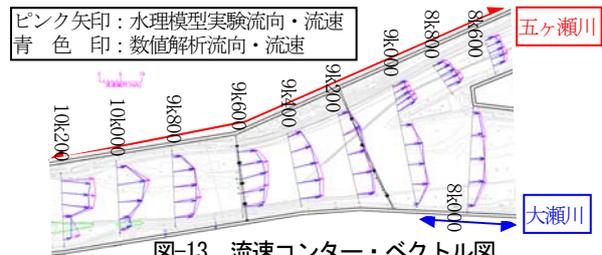


図-13 流速コンター・ベクトル図

表-8 河床高と分派量関係表

項目	分派前		分派後	
	五ヶ瀬川	大瀬川	五ヶ瀬川	大瀬川
河川	三輪	三輪	松山	三ツ瀬
観測所	9k800	9k800	6k200	3k800
地点				
流量 [m^3/s]	目標	6,500	2,100	4,400
	現整備計画河道	6,500	2,156	4,344
	現整備計画河道+0.5m	6,500	2,087	4,413
	現整備計画河道+0.4m	6,500	2,102	4,398
現整備計画河道+0.3m	6,500	2,117	4,383	

験結果である水位、分派量、流向・流速を非常によく再現でき、分派対策の検討を行う上で有用なツールであることが確認された。整備計画流量を適正に分派させるための分派点周辺の河道形状は、五ヶ瀬川7k800～9k000の河床高を現整備計画河床高より40cm高く設定した形状であることがわかった。

謝辞：本検討を実施するにあたり、宮崎大学杉尾哲名誉教授、宮崎大学村上啓介教授、国土技術政策総合研究所河川研究室服部敦室長(現京浜河川事務所所長)から多大なご助言等をいただきました。ここに記して謝意の意を表します。

参考文献

- 1) 国土交通省：河川砂防技術基準維持管理編，http://www.mlit.go.jp/river/shishin_guideline/gijut f，2011。
- 2) 浅野文典，福岡捷二：沖積地河川における安定な川幅・水深—治水と環境の調和を目指した河道断面形の決め方，水工学論文集，第54巻，pp.1021-1026，2010。
- 3) 輿石 大，内田龍彦，福岡捷二：水表面流速方程式を付加した底面流速解析法の開発と河川合流部への適用，土木学会論文集B1(水工学)，Vol.68，No.4，I_835-I_840，2012。
- 4) 坂本 洋，重枝未玲，秋山壽一郎：準3次元洪水流モデルを用いた同規模河川合流点流れの数値解析，土木学会論文集B1(水工学)，Vol.68，No.4，I_841-I_846，2012。
- 5) 坂本 洋，重枝未玲，秋山壽一郎，新谷恭平：準3次元河床変動モデルの構築と河川合流点の河床変動への適用，土木学会論文集B1(水工学) Vol.69，No.4，I_991-I_996，2013。
- 6) 坂本 洋，重枝未玲，秋山壽一郎，新谷恭平：準3次元数値モデルによる河川分派点周辺の河床変動シミュレーション，土木学会論文集B1(水工学) Vol.70，No.4，I_1009-I_1014，2014。
- 7) Toro, E. F., Spruce, M. and Speares, W.: Restoration of the contact surface in the HLL Riemann solver, Shock Waves, Vol.4, pp.25-34, 2004.

(2017.4.3受付)