平面2次元流解析とアジョイント法に基づいた 点観測の水位情報に対する 縦断水面形時間変化の同化手法の検討

STUDY ON THE DATA ASSIMILATION OF THE WATER SURFACE PROFILES USING 2D SHALLOW WATER FLOW MODEL AND ADJOINT METHOD

渡邊 明英¹・見上 哲章²・小島 崇¹・松延 和彦¹ 鈴田 裕三³・富澤 慎二郎³ Akihide WATANABE, Tetsuaki MIKAMI, Takashi KOJIMA, Kazuhiko MATSUNOBU, Hiromi SUZUTA and Shinjiro TOMIZAWA

¹正会員 工博(株)東京建設コンサルタント 環境防災事業本部(〒170-0004 東京都豊島区北大塚1-15-6)
²正会員 工修(株)東京建設コンサルタント 環境防災事業本部(〒170-0004 東京都豊島区北大塚1-15-6)
³正会員 工修 朝日航洋株式会社 社会空間情報事業部(〒350-1165 埼玉県川越市南台3-1-1)

It is important to monitor and estimate the change in the water surface profiles along banks over time precisely, to reduce the flood damage. In this paper, we present the assimilation method the water surface profiles by using the adjoint method into the two dimensional shallow water flow model, and applied the method to two floods in 2011 and 2015 in a reach of Tone River between 133km and 152km.

The shape and elevation of the river and vegetation are measured from a helicopter with Airborne LiDAR Bathymetry (ALB) to make a numerical river model. The rate of flow, roughness coefficients, and permeability coefficients of trees are estimated automatically in the adjoint model. In about 10 times of iterations, the validity of data assimilation of water surface profiles is shown in the computation results.

Key Words : adjoint method, data assimilation, Tone River, water surface profile, Airborne LiDAR Bathymetry

1. はじめに

近年の気候変動に伴い、雨の降り方が局地化・集中化 しており、水災害が頻発化・激甚化する可能性が高い. 急増する可能性がある洪水による人的被害を軽減するた めにはハードウェア対策の他に、即時対応可能な避難・ 水防活動等を含めたソフトウェア対策も必要である.河 川水の溢水、越水の危険度や堤防の決壊の切迫度を示し、 避難を促すためには水位情報の提供が有効であると考え られる.このためには、きめ細やかな左右岸の河川縦断 水位形の監視と越水危険性箇所の早期把握と迅速な危険 度情報の住民への伝達が肝要となる.現在、縦断水面形 を計測する水位計が設置されつつあり、いずれはXRAI N等の様に密な水位モニタリング情報のリアルタイム提 供だけでも有益な防災情報になり得ると思われる.

しかしながら、自治体を含め、全国的には未だ十分な

整備が行われていないため,現存の粗な間隔の観測水位 を用いて、密な情報である縦断水面形の時間変化を精度 良く推定することが必要である.

福岡^{1),2}は、河道特性を反映した長い区間において、縦 断的に取得された観測水面形の時間変化を境界条件とし て、洪水流動を適切に説明可能なモデルを用いて解析す る方法が、河川水理の理解や洪水流の見える化に適して いることを長年の研究成果から示している.

本研究は、福岡らの研究成果を踏まえ、縦断的に粗な 点情報である観測水位の時間情報を基に平面二次元洪水 流の同化解析を行うことにより、線もしくは面の情報で ある左右岸における縦断水面形時間変化のリアルタイム 同化解析値を詳細な洪水危険度情報として提供する方法 について検討するものである.本文では、洪水流リアル タイム同化解析の実用化を目指して、利根川133km-152 kmを検討対象区間として平成23年9月及び平成27年9月 の2出水に対する平面二次元流同化解析を行い、本手法 の実河川への適用性について検討を行った結果について 述べる.

同化解析は解析値と観測値の差であるミスフィットを 最小化する解析値を求める手法である. 一般にミスフィ ットの関数として表される尤度や評価関数に対して初期 条件や境界条件、モデルパラメータなどの入力条件であ る制御変数を最適化するようにパラメータ同定した解析 結果が同化解析値である. 最適化の手法として様々な方 法が提案されている. アンサンブルカルマンフィルター 3)に加え、粒子フィルター4などの手法が提案されている が、これらの方法は、観測情報の取得時に逐次的に解析 データを修正・更新していく方法である.一方,時間や 空間に対して連続的な同化解析値を得る手法にアジョイ ント法5,6がある.アジョイント法では、ラグランジュの 未定係数法に基づいて入力条件に対する変分を求め、条 件付の最小二乗法に相当する最尤推定に基づいて最適化 を行う方法の一つである.本研究では、縦断水面形の連 続的な時間変化を得るために、アジョイント法を採用し た.

2. 検討対象

検討対象となる利根川上流域(図-1,133km-152km)の 河道特性と近年(H23年9月台風15号,H27年9月台風18号) の洪水を以下に示す.図-1中▲印には水位計が設置され ている.

本研究では、国土交通省利根川上流河川事務所より提供いただいた既往の検討資料や観測データと、本研究による現地踏査及びヘリコプターを用いたレーザ航空測量(Airborne LiDAR Bathymetry,以後ALB)から、河道特性や対象洪水について整理し、解析モデルの構築及び諸条件の設定を行った。今年度実施したALB計測結果を以下に示す。

(1)河道特性

現況の地形,地被条件を把握するために,現地踏査を 2016年8月24日,25日の2日間,ALB計測を2016年10月20 日,21日に実施した.ALBの計測緒言を表-1に示す.こ こで,水中の計測密度はアザーパルスを含んだ値となっ ている.

まず,平成23年9月時点の河道特性を整理した.地盤 高は,平成24年の定期横断測量と平成25年のLPデータ から作成し,植生の平面分布は平成23年の植生調査(河 川環境情報図)から計算メッシュ単位で整理した.樹高 は平成25年のLPデータから算出された値を用いた.

次に、平成27年9月時点の河床形状は、ALBによって 地上及び水中部の地盤高を同時に取得することを試みた. 図-1にALB計測で得られた地盤高図を示す.水深が2m を超える範囲で欠測が生じており、その割合は全体の約 2%であった.以降の解析において欠測している範囲は, 平成24年定期横断測量成果で内挿し河道データを作成し た。植生の平面分布は、ALBで得られたパルスデータに VOXCEL解析を適用し得られた植生の鉛直密度から図-2 に示すように整理した. 樹高はVOXCEL解析結果から 1m単位で整理した. 図-2中では高い樹木(5m以上), 低 い樹木(2m~5m), それ以下の3種類に分類を示す. 本論 では、ALB計測の精度検証の詳細については割愛するが、 平成24年の定期横断測量成果と平成28年10月のALB計測 断面での地盤高の比較を行った結果、その差は標準偏差 で陸上部,水中部ともに35cm程度であり,比較する断 面の年次が違うことから妥当な結果と思われた.

表-1 ALB計測緒元

機材	項目	緒言		
ヘリコ	機体	AS350B3		
プター	対地速度, 対地高度	120km/h, 400m		
	レーザ装置	Leica Chiroptera TM II		
ALB	地上(近赤外)	225kHz(実績:17.8点/m ²)		
	水中(グリーン)	35kHz(実績:13.2点/m ²)		



図-1 ALB計測(H28.10)による地盤高図



図-2 植物群の平面分布図と樹高(H28.10:ALB+VOXCEL解析)

(2) 対象洪水の特性

近年の代表的な出水として、平成23年9月台風15号 (H23年9月21日6時~9月22日6時)と平成27年9月台風18号 (H27年9月8日18時~9月11日18時)を対象として、同化解析 及び精度検証を行う. ここでは、対象2洪水について整 理する.対象区間において、データを精査した結果、新 堀川排水樋管,利根川1385(138.5km)は欠測扱いとした. 観測されている水位を図-3に示す.流量に関しては、川 俣(150.2km)では平成27年9月台風18号出水,埼玉大橋 (136.5km)では平成23年9月台風15号に対して, 浮子流観 が実施されている. ただし本研究では、埼玉大橋地点の 水位は渡良瀬川の影響があり,流量の評価地点として適 切ではないと考え、埼玉大橋での流量は同化に用いない 事とした. 利根川1330(133.0km)は, 渡良瀬川合流点から 約1km上流に位置している.対象2洪水では、水面勾配 が逆転していないことから、下流端水位条件として所与 し、渡良瀬川の水面形への影響を考慮した.



3.水面形時間変化の同化解析モデルの構築

(1) 推定法の考え方と制御変数

一般的に観測所水位の時間変化は定点で精度良く計測 されている. 縦断的に整備された観測所水位の時間変化 は、観測所間等の水面形の移動や変形の時間変化情報を 表している. このため、精度の高い縦断水面形時間変化 を推定するには、点情報から得られる観測水位縦断の時 間変化に計算水位が一致するように、解析結果に影響す る制御変数(境界値・初期値・パラメータ等)を最適化す ることが重要と考える.本研究ではこの考えに従い収支 や力学との整合性の高いアジョイント法による水面形同 化解析モデルを構築する. 下流端水位は観測値を真値と して与え、最適化する制御変数は、上流端からの流量ハ イドログラフと粗度係数及び樹木透過係数を対象とした. 本研究では計算開始までの助走期間を設け初期条件の影 響は考慮しない、洪水期間中の河床変動の影響は考慮し ていない.上流端は川俣より上流2.8kmに設定しており、 これを推定するため、計算をする時にハイドログラフが 与えられている必要はない.

(2)評価関数

評価関数は式 (1)で定義する. 右辺第1項 J_H 及び第2項 J_Q は、それぞれ観測水位と計算水位のミスフィット、

流量観測値とのミスフィットである.第3項 J_{n_init} 及び第 4項 J_{K_init} は、それぞれ同化解析の事前に設定する粗度係 数及び樹木透過係数と同化後の最適値との差異を表すも ので、説明可能な値に収まるようにある程度の拘束を与 えている.なお、式(1)の評価関数で最も大きなウエイト を占めるものは第1項の水位の適合度である.

$$\begin{split} &J(\underline{Q}_{bound}, n, K) \\ &= J_{H} + J_{Q} + J_{n_init} + J_{K_init} \\ &= \prod_{Ta}^{T} \sum_{A} \sum_{mH} \sum_{k} \delta(x - x_{mH}, y - y_{mH}, t - t_{k}) \frac{\{H_{c}(x, y, t) - H_{o}(x, y, t)\}^{2}}{2\sigma_{Ho}^{2}} dAdt \\ &+ \prod_{Ta}^{T} \sum_{A} \sum_{mQ} \sum_{k} \delta(x - x_{mQ}, t - t_{k}) \frac{\{Q_{c}(x, t) - Q_{o}(x, t)\}^{2}}{2\sigma_{Qo}^{2}} dAdt \\ &+ \sum_{id=1}^{num_an} \frac{\{n(id) - n_{init}(id)\}^{2}}{2\sigma_{n_init(id)}^{2}} + \sum_{id=1}^{num_an} \frac{\{K(id) - K_{init}(id)\}^{2}}{2\sigma_{K_init(id)}^{2}} \quad (1) \end{split}$$

ここに, $T_{a, T}$:同化開始時刻,終了時刻, (x_{mH}, y_{mH}) : 水位観測点の位置, t_{k} :観測時刻, x_{nQ} :流量観測の横断 測線の位置, H_{o} :観測水位, H_{c} :計算水位, Q_{o} :観測流量 (HQ換算流量), Q_{c} :計算流量, σ_{Ho} :観測水位の誤差標準偏 差, σ_{Qo} :観測流量の誤差標準偏差, Q_{bound} :上流端流量ハ イドログラフであり10分間隔で推定する. num_{an} :最 適化する粗度係数の区分数, n_{init} :同化解析の最初に設 定した粗度係数値, n:最適化する粗度係数値, $\sigma_{n_{init}}$:粗 度係数値のバラツキ(標準偏差), num_{ak} :最適化する樹 木透過係数, K:最適化する樹木透過係数, $\sigma_{K_{init}}$:透過係 数値のバラツキ(標準偏差)である.

(3) 浅水流モデル

流れ場の基礎方程式は、福岡・渡邊ら[¬]の一般座標系 物理成分表示の平面二次元非定常流解析モデルを用いる. 連続式を*F_h* ξ, η方向の運動方程式を*F_U*, *F_V*と記載する. 粗度係数及び樹木透過係数は同化期間一定とする.

(4) アジョイント法

a) 汎関数とアジョイント方程式

上記(3)の浅水流モデルを満足する制約条件の下,上流 端流量ハイドロと粗度係数等を最適化することで式(1)の 評価関数値を最小化する.この制約条件ありの問題をラ グランジュの未定定数法を用いることで,制約条件なし の最適化問題として扱う.具体的には,解析モデルの従 属変数 $\theta = \theta(h, U, V)$ に対応するラグランジュ未定係数を $\lambda_{\theta} = \lambda_{\theta}(\lambda_{h}, \lambda_{v}, \lambda_{v})$ とし,汎関数 *L* を式(2)で定義する.

$$L = J + \int_{T_a}^{T} \int_{A} \left(\lambda_h \cdot F_h + \lambda_U \cdot F_U + \lambda_V \cdot F_V \right) dA dt$$
(2)

各従属変数に対応する20のアジョイント方程式は,汎関数の停留条件 ∂L/∂θ=0 から得られる.実際は,偏微分方程式に基づく連続系から求めるのでなく,差分方程式からの変分に基づきアジョイント方程式を誘導している. この方法では観測値と解析値のミスフィットの二乗和の 変分勾配がラグランジュの未定係数(随伴変数)を通し てその輸送及び連続の方程式に基づいて制御変数による 変分へ輸送される.

b) 評価関数の勾配量と最適化法

制御変数による評価関数の勾配は以下のように求められる.上流端流量境界条件による勾配 $\partial J/\partial Q_{bound}$ は、境界条件を含む領域での差分方程式の変分に基づきラグランジュの未定係数から求められ、粗度係数や透過係数に対しては、ラグランジュの未定係数が掛かった対応する変分項の領域積分から得られる.粗度係数に関して整理すれば式(3)に示す通りである.

$$\frac{\partial J}{\partial n(id)} = \int_{T_a}^{T} \int_{A} \left(\lambda_U \cdot \frac{\partial F_U}{\partial n(id)} + \lambda_V \cdot \frac{\partial F_V}{\partial n(id)} \right) dAdt$$
(3)

本手法では、ある流量ハイドログラフ及び粗度係数値 等に対する評価関数値を式(1)から、その勾配を式(3)等 により算定し、準Newton法を用いた繰り返し計算によ り評価関数を最小化する上記の制御変数を推定した.

図-4に同化解析手順を示す. 収束判定は, 観測誤差標 準偏差程度まで計算水位が観測水位に合致するまで繰り 返した.

(5) 平面2次元流解析モデルの計算条件

本研究では、前述の2洪水に対して2章で整理した河道 条件や地被条件を用いて、平面2次元流解析モデルを構 築した.計算メッシュは縦断、横断方向に約30mとし、 上流端(153.0km)に流量境界条件、下流端(133.0km)に水 位境界条件を設定した.下流端は利根川133.0kmの観測 水位を所与する.上流端流量及び粗度係数は前述の (4)b)にしたがって修正された.

(6) 観測誤差や同化解析への初期設定値

表-2に、観測所水位等の誤差標準偏差を示す.同化に は表-2中の水位観測所3地点と流量観測所1地点を用いた. 観測誤差は不明なため経験的に10cmとした.谷田川樋 管はデータ精査の結果、他の水位観測値に対して重みを 小さくして扱った.川俣では昭和橋で流量観測が実施さ れている.本研究では流量観測誤差を20%と仮定した.

表-5に粗度係数の初期設定値と範囲等を示す.高水敷の地被区分については、河川環境情報図やVOXCEL解析結果に基づいて設定した. 粗度係数の初期値や範囲は既往洪水の逆算粗度や手引き⁸を参考に設定した.

樹木群の抵抗は以下のように設定した。樹高は2章に 示したALB計測結果(図-2)から与え、透過係数は粗密に 関係なく1区分とし、既往文献値⁹を基に初期設定を 40m/s、最小値を20m/s、最大値を80m/s、標準偏差を8m/s とした。ALB計測結果やVOXCEL解析結果から樹木高 のみ考慮したが、樹木密度の推定方法は今後課題である。

上流端流量ハイドログラフの初期設定値には、川俣地 点のHQ換算流量ハイドログラフを流下遅れ時間を考慮 せずに与えた.



図-4 縦断水面形時間変化の同化解析の手順

表-2 観測誤差の設定

観測所	項目	観測誤差の標準偏差	
川俣(昭和橋)	流量	各時刻のHQ換算流量の20%	
川俣(150.2k左岸)	水位	10cm(10分データ)	
谷田川樋管(143.0k右岸)	水位	20cm (60分データ)	
埼玉大橋(136.5k右岸)	水位	10cm (10分データ)	

表-3 粗度係数の初期設定値と範囲等の設定

区分	初期値	最小値	最大値	標準偏差	
低水路(153k~143k)	0.027	0.020	0.035	0.0025	
低水路(143k~133k)	0.025	0.018	0.030	0.0025	
草本(低)	0.035	0.025	0.050	0.0035	
草本(高)	0.050	0.030	0.080	0.0050	
グラウンド・芝地	0.025	固定			
樹木群の地表面	0.025	固定			

4. 同化解析結果

本節では構築したモデルを用いて,対象2洪水の縦断 水面形時間変化の同化結果を示す.

(1) 平成23年9月台風15号洪水

評価関数値の変化を図-5に示す.この計算においては, 評価関数の値は反復回数が10回程度で一定値となった. ここで,反復回数は図-4に示す[連続式、運動式の時間 積分]~<収束判定>の繰り返し回数である.

図-6に、粗度係数及び樹木の透過係数の変化を示す.初 期設定値を適切に設定することで、粗度係数や透過係数 は大きく変化することはなく、反復回数の4回目以降は いずれの値も一定値となっている.

次に、上流端に近い川俣地点の流量を図-7に示す. ピークの流量が増加し、低減期の流量がHQ換算流量よ り低く計算されている.

図-8、図-9に川俣と埼玉大橋地点の水位ハイドログラフ の同化結果を示す.赤線で示した計算1回目では、川俣 の水位は全体的に遅れており、特に低減期では観測値よ り1m程度高い結果となっている.アジョイント法によ



図-7 反復回数と川俣流量の比較(H23.9洪水,利根川150.2km) り上流端流量や粗度係数などを修正することで,11回目 には観測値を概ね再現していることが確認できる. 埼玉 大橋では,1回目から概ね再現されている. 埼玉大橋地 点では,川俣ほど水位ハイドログラフの変化はなく,11 回目の結果は,観測値を良く再現していた.

同化解析によって得られた,左右岸の縦断水面形を図 -10に示す.洪水の立ち上がり,ピーク,低減期におい て▲で示した観測値と整合が取れていることが確認され た.観測所間の水面形については,観測点が不足してお り確認できていないため,今後水位観測点の多い条件下 で検証が必要と考えられた.また,□で示した痕跡水位 と比較しピークの縦断水面形は同化された水位が高い傾 向にあり,水位観測値と比べて低くなっているため,特 に比較を行っていない.

(2) 平成27年9月台風18号洪水

評価関数値の変化を図-11に示す.計算1回目の評価関 数の値は平成23年9月の結果と比べて大きいが、収束の 傾向や収束した値は同程度であった.次に、図-12に粗 度係数及び樹木の透過係数を示す. 粗度係数は, 反復7 回目,8回目で0.01程度変化しているが、最終的に同定 された粗度係数は平成23年の結果と大きくは変わらな かった. 両洪水ともに草本の粗度係数が最も変化してい た.樹木の透過係数は、平成23年9月の計算では50m/s程 度に対し、平成27年9月の場合は80m/s弱となり、同定さ れた値に差が生じている. この差は、繁茂状況が変化し たことによる影響が同定結果として現れている可能性が ある.しかし、同化に用いる水位観測点が3地点と少な く、複数の粗度係数や透過係数を上流端流量と同時に同 定した場合、観測水位を満足するパラメータの組み合わ せが複数存在し、同定された値が正しいとは限らないた め、水位観測点を複数含む条件下での検証が必要と考え られた.

図-13に川俣地点の流量ハイドログラフの反復による 変化の様子を示す. 浮子流観が実施されているので,合 せて表記している.反復1回目では,HQ換算流量と同じ 波形であるのに対し,5回目には11回目と同様の波形と



図-15 水位の同化結果(H27.9洪水,利根川136.5km,埼玉大橋)

なり、低減期に若干の変化がある程度であった.また、 同化結果で得られた流量ハイドログラフは、浮子流観に 近い結果となっていることが確認された.図-14,15に示 す水位ハイドログラフについても平成23年9月の再現検 証と同様に、反復を繰り返すことで観測値と整合の取れ た水位変化を表現しており、アジョイント法による同化 が適切に行われていることが確認された.

図-16に同化解析で得られた縦断水位を示す.縦断水 位は谷田川排水樋管で立ち上がりが低めに計算されてい るが、川俣、埼玉大橋(136.5km)では観測値と概ね一致 している.対象区間では低減期に143.5kmより上流側と 比べ、下流側の水面勾配が小さくなる傾向にあるが、同 化解析でも洪水の立ち上がり、低減それぞれについて適 切に水面形が表現されていることが確認された.



図-16 同化解析で得られた水位縦断の時間変化(H27.9洪水)

(3)川俣の流況と同化解析結果のまとめ

図-17に、b)で得られた同化解析結果(流速ベクトル図, H23年9月21日22時)を示す.この時の川俣の水位はY.P. 20.05mで,流量は2,000m³%であった.川俣の水位観測所 は昭和橋の下流部に位置し,左岸寄りに中州が大きく発 達し右岸から左岸に向かう流れとなっている.このよう な状態の場所は,観測所としては不向きであり,計算区 間の上流端としても適切ではないと考えられる.本研究 で示した考え方を用いることで,上記で示したように観 測所が無い任意の位置に上流端を設定でき,上流端の流 量が不明でも,計算区間内にある観測水位に整合の取れ た流況解析が行える事が確認された.あらかじめ河道の 粗度係数や樹木等の条件を精査し設定しておけば,より 簡便に水位情報から縦断水面形を再現可能と考えられる.



図-17 川俣周辺の流況(H23年9月21日22時)

5. まとめ

- ・ALB計測とVOXCEL解析から、水中部を含む詳細な 地形と樹木の分布等を良好に取得された.
- ・利根川上流区間において平面2次元流モデルにアジョ イント法を適用した、縦断観測水位に整合した水面形 の時間変化を推定するモデルを構築した。
- ・構築したモデルを用い,近年の2洪水を対象に同化解 析を実施し,アジョイント法に基づく10回程度の反復 計算により,観測水位と縦断水面形の時間変化を自動 的に再現可能であることが確かめられた.

謝辞:本研究は平成28年度河川砂防技術研究開発公募河 川分野【洪水時の水理現象を把握するための水理解析及 び観測の高度化に関する技術研究開発(A)解析】研究 テーマ:水理解析と水位観測データ同化技術を組み合わ せた河川縦断水位及び越水氾濫危険度の把握・予測手法 の開発(研究代表者:渡邊明英)の補助を受けて行われた. また,本研究で用いたALB計測以外のデータは,国土交 通省関東地方整備局利根川上流河川事務所より提供して いただいた.ここに記して深く感謝の意を表します.

参考文献

- 1) 福岡捷二:洪水流の水面形観測の意義と水面形に基づく河川 の維持管理技術、河川技術論文集、第12巻、pp.1-6, 2006.
- 2) 福岡捷二:洪水流の水位と流量の今日的考え方-多点で観測 された洪水水位と水面形から河道の水理システムを見える化 する-,土木学会論文集B1(水工学) Vol.73, No.4, I_355-I_360, 2017.
- 3) 牛山朋來・佐山敬洋・岩見洋一・三好建正:2011年台風12 号・15号を対象としたアンサンブル降雨流出予測実験,河川 技術論文集,第20巻, pp.455-460,2014.
- 4) 立川康人・須藤純一・椎葉充晴・萬和明・キムスンミン: 粒 子フィルタを用いた河川水位の実時間予測手法の開発, 土木 学会論文集B1(水工学) Vol.67, No.4, I_511-I_516, 2011.
- 5) 吉田圭介・石川忠晴: Adjoint法による流量ハイドログラフ推 定法に関する研究, 土木学会論文集B1(水工学) Vol.68, No.4, I_1264-I_1266, 2012.
- T.Kurahashi and M.Kawahara: Application of second-order adjoint technique for conduit flow problem, International Journal for Numerical Methods in Fluids, Vol.54, pp.1269–1290, 2007.
- 7) 渡辺明英・福岡捷二・Alex George Mutasingwa・太田勝: 複 断面蛇行河道におけるハイドログラフの変形と河道内貯留の 非定常2次元解析,水工学論文集,第46巻, pp.427-432, 2002.
- 8) (財)国土技術研究センター編:河道計画検討の手引き, 2002.
- 9) 福岡捷二・藤澤寛・大沼史佳: 利根川河道の樹木群透過係数 と高水敷粗度係数,河川技術論文集,第13巻,pp.333-338, 2007.

(2017.4.3受付)