

# 現地河川への適用を考慮した 空隙率の変化を反映した河床変動計算

## NUMERICAL SIMULATION OF BED-POROCITY VARIATION APPLYING TO ACTUAL RIVER

岩見収二<sup>1</sup>・細井寛昭<sup>2</sup>・藤田正治<sup>3</sup>

Shuji IWAMI, Hiroaki HOSOI and Masaharu FUJITA

<sup>1</sup>正会員 博(工) 株式会社建設技術研究所 中部支社河川部(〒460-0003 愛知県名古屋市中区錦1-5-13)

<sup>2</sup>正会員 修(工) 株式会社建設技術研究所 中部支社河川部(同上)

<sup>3</sup>正会員 工博 京都大学教授 防災研究所(〒612-8235 京都市伏見区横大路)

Downstream of cross river structure, such as dams, it is often investigated that the grain size distribution becomes coarsened because of interruption of sediment transportation. If fine sands supplied to the coarsened bed, the porosity is decreased and the bed material becomes finer without bed deformation. Furthermore, the change of void structure of river bed is very important issue for habitats.

It is necessary to evaluate the river bed deformation with change of porosity and its influence on habitats. However, the practical method to evaluate the process is not established.

In this study, bed-porosity variation model easily to apply to the actual river is constructed. Then this model is applied to numerical channel on actual river scale, and it is confirmed that the model is able to simulate the bed deformation and porosity change with selective sediment supply, such as supply only fine sand from dam.

**Key Words :** bed variation model, porosity, grain size distribution, river bed deformation

### 1. はじめに

近年、堆砂が進行しているダムの堆砂対策として、ダム下流への排砂が行われるようになってきた<sup>1)</sup>。排砂の工法は、土砂バイパスやスルーシング・フラッシング、下流河川への置き土など多岐にわたる<sup>1)</sup>。これらの対策は、ダム機能を維持する上で有効であるが、このとき下流に排砂される土砂の粒径は、自然に流送される土砂とは異なり、採用する工法によっては細粒分が卓越するなど、選択的になる可能性がある。

下流河川では、土砂供給量の増加に加え、供給土砂の粒径の変化、供給されるタイミングの変化等により、河川物理環境の変化が生じることが想定され、これらの影響をあらかじめ予測、評価しておくことが重要となる。土砂供給を阻害するダム等の河川構造物下流では、河床材料の粗粒化、アーマ化が生じ、礫間からの細粒分の流出により空隙率の増加が生じていることがある。このような粗粒化した河床にダムの排砂等により選択的に細粒分が供給されると、礫間に細粒分が充填され、空隙率の

減少を伴う細粒化が生じることが想定される。こうした場合、土砂堆積が生じても堆積した土砂が礫間に充填されるため、河床高の変化が生じない可能性がある。さらに、河床材料の空隙構造は、河床内の浸透流や生物の生息場にとって極めて重要な要素となっている<sup>2)</sup>。また、河床の空隙構造により、土砂移動状況が変化することが指摘されている<sup>3)4)5)6)</sup>。このように、土砂供給の変化に伴う空隙率の変化は、河川の物理環境、生物生息環境に影響を与えることが想定される。

ダムからの排砂を適切に設定するためには、下流河川における治水、利水への影響に加え、上記のような流砂環境や物理環境・生物環境への影響を評価しておくことが重要であり、そのためには空隙率の変化を把握することが必要となる。供給土砂量の変化による下流河川への影響を評価する手法として、一般的に河床変動解析が用いられているが、従来の河床変動モデルは河床材料の空隙率を一定として扱うため、空隙率の変化を伴う河床高の変化を表現できない。治水・利水・環境への影響を評価するための河床変動解析には、空隙率の変化を解析できることが必要となるが、現状ではその実用的な手法は

確立されていない。

平野<sup>7)</sup>は、空隙率の変化がアーマ化過程にある河床以下の見積もりに与える影響に言及しているものの、モデルへの反映は行っていない。礫間への細粒分の充填や空隙率の変化を考慮した河床変動モデルは関根ら<sup>8,9)</sup>、藤田ら<sup>10)</sup>により提案されている。しかし、関根らのモデルは2粒径を対象としており、連続した粒度の河床材料を扱うには至っていない。藤田らのモデルは連続した粒度の河床材料を扱っているが、計算負荷等の観点から、長期的な予測を必要とする実河川への適用には適していない。

そこで本研究では、藤田らのモデルを参考に、実河川に適した空隙率の変化を考慮した河床変動モデルを構築した。さらに、構築したモデルを実河川スケールの数値水路に適用し、供給土砂量の変化による粒度と空隙率の変化を計算したいいくつかの計算例を示す。

## 2. 空隙率変化を考慮した河床変動モデルの構築

### (1) 河床変動モデルの概要

藤田らの空隙率変化を考慮した河床変動モデル<sup>10)</sup>は、水理量の解析方法、空隙率の解析方法等において、計算負荷が高く数年～数十年単位の期間の予測を必要とする実河川への適用には適していない。本研究では、藤田らの空隙率の算定方法を参考に、実用性の観点から以下の特徴を有するモデルを構築した。

①数年から数十年の長期計算が可能となるよう流れの計算に不等流計算を適用し、解析の負荷を軽減

②河床高と空隙率の解析は、陰的な解析を必要とするが、本モデルでは計算ステップ毎に交換層厚を補正する考え方を新たに導入し、陽的な解析方法を構築

③粒度変化に起因した空隙率変化に着目し、河床材料の粒度より空隙率を算定

なお、河床材料の空隙率は締固め作用等によっても変化するが、本研究では藤田らのモデルと同様に河床材料の粒度組成と空隙率の関係に着目し、③の仮定を設けている。

### (2) 河床変動モデルの概要

空隙率変化を考慮した河床変動モデルの基礎式は、以下の流れの連続式、運動方程式、河床の連続式、粒径毎の連続式で構成される。

連続式：

$$q = hu \quad (1)$$

運動方程式：

$$\frac{dH}{dx} + \frac{d}{dx} \left( \frac{u^2}{2g} \right) + \frac{n^2 u^2}{R^{4/3}} = 0 \quad (2)$$

河床の連続式：

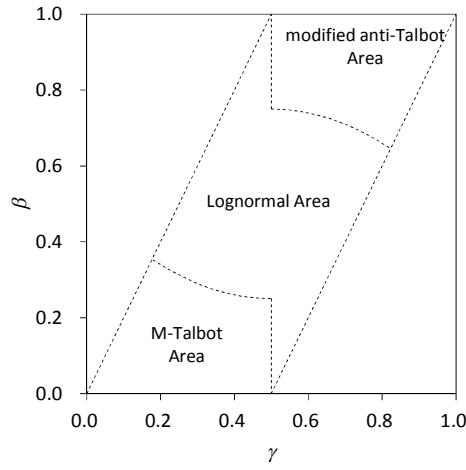


図-1 粒度の領域区分<sup>10)</sup>

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{z_0}^{z_b} (1-\lambda) dz + \frac{\partial q_s}{\partial x} = 0 \quad (3)$$

粒径毎の連続式：

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{z_0}^{z_b} (1-\lambda) p_j dz + \frac{\partial q_{sj}}{\partial x} = 0 \quad (4)$$

ここに、 $q$ ：流量、 $h$ ：水深、 $u$ ：流速、 $H$ ：水位、 $g$ ：重力加速度、 $n$ ：マニングの粗度係数、 $R$ ：径深、 $t$ ：時刻、 $z_0$ ：河床基準面、 $z_b$ ：河床位、 $\lambda$ ：空隙率、 $q_s$ ：流砂量、 $x$ ：縦断距離、 $p_j$ ：粒径の存在割合であり、添え字 $j$ は $j$ 番目の粒径階を表す。

空隙率は河床材料の粒度組成をもとに算定する。詳細な算定方法は藤田ら<sup>10)</sup>に示すとおりである。計算方法の概要を以下に示す。

まず、Sulaiman<sup>11)</sup>らの手法を適用し、式(5)、(6)から得られる $\beta$ 、 $\gamma$ を図-1の $\beta$ - $\gamma$ 空間 ( $0 < \beta < 1$ ,  $0 < \gamma < 1$ ) にプロットすることにより、河床材料を対数正規分布型とタルボット分布型に分類する。

$$\beta = \frac{\log d_{\max} - \log d_{\text{peak}}}{\log d_{\max} - \log d_{\min}} \quad (5)$$

$$\gamma = \frac{\log d_{\max} - \log d_{50}}{\log d_{\max} - \log d_{\min}} \quad (6)$$

ここに、 $d_{\max}$ ：最大粒径、 $d_{\min}$ ：最少粒径、 $d_{\text{peak}}$ ：密度関数がピークをとるときの粒径、 $d_{50}$ ：50%粒径である。

次に、空隙率は、粒子充填モデル<sup>12)</sup>と現地資料から藤田ら<sup>10)</sup>によって得られた図-2及び図-3を用いて以下のように算定する。河床材料が対数正規分布型の場合の空隙率は、図-2に示す標準偏差と空隙率の関係（図中の破線）から求める。タルボット分布型の場合は、図-3に示すタルボット数と空隙率の関係（図中の3本の直線）から求める。なお、ここで適用するタルボット分布は、Sulaiman<sup>11)</sup>らにより修正された次式の修正タルボット分布である。

$$f(d) = \frac{1}{\log_e 10} \frac{1}{d} \left( \frac{\log(d/d_{\min})}{\log(d_{\max}/d_{\min})} \right)^{n_T} \quad (7)$$

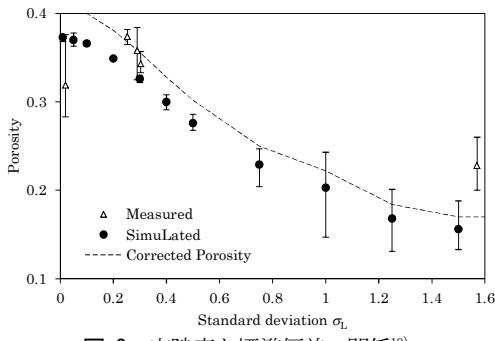


図-2 空隙率と標準偏差の関係<sup>10)</sup>

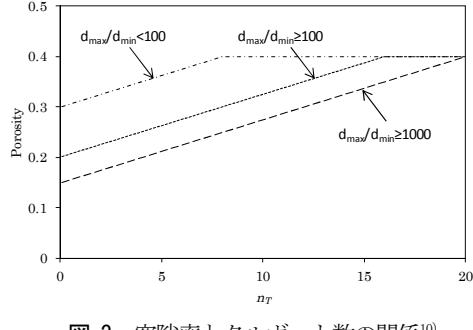


図-3 空隙率とタルボット数の関係<sup>10)</sup>

ここに,  $f(d)$ : 粒径の確率密度関数,  $n_T$ : タルボット数である.

### (3) 河床の連続式、粒径ごとの連続式の離散化

河床の連続式、粒径ごとの連続式を平野<sup>7)</sup>による交換層モデルの考え方を基に離散化した。式(3), (4)より、河床高を得るために同時刻の空隙率を知る必要があり、本来は両者を陰的に解く必要がある。しかし、陰解法による場合、解析負荷が高く実用性に劣ることが想定される。そのため、交換層厚を空隙率変化に応じて補正する方法を新たに導入することにより、計算負荷の低い陽的な解法を構築した。すなわち、まず、時刻 $t$ の空隙率と土砂収支から河床変動高の第一近似値 $\Delta z_b^t$ を求め、次に交換層厚が所与の値 $a$ となる空隙率の第一近似値 $\lambda_1^t$ と交換層下面高 $z_0^{t+\Delta t}$ および河床材料の粒度変化を求め、最後に河床材料の粒度構成 $p_{j,1}^{t+\Delta t}$ から求まる空隙率 $\lambda^{t+\Delta t}$ を用いて、質量保存則から交換層厚を $a^{t+\Delta t}$ に修正することにより時刻 $t+\Delta t$ の河床高 $z_b^{t+\Delta t}$ を求める方法とした。計算の流れを図-4に示す。

新たに導入した交換層厚を補正する陽的な解法による交換層モデルの模式図を図-5に示す。図-5より、

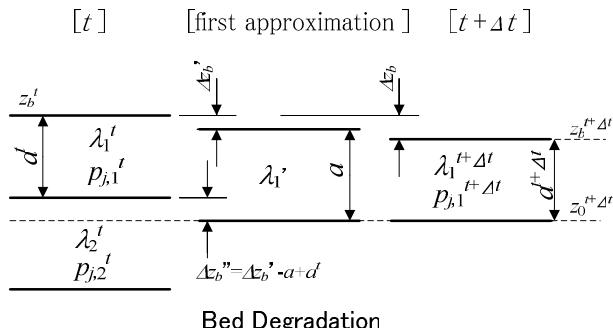


図-5 交換層モデル化の模式図

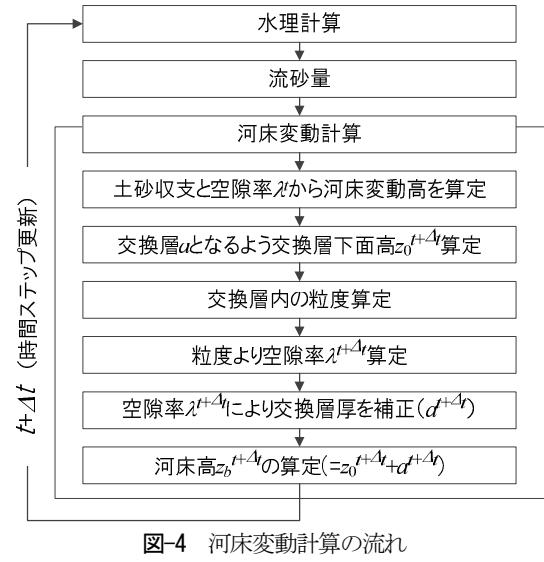


図-4 河床変動計算の流れ

$\lambda_1^t = \left\{ (a^t - \Delta z_b^t) \lambda_1^t + \Delta z_b^t \lambda_2^t \right\} / a$ ,  $\Delta z_b^t = \Delta z_b^t - a + a^t$  において式(3)を離散化し,  $\Delta z_b^t$ について整理すると,

$$\Delta z_b^t = - \frac{\Delta t}{(1 - \lambda_1^t)} \frac{q_s^{x+\Delta x} - q_s^x}{\Delta x} \quad (8)$$

を得る。これより得られる $\Delta z_b^t$ と所与の交換層厚 $a$ を用い、河床基準面を交換層下面高として、次ステップの交換層下面高 $z_0^{t+\Delta t}$ を次のようにとる。

$$z_0^{t+\Delta t} = z_b^t + \Delta z_b^t - a \quad (9)$$

次に、式(8)の $\Delta z_b^t$ を用いて式(4)を離散化し、 $p_{j,1}^{t+\Delta t}$ について整理すると、河床低下、河床上昇の場合に対してそれぞれ式(10), 式(11)を得る。

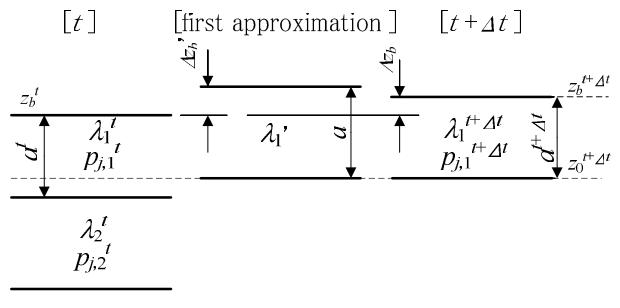
河床低下 :

$$p_{j,1}^{t+\Delta t} = \frac{1}{(1 - \lambda_1^t)a} \cdot \left[ \left\{ (1 - \lambda_1^t)p_{j,1}^t a^t - (1 - \lambda_2^t)p_{j,2}^t \Delta z_b^t \right\} - \frac{q_{sj}^{x+\Delta x} - q_{sj}^x}{\Delta x} \Delta t \right] \quad (10)$$

河床上昇 :

$$p_{j,1}^{t+\Delta t} = \frac{1}{(1 - \lambda_1^t)a} \cdot \left[ \left\{ (1 - \lambda_1^t)p_{j,1}^t (a - \Delta z_b^t) \right\} - \frac{q_{sj}^{x+\Delta x} - q_{sj}^x}{\Delta x} \Delta t \right] \quad (11)$$

これらの粒径ごとの存在割合 $p_{j,1}^{t+\Delta t}$ より得られる河床材料の粒度組成を用い、前述の方法により空隙率 $\lambda^{t+\Delta t}$ を算定する。最後に、得られた空隙率を用いて式(12)に



Bed Aggradation

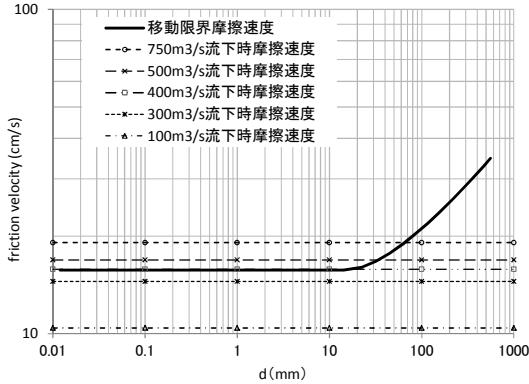


図-6 粒径と移動限界摩擦速度の関係

より交換層厚を補正し、これを式(9)の交換層下面高 $z_0^{t+\Delta t}$ に加えることにより河床高 $z_b^{t+\Delta t}$ を得る（式(13)）。

$$a^{t+\Delta t} = a \frac{1 - \lambda_1}{1 - \lambda_1^{t+\Delta t}} \quad (12)$$

$$z_b^{t+\Delta t} = z_0^{t+\Delta t} + a^{t+\Delta t} \quad (13)$$

#### (4) 流砂量式

粒径別掃流砂量は式(14)に示す芦田・道上式<sup>13)</sup>を用いた。

$$\frac{q_{bj}}{\sqrt{sgd_j^3}} = 17\tau_*^{3/2} \left( 1 - \sqrt{\frac{\tau_{*cj}}{\tau_*}} \right) \left( 1 - \frac{\tau_{*cj}}{\tau_*} \right) p_j \quad (14)$$

ここに、 $q_{bj}$ ：粒径別掃流砂量、 $s$ ：砂礫の水中比重( $=\sigma/\rho-1$ )、 $\rho$ ：水の密度、 $\sigma$ ：砂礫の密度、 $d$ ：粒径、 $\tau_{*e}$ ：無次元有効掃流力、 $u_{*e}$ ：限界摩擦速度、 $\tau_{*cj}$ ：無次元限界掃流力、 $u_*$ ：摩擦速度、 $\tau_*$ ：無次元掃流力である。限界掃流力は、岩垣式<sup>14)</sup>を通じてEgiazaroff式（芦田・道上の修正式）<sup>13)</sup>を用いて算定した。無次元有効掃流力は、式(15)の有効摩擦速度 $u_{*e}$ より式(16)を用いて算定される。

$$\frac{u}{u_{*e}} = 6.0 + 5.75 \log \frac{h}{d_m(1+2\tau_{*m})} \quad (15)$$

$$\tau_{*e} = u_{*e}^2 / sgd_j \quad (16)$$

ここに、 $d_m$ ：平均粒径、 $\tau_{*m}$ ：平均粒径に対する無次元掃流力である。粒径別浮遊砂量は式(17)～(20)に示す芦田・道上式<sup>15)</sup>を用いた。

$$q_{sj} = q \cdot p_j \cdot C_{Bj} \left\{ \left( 1 + \frac{1}{\kappa} \frac{u_*}{u} \right) \Lambda_1 + \frac{1}{\kappa} \frac{u_*}{u} \Lambda_2 \right\} \quad (17)$$

$$\Lambda_1 = \left( \frac{z_a}{h-z_a} \right)^z \int_{\frac{z_a}{h}}^1 \left( \frac{1}{\eta} - 1 \right)^z d\eta \quad (18)$$

$$\Lambda_2 = \left( \frac{z_a}{h-z_a} \right)^z \int_{\frac{z_a}{h}}^1 \ln \eta \left( \frac{1}{\eta} - 1 \right)^z d\eta \quad (19)$$

$$z = \frac{w_{0j}}{1.2\kappa u_*} \quad (20)$$

ここに、 $C_{Bj}$ ：基準面濃度、 $\kappa$ ：カルマン係数( $=0.4$ )、 $z_a$ ：基準面高( $=0.05h$ )、 $w_{0j}$ ：沈降速度である。基準面

濃度は、次式で表される。

$$C_{Bj} = K \{ g(\xi_0)/\xi_0 - G(\xi_0) \} \quad (21)$$

$$g(\xi_0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp \left( -\frac{1}{2} \xi_0^2 \right) \quad (22)$$

$$G(\xi_0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\xi_0}^{\infty} \exp \left( -\frac{1}{2} \xi^2 \right) d\xi \quad (23)$$

$$\xi_0 = w_{0j} / (0.75u_{*e}) \quad (24)$$

ここに、 $K$ ：係数( $=0.025$ )である。

### 3. 数値水路への適用

#### (1) 数値水路の概要

構築したモデルを実河川スケールの数値水路に適用し、河床変動と粒度および空隙率変化の計算を行った。

数値水路は、セグメント1区間の河道を想定し、長さ5.0km、幅400m、勾配1/250の直線水路とし、粗度係数を0.030m<sup>-1/3</sup>・s、交換層厚を0.3mで与えた。河床材料の粒度は、式(25)に示す対数正規分布を仮定して設定した。

$$f(d) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_L d} \exp \left( -\frac{(\ln d - \bar{\ln} d)^2}{2\sigma_L^2} \right) \quad (25)$$

$$\sigma_L^2 = \sum_j (\ln d_j - \bar{\ln} d)^2 p_j \quad (26)$$

流量は、Egiazaroff式（芦田・道上の修正式）から算定した移動限界摩擦速度（図-6）を参考に、10mm程度以下の粒径のみが移動する400m<sup>3</sup>/sを定常で与えた。これは、細粒分のみが移動することによる河床の粒度変化、空隙率変化の解析状況を評価するためである。また、下流端水位は等流計算により与えた。

解析では、ダム等の土砂移動を阻害する施設により下流河川が粗粒化する過程と粗粒化した河床に細粒分を供給した場合の河床の変化過程を対象とした。

#### (2) 粗粒化過程の計算結果

ダム等の土砂移動を阻害する構造物が建設され、供給土砂量が減少することを想定し、その顕著な条件として供給土砂量を上流端で0とした計算を行った。初期河床には、 $d_m=20$ mm、 $\sigma_L=0.5$ として作成した図-7に示す対数正規分布の粒度をもつ河床材料を全区間に与えた。

以上の条件により計算した河床高、河床変動高、平均粒径および空隙率の縦断分布の経時変化を図-8～図-11にそれぞれ示す。また、下流端から2.5km、4.8km地点の交換層における河床材料の粒径加積曲線を図-12に示す。これらより、以下の粗粒化過程が表現されている。

図-9に示す河床変動高は、上流からわずかずつながら徐々に河床低下を生じ、2,880時間後には4.0kmから上流の範囲で最大0.3m程度（上流端）の河床低下を示している。一方、図-10に示す平均粒径は上流から徐々に粗粒

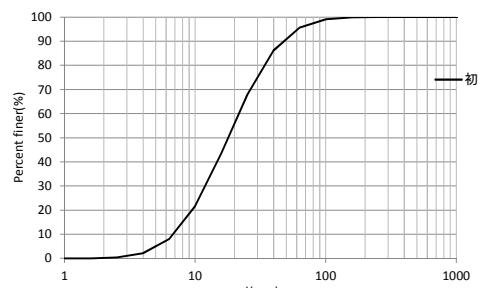


図-7 粒度構成初期条件

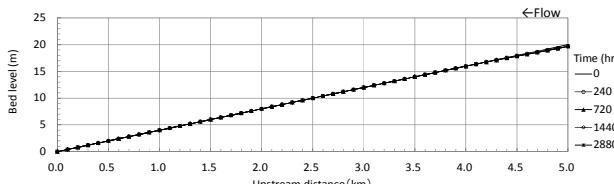


図-8 粗粒化過程の河床高縦断分布

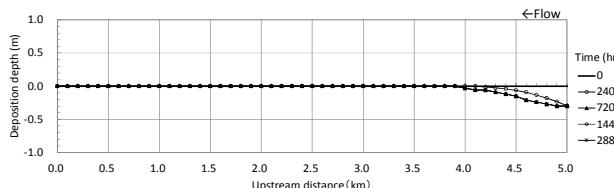


図-9 粗粒化過程の河床変動高縦断分布

化し、その範囲は2,880時間後には下流端まで広がっている。また、図-11に示すように、河床材料の粗粒化範囲とほぼ同じ範囲で空隙率が増加している。図-12の粒径加積曲線の経時変化をみると、時間経過とともに細粒分が減少し粗粒化しており、この変化は上流の方が早い。本結果では、河床低下の伝播に比べて、河床材料の粗粒化と空隙率の増加の伝播が早く、粗粒径の土砂を残して細粒分だけ流出する過程を表現している。

以上より、構築したモデルを用いて供給土砂量の減少(途絶)に伴う粗粒化と空隙率の増加が進行する状況を説明できることがわかる。

### (3) 細粒分供給過程

次に、粗粒化かつ空隙率の増加が生じている河床に、ダム等から選択的に細粒分が供給された場合を想定した計算を行った。ここでは、前節において最も粗粒化した2,880時間後の河床高、河床材料の縦断分布を初期条件とした。上流端からの供給土砂量は、過度の河床上昇を生じず細粒分の空隙への充填を表現する観点から、1/250の河床勾配で図-7に示す河床材料を与えた場合の10mm以下の平衡給砂量を一定濃度( $1.1 \times 10^{-5} \text{ m}^3/\text{m}^3$ )で与えた。このときの供給土砂の粒度を図-13に示す。

以上の条件により計算した河床変動高、平均粒径および空隙率の縦断分布の経時変化を図-14～図-16にそれぞれ示す。また、2.5km、4.8km地点の交換層における河床材料の粒径加積曲線を図-17に示す。これらより、以下

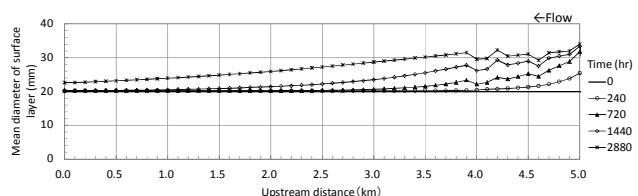


図-10 粗粒化過程の平均粒径縦断分布

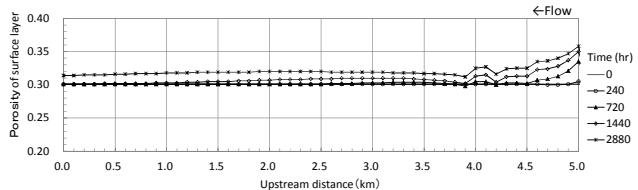


図-11 粗粒化過程の空隙率縦断分布

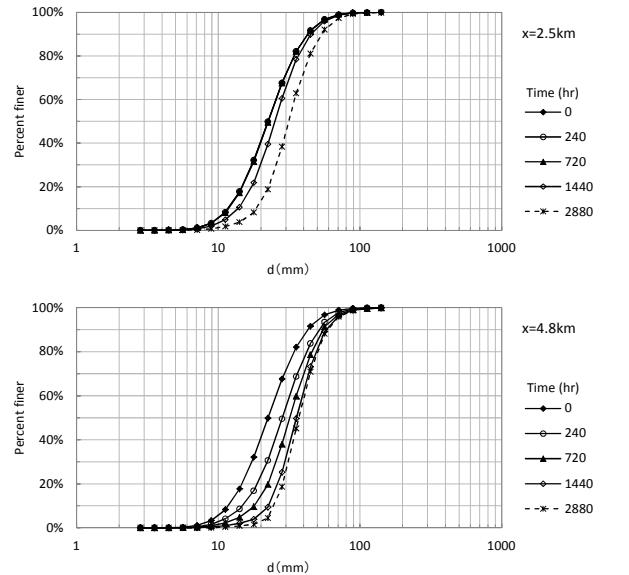


図-12 粗粒化過程の粒径加積曲線 (2.5km, 4.8km地点)

の細粒化過程が表現されている。

図-14に示す河床変動高は、粗粒化した状態からほとんど変動が見られない。図-15に示す平均粒径は、上流から徐々に細粒化し、図-16に示すように、これとほぼ同じ範囲で空隙率が減少している。空隙率は、2,880時間後では2.3km地点より上流側は粗粒化過程検討の初期条件よりも減少しており、粗粒径の土砂で形成された空隙を細粒分が充填する過程を表現している。図-17の粒径加積曲線の経時変化をみると、時間経過とともに細粒分が復元し、上流端では粗粒化以前の河床材料よりも細粒分が増加している。また、細粒分の供給による細粒化過程および空隙率の減少過程は、粗粒化過程と比べて下流への進行が遅くなっている。

## 4. おわりに

本研究では、実河川への適用を目的として、実用的な空隙率の変化を考慮した河床変動モデルを構築した。そ

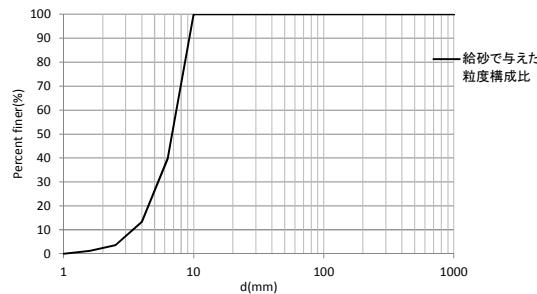


図-13 細粒で与えた供給土砂の粒度構成

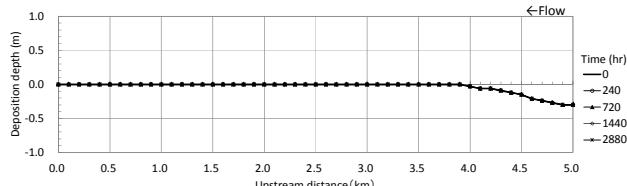


図-14 細粒分供給過程の河床変動高縦断分布

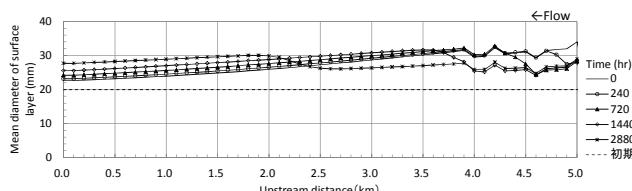


図-15 細粒分供給過程の平均粒径高縦断分布

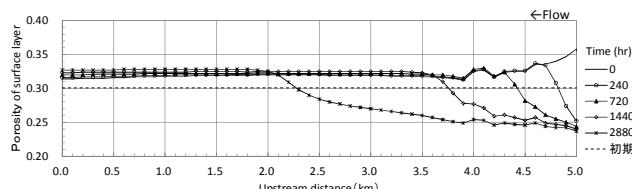


図-16 細粒分供給過程の空隙率縦断分布

の結果、供給土砂量が減少した場合の空隙の増加を伴う粗粒化過程や細粒分が供給される場合の空隙への充填を伴う細粒化過程を表現できるモデルであることを確認した。

ただし、本解析モデルでは、空隙率が河床材料の分布形のみに依存することや平衡流砂量を仮定したが、実河川に精度よく適用していくためには、これらの条件をより正確に与える方法を検討していく必要がある。

## 参考文献

- 1)箱石憲昭：ダム堆砂対策の現状と今後の展望、第4回土砂災害に関するシンポジウム論文集、pp.161-166、2008.
- 2)竹門康弘、谷田一三、玉置昭夫、向井宏、川端善一郎：棲み場所の生態学、平凡社、1995.
- 3)藤田光一、山原康嗣、富田陽子、伊藤嘉奈子、小路剛志：大礫床表面における砂の堆積状況と浮遊砂量との関係についての実験的研究、水工学論文集、第52巻、pp.547-552、2008.
- 4)福島雅紀、櫻井寿之、箱石憲昭：大きな石による河床再生技術に関する実験的検討、水工学論文集、第54巻、pp.763-768、2010.

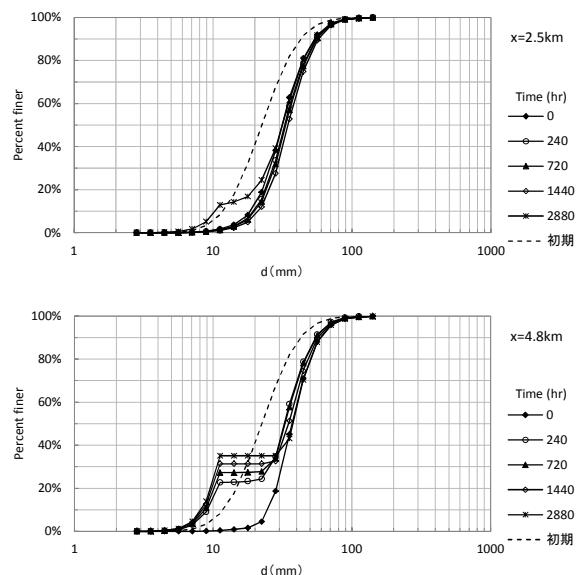


図-17 細粒分供給過程の粒径加積曲線 (2.5km, 4.8km地点)

- 5)平松裕基、関根正人、劍持尚樹：骨格となる大礫を伴う河床の動的平衡状態の鉛直構造、土木学会論文集B1(水工学)、Vol.71、No.4、pp.I\_865-I\_870、2015.
- 6)関根正人、平松裕基、三國寛正、門井勇樹：三つの粒径集団からなる河床の静的安定状態と遮蔽効果、土木学会論文集B1(水工学)、Vol.68、No.4、pp.I\_931-I\_936、2012.
- 7)平野宗夫：Armoringをともなう河床低下について、土木学会論文報告集、第195号、pp.55-65、1971.
- 8)関根正人、矢島英明：礫・シルト充填河床モデルを用いた植生を伴う流路の変動解析、水工学論文集、第48巻、pp.991-996、2005.
- 9)関根正人、林将宏：礫・シルト充填河床モデルを用いた礫河道の準二次元河床変動解析、水工学論文集、第51巻、pp.973-978、2007.
- 10)藤田正治、Muhammad SULAIMAN, Jazaul IKHSAN、堤大三：河床材料の空隙率の変化を考慮した河床変動モデルとの適用、河川技術論文集、第14巻、pp.13-18、2008.
- 11)Muhammad Sulaiman, Daizo Tsutsumi and Masaharu Fujita : Porosity of sediment mixtures with different type of grain size distribution, AJHE, JSCE, vol.51, 23, 2007.
- 12)堤大三、藤田正治、Muhammad Sulaiman：混合砂礫河床材料の空隙に関するシミュレーションモデル、水工学論文集、第50巻、pp.1021-1026、2006.
- 13)芦田和男、道上正規：移動床流れの抵抗と掃流砂量に関する基礎的研究、土木学会論文報告集、第206号、pp.55-63、1977.
- 14)岩垣雄一：限界掃流力に関する基礎的研究(1) 限界掃流力の流体力学的研究、土木学会論文集、第41号、pp.1-21、1956.
- 15)芦田和夫、高橋保、道上正規：河川の土砂災害と対策、森北出版、1985.

(2015.4.3受付)