

実務面からみた洪水流・河床変動解析法の 最前線と今後の調査研究の方向性

FOREFRONT OF ANALYSIS METHODS FOR FLOOD FLOWS AND BED VARIATIONS AND PROSPECTS OF SEDIMENT TRANSPORT RESEARCH

福岡 捷二
Shoji FUKUOKA

¹フェロー, 工博, Ph.D 中央大学研究開発機構 教授 (〒112-8551 東京都文京区春日1-13-27)

The present paper deals with a forefront of analysis methods of flood flows and bed variations in rivers. It is emphasized at first that to give time variations of measured-water surface profiles is important specifically for assessing time changes of river bed variations in addition to water-level hydrographs as the boundary conditions. Secondly, many issues concerning sediment transports in gravel bed rivers are presented and discussed. Then, focuses of discussions are paid to new findings of sediment transports in gravel-bed rivers by the numerical movable bed channel developed. Prospects of flood flows and sediment transport researches are discussed from river engineering points of views.

Key Words : *Floods, bed variation, water surface profile, gravel bed river, BVC method, numerical movable bed channel*

1. まえがき

我が国では, 昭和30年代から40年代の河川の洪水流や土砂輸送の調査・研究は, 河川の実務を行う機関が中心になり, 大スケールの河川水理模型を用いて洪水流と河床変動の検討が行われてきた. 一方, 大学等の研究機関では, 洪水流, 土砂移動の研究は主に水理実験から基礎データを得て, これらに基づいて洪水や土砂移動に関わる水理現象の解析が行われていた. 洪水流の解析は不等流計算が主流であった. しかし, 洪水流や土砂移動, 河床変動等の観測データが少なかったために, 河川の洪水流や土砂移動の理解が十分でなかった.

昭和50年代に入り, 河川の洪水流, 河床変動等の観測結果が徐々に集積され, またコンピュータの計算能力の向上, コンピュータを用いての計算技術の進展により, 河川の洪水, 土砂輸送の理解が徐々に深まってきた. しかし, 不思議なことに, 洪水流は河川的设计外力であるにもかかわらず, 我が国では, 洪水流の伝播機構や河床変動等, 洪水流の力学については, 深く検討されて来なかったように見える. 事実, 水理学の教科書での洪水流に関する記述は, 現在でも30年前とほとんど変わっていません. 数学的取り扱いのみで, 実際の洪水流がどのようなものであるかについてほとんど書かれていないのが現状である. この理由は, 洪水流は非定常性が弱く, 準定常流の取り扱いが出来, かつ疑似等流的な流れであること, 治水計画ではピーク流量やピーク水位が重要であり, そ

れらが分かれば, おおよそ計画を立てることが出来たこと, 洪水観測の労力が大きいこと, また, 河川管理は官が行っており, 観測された洪水データは外部の研究者が利用しづらい状況にあったこと等が関係していたように思う. しかし, その後の河川洪水の観測を通して洪水流が準定常で, 疑似等流であるということは, かなり表面的な見方であること, 非定常性が洪水流の特徴を規定していること, そのことがまた, 土砂輸送や河床変動に大きく影響していること, 等が明らかになってきた. これには, 近年河川沿い多地点に圧力式水位計を比較的安価に容易に設置することが可能となり, 後述するように, 観測された水面形の時間変化を解析に用いることにより, 洪水流と土砂移動の本質が明らかになってきたことと密接に関係する¹⁾.

解析技術の一層の進展により, 大型の河川水理模型実験に代わって, 実河川を対象とした数値解析による検討が, 今や河川の水理問題研究の主流になっている. 近年の洪水災害の多発や維持管理を確実にを行うことが必要な時代になり, 発生した洪水災害に対して, その原因解明のために洪水流と土砂移動に関して十分な理解が必要となり, 正しい技術的判断が求められるようになったこと, また, 河川環境に及ぼす洪水流と土砂移動の重要性が認識されるようになったこと等が, 従来の枠を超えた調査, 研究を行う必要性和環境が整ったこととも関係している.

本研究では, 河道計画, 河川管理のための最も基本である洪水流と土砂移動の解析技術について, 実務面から

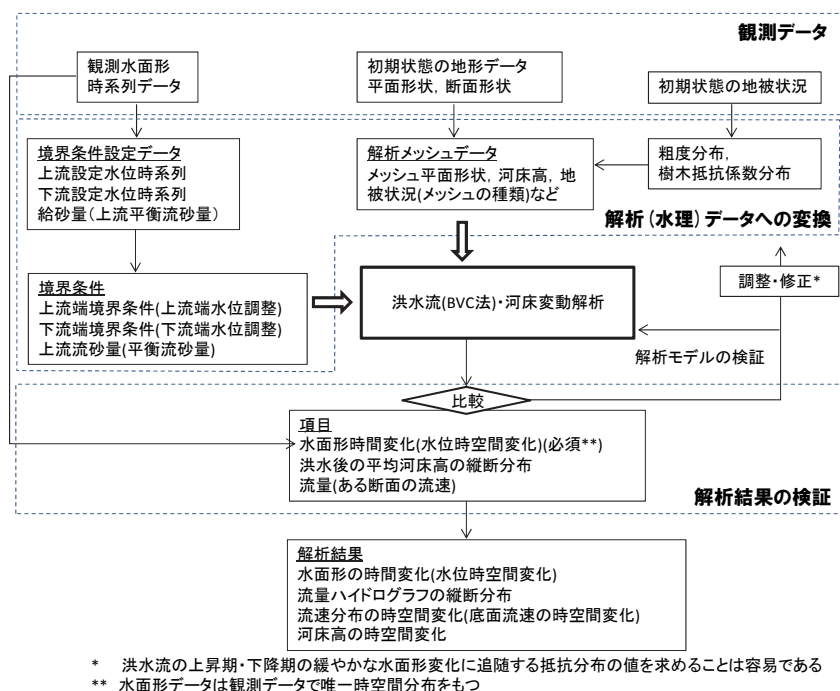


図-1 水面形時系列データに基づく洪水流・河床変動解析フロー

見ての最前線を示す。次に、石礫河川の土砂移動で未解決の重要な学術的、技術的課題を提示し、それらの解決を図る道を探る。最後に、新しく開発された数値移動床水路から得られる成果はどのようなもので、これを実河川管理に活かすための方策を議論する。

2. 洪水流、河床変動解析の展開—観測水面形の時間変化を境界条件に与え、洪水流と河床変動を一体的に解くことの重要性

河川管理に必要な洪水流と河床変動の検討方法がいくつかあるが、その中で、具体的に用いられ、有効性が確かめられている解析技術は、洪水時の水面形の時間変化の観測値を既知量として、運動方程式と河床変動の式を一体的に解く方法である¹²⁾。従来、洪水の水理学では、上流端で洪水流量ハイドログラフを、下流端水位ハイドログラフを与えて、水位や流速場を解く方法が一般的に用いられて来た。そこでは水位ハイドログラフは未知量として扱われてきた。これは、河床高が洪水中にほとんど変動せず、固定床として扱えるような境界面であれば、与えた流量ハイドログラフに対して、水位ハイドログラフを未知量として解くことは考え得る方法である。

近年、水位を同時多点で測ることが容易になり、河川の水面形の時間変化を高精度に求めることが可能になった。このように水位が流量よりも高精度に多点で測れるな時代では、従来のように流量ハイドログラフを上流端の境界条件とするよりも、河床変動を含む縦横断面形の変化等の情報が反映している観測水面形の時間変化を既知量とし、上流端境界条件、下流端境界条件に水

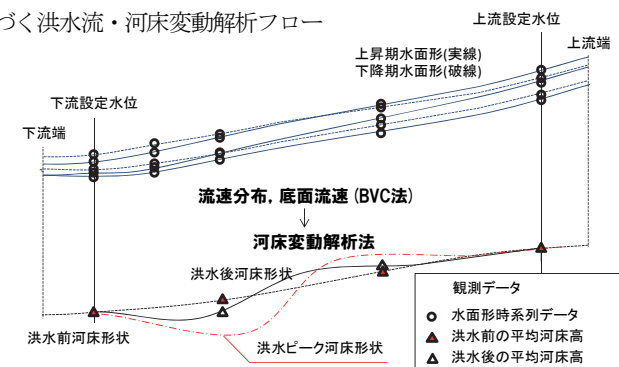


図-2 水面形時系列データに基づく洪水流・河床変動解析のイメージ

表-1 BVC法の基礎式と本検討で用いた河床変動解析手法

	未知量	方程式、評価式
洪水流 (BVC法)	(1) 水深平均流速	運動方程式(水平方向)
	(2) 水深	連続式
	(3) 水深積分渦度	水深積分渦度方程式
	(4) 水表面流速	水表面の運動方程式
	(5) 水深平均鉛直流速	Wの時間変化量のポアソン方程式
	(6) 底面圧力	運動方程式(鉛直方向)
	(7) 底面流速	水深積分した渦度の定義式
河床変動	(1) 掃流砂量	芦田・道上の式
	(2) 浮遊砂の浮上量	板倉・岸の式 等
	(3) 浮遊砂濃度	三次元移流拡散方程式
	(4) 河床変動量	流砂の連続式

位ハイドログラフで与え、流量ハイドログラフを未知量とする計算法が、実河川の解析にふさわしい。

洪水中に大きな河床変動があるときは、解析の中で水面形の時間変化を考慮することは、移動床の場合は、さらに重要になる。水面形は河床変動に応じて、河道貯留量、河道遊水量³⁾によって時空間的に変化する。したがって、これらの河川の水理現象を直接反映している観測水位の時空間分布を所与の条件として用い、流量ハイドログラフと河床変動の時空間分布を未知量とすること

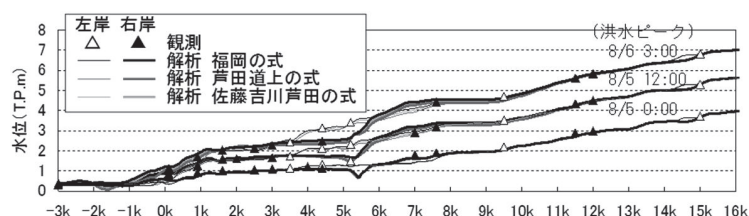


図-3 縦断水面形の観測結果と解析結果の比較

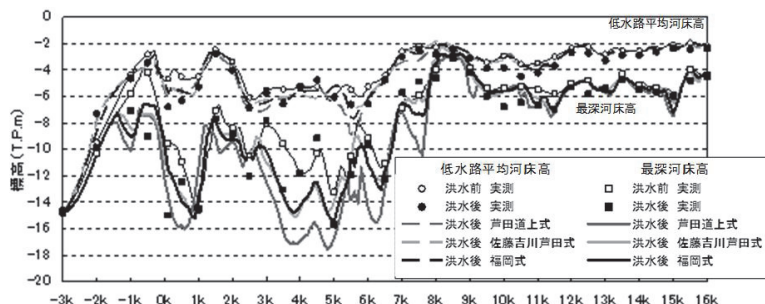


図-4 縦断河床形状の観測結果と解析結果の比較

は、移動床問題では本質的であり特に重要である。

福岡らは¹²⁾³⁴⁾、このような考えのもとに、多くの河川で水面形の時間変化を既知量とし、図-1に示すフローチャートに従って洪水流と河床変動を解いている。上流端、下流端の水位ハイドログラフを境界条件として、非定常多次元洪水流解析と二次元河床変動計算を組み合わせ、各時間の実測水面形と一致するように流れと河床変動を解き、流速分布と河床高、流量等の時空間分布等を求めている。このことを別の言い方をすれば、洪水中に各時間の河床底面の高さは変化するが、水面形が既知であるのでこれを用いた基礎式より水深が決まり、流量がどの断面でも求まることになる。用いる流れの運動方程式は、非定常準二次元解析法、非定常平面二次元解析法、非定常準三次元一般底面解析法（以下でBVC法と呼ぶ）等があるが、どれを用いるかは対象とする河道の特性による。湾曲や複雑な河床構造、河川横断構造物等を持つ河道では、河床変動解析の精度が重要になるので、一般的にはBVC法が推奨される。BVC法⁵⁾は、浅水流の仮定を用いない水深積分モデルであり、河床の抵抗評価や河床変動解析に必要な底面圧力と底面流速を求めることが出来、複雑な流れ場に活用可能な特徴を持つ。図-2は、観測水面形の時間変化が与えられれば、対応する河床変動も推定がつくという考えを、図-1の洪水流、河床変動解析のフローチャートのイメージで示したものである。

次に、砂礫河川である石狩川の昭和56年8月洪水を対象とし、観測水面形の時間変化を与えて解いた洪水流－河床変動解析の結果を示す⁶⁾。表-1に洪水流の解析に用いたBVC法の基礎式と、河床変動解析に用いた式をそれぞれ示す。図-3は石狩川における縦断水面形の時間変化の観測結果と解析結果を示す。掃流砂量式にかかわらず水面形が良好に再現できている。図-4は、洪水前後で生じた河床高縦断形の変化を示す。掃流砂量式による低水路平均河床高の違いが小さく、いずれの解析結果も0k



図-5 信濃川下流の流域図

～8k区間における河床低下を良好に再現できている。

それに対して、最深河床高は、大きな掃流砂量が算定される芦田・道上式を用いた解析では、3k～6k付近の蛇行区間では、洗掘深が他の解析や実測値と比べて大きく計算され、用いる掃流砂量式により差が生じる。非定常平面二次元解析では、BVC法と同様に観測水面形を解析に用いても河床変動は十分に説明できなかった。このことは、石狩川のような蛇行河川の流れの解析には、BVC法のように三次元性を考慮が出来ることが重要であることが分かる。

3. 河道と構造物を一体的に捉え、異なる時空間スケールからなる種々の洪水・河床変動を広範囲、統合的に解析する

河川は、山地域から海岸域まで変化の大きい地形、地質を呈し、流路蛇行、砂州、河幅や河床材料等、河道は異なる大きさのスケールから構成され、それに応じた水理現象が生じている。現在の洪水解析技術は、長い河道区間で生じている混在するスケールの異なる水理現象を一体的、統一的に解析できる技術になり得ていない。このためには、大きな外力から小さな外力までを含む異なるスケールで規定される河道の水理現象を時・空間的に統合して扱うことが可能な解析・設計技術が求められている⁷⁾。これには、内田、福岡によるBVC法⁵⁾が有効である。BVC法は、空間スケールの違いによる必要な解析要素が含まれた一つの方程式系で表現されている。考え方の基本は、平均流は、水深積分された平面二次元式であること、一次元、二次元的な流れの河道区間は、一次元、二次元解析が行われ、三次元的な解析が必要な流れの河道区間では、三次元的な解析が実行出来るように、洪水流と河床変動が繋がりを持って連続的に計算出来ることである。

以下に異なる時空間スケールの種々の水理現象を統合

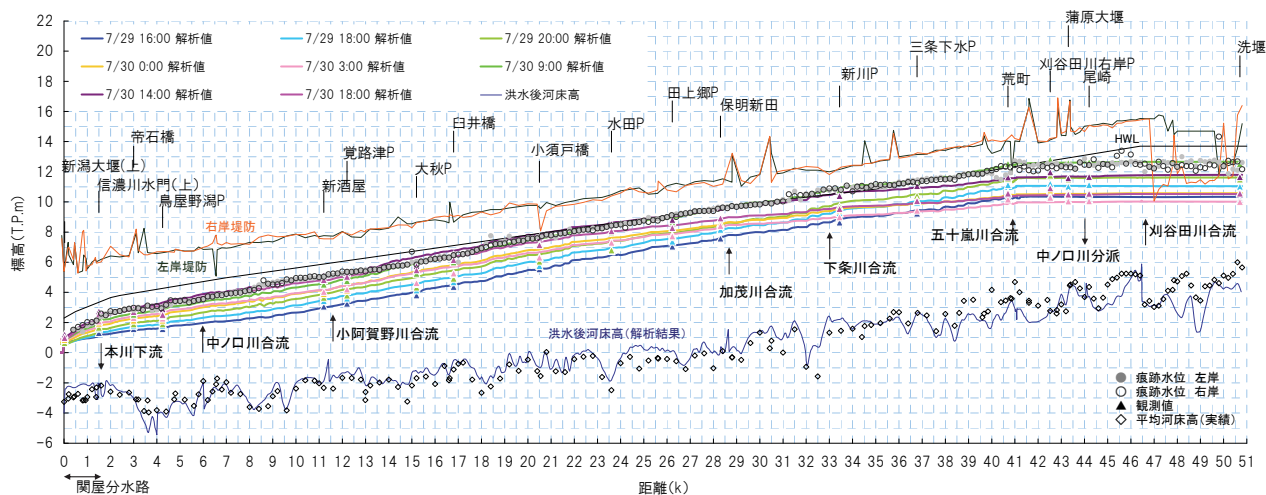


図-6 平成23年7月洪水における水面形の時間変化及び河床高縦断分布の解析値と実測値の比較（信濃川）

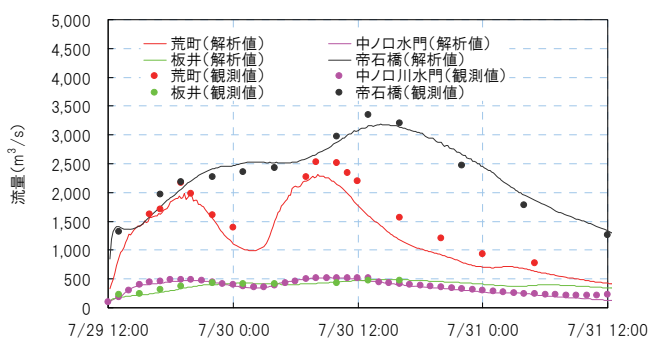


図-7 流量ハイドログラフの解析値と観測値の比較

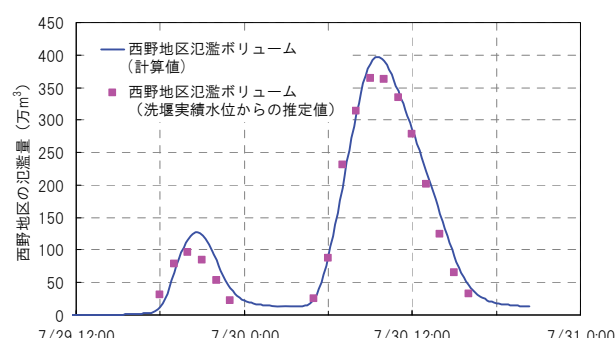


図-8 西野地区の氾濫ボリュームの時間変化

的に解析した実例⁸⁾として、複雑な河川システムと無堤部を有する信濃川下流域全川の洪水流・河床変動解析結果を示す。

信濃川下流の流域図を図-5に示す。本川よりも大きな流量を持つ幾つかの支川流入、分派・合流する派川中ノロ川、多量のポンプ排水量、沢山の河川構造物の存在など複雑な河川における洪水流と河床変動を説明するためには、河道貯留と逆流を伴う流れ、西野地区の氾濫、中ノロ川の分合流等が信濃川下流域全体の流れに影響を及ぼしていることに着目し、信濃川下流全川を対象に、図-2、図-3で示した大洪水時の水面形の時間変化に基づいた洪水流、河床変動の検討を行った。洪水流解析には、このような複雑な河道流れに適したBVC法を適用した。解法は表-1に示したとおりである。ここで、式(5)、(6)を無視すれば、浅水流の仮定を用いた準三次元洪水流解析となることから、対象とする流れのスケールと水理現象に応じて、BVC法を使い分けることが可能である。なお、本節では全川を対象とした広い範囲の洪水・河床変動特性の把握が必要であることから、洪水流解析には浅水流の仮定を用いたBVC法を用いた。洪水中には洗堰が全閉となるため信濃川上流端からの流入量はゼロである。支川からの流入境界条件は、本川の観測水面形の時間変化を説明できるように与えた。また、関屋分水路と本川下流の下流端水位には、新潟大堰と西港の観測水位ハイ

ドログラフをそれぞれ与えた。対象範囲の河床材料はシルト・粘土分～細礫分で構成され、平均粒径は0.1～0.5mm程度である。

図-6に水面形の時間変化と河床高の縦断分布の解析値と観測値の比較を示す。15～21kにおいては、全体的に見て解析水位は観測水位を説明できており、ピーク時の水位は洪水痕跡水位と概ね一致している。また、平均河床高の解析値と実績値を比較すると、関屋分水路の土砂フラッシュによる河床低下や、39～41kの堆積について十分表現できていないものもあるが、全体的にみて解析値は実績値を概ね説明できている。

図-7に流量ハイドログラフ、図-8に無堤区間の西野地区の氾濫ボリュームの解析値と実績値の比較を示す。これによると、流量ハイドログラフの解析値は観測値を概ね表現できており、また、西野地区では最大360万 m^3 の氾濫が発生したと推定されるが、本解析では氾濫量の波形とボリュームについて実績値を概ね説明できていることが分かる。

信濃川下流の洪水流は、その河道特性から、河道沿いの多くのポンプ排水を受けながら、西野地区の無堤部の湛水を含め河道内の多くの箇所での貯留を生じ、流下している。観測水面形の時間変化を用いた解析法は、これらを適切に考慮出来る方法であり、実際に起こった洪水、河床変動現象をよく説明している。

4. 数値移動床水路の活用による移動床水理学の新たな地平を開く

4.1 異なる形状、粒度分布の河床材料からなる石礫河川の数値移動床水路による粒子に作用する流体力、接触力、粒径別流砂量の算定

前章まで洪水流と河床変動の解析技術の実用面からみた最前線について述べた。砂礫河川では、観測水面形を用いた精度の高い洪水流解析を土砂移動解析と一体的に行うことによって、砂礫河川で起こっている多くの問題が解明されてきた。これは、砂礫河川では、洪水流と砂礫の間で起こる相互干渉の影響がそれほど大きくないことが理由に挙げられる。しかし、石礫河川では、石礫の大きさ、形状の違いのために、また移動量の多さのために、砂礫河川の解析法がそのまま使えるわけではない。

本節では、石礫河川の流砂問題と今後の展開の道筋について議論する。石礫河川は、大きい石礫を含む広い粒度分布からなり、河床の表面の凹凸による空隙構造が粒子運動に重要な役割を持つ。このため、砂礫河川で適用可能な流砂量式を用いた河床変動解析法は、その適用性が低いことが明らかとなっている⁹⁾¹⁰⁾。著者らは、常願寺川において、現地実験を実施し、石礫河川の新しい二次元河床変動解析モデルを構築した。このモデルに洪水時の水面形の時間変化を用いることにより、常願寺川、札内川等の石礫河川の洪水流と河床変動をかなりの精度で説明することが可能になった¹¹⁾。しかし、石礫河川の本質的な力学過程である石礫と流れの相互作用や石礫と石礫の間の衝突による運動量交換等がこのモデルでは考慮されていず、二相流としての取り扱いが課題として残されている。しかし、これらの相互作用を直接計測することが事実上困難なために、現地観測や水理実験からこの機構を定量化することには限界がある。

汎用されている多くの河床変動解析は、砂粒子スケールの流れ、砂粒子の運動や小規模な河床形態等は底面せん断応力と流砂量式の関係式に押し込み、河床底面付近の粒子移動の力学はブラックボックス化された中で論じられてきた。また、洪水流解析で用いられてきた浅水流方程式が、鉛直方向の運動量輸送などが考慮できないなど、流れの解析モデルとして不十分なままで、経験的解釈に頼り積極的な解決を図ってこなかった。さらに、これまで行われてきた移動床の数値計算は、粒子スケールの流れを解かず経験的な抗力係数などを用いて粒子に作用する流体力を評価し手いる。しかし、この解析法では、混合粒径粒子が多量に移動する底面近傍においては、適切な抗力係数を与えることは困難であり、運動量輸送や抵抗則を正しく見積もることは難しい。

とはいえ、2節、3節で示したように準三次元解析法等委で底面近傍の流れをかなりの程度解析できるようになってきた現在、河床変動解析が有する問題点を積極的

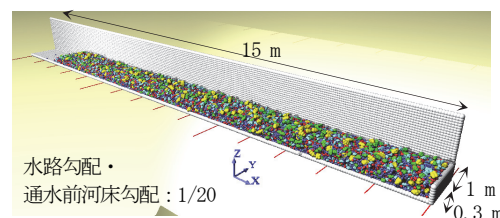


図-9 数値移動床実験水路諸元

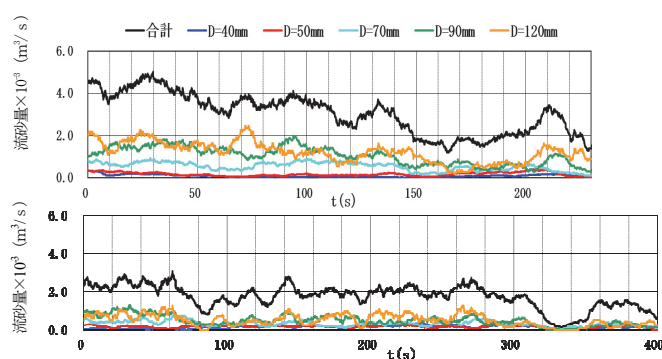


図-10 流砂量の時間変化 (上)球、(下)石礫

に解消していくことが必要である。これはまた、流砂に関する運動方程式の新たな議論につながることになる。現状のままでは、如何に高精度に洪水流の方程式を解いても、河床変動が適切に説明できない場合が多い。その代表例は、流れと土砂移動の局所的な非平衡性が強い場である。河川が合流するところ、水衝部、構造物周辺等いずれも稼働の安全性に密接に関係する場所が相当する。しかし、近年では、現象解明のツールとして大型の数値解析が可能となり、解明が困難と考えられてきた課題を扱えるようになって来た¹²⁾。これら未解決の流砂問題に対して福田・福岡ら¹³⁾¹⁴⁾が進めている任意形状粒子群の個々の粒子運動に着目し、流れをEuler的に、粒子運動をLagrange的に直接解析する数値移動床水路を用いた解析は新しい地平を開く可能性が高い。

図-9は、不規則な形で広い粒度分布からなる数値移動床水路を示す。実験は河床材料よりも小さな計算格子を用い大規模計算を行い、大量に移動する粒子周りの流れと粒子に作用する流体力、粒子間の接触力等を直接求めるものである。このように流れと石礫粒子の運動を数値的に直接解くことは、大変な計算時間を要するが、大量の任意形状粒子群の運動や粒径別流砂量等を評価出来る方法である。図-10は、数値移動床実験で求められた粒径別流砂量であり、用いた粒度分布の条件では、球の方が石礫よりも流砂量が多く、大きな粒径集団の流砂量は小さな粒径集団よりも多いことが分かる¹⁵⁾。この方法によって、これまで調べることができなかった河床近傍の粒子運動と流体運動及びそれらの相互作用を調べることが出来、これより流れの抵抗則等河床の構造、流砂運動が明らかになると考えている。

これらの検討が進むと、従来の移動床水理の考え方の問題、用いられている理論の妥当性や適用限界が明らかになる。さらに、流砂モデルの開発のための移動床流れの

基礎データを取得することができ、そのデータが公開されることにより、多くの研究者によって広く活用されることになる。これは、乱流研究において乱流シミュレータが果たした役割と同様に、移動床数値シミュレータによって流砂力学が飛躍的に進歩し、新しい地平が開かれることが期待される。

4.2 実効性のある移動床数値解析法の展開

数値移動床水路での研究成果を河川管理、河道設計の実務にどのように生かすかが次の課題となる。粒子運動をEuler-Lagrange Coupling 法により詳細に解析する数値移動床水路は、計算負荷の面から実河川の河床変動に適用することは、現状のComputerの計算能力では無理がある。石礫河川の河床変動解析法を実務に使える形で構築するためには、実務の解析に適したEuler的な数値移動床水路で明らかとなったLagrange的粒子運動の力学と粒子周囲の水の流れを粒子群応力に変換し、粒子と水が混在する場の流れと粒子運動をそれぞれEuler運動方程式の二相流れとして表現することがまず必要である。これには、当然、非平衡流砂の運動方程式の表し方や石礫粒子の流砂量式の検討等多くの万台が含まれる。

5. あとがき

洪水流と河床変動は、河道の水理の最も重要な検討項目である。にもかかわらず、なぜか調査・研究面では発展性の低い魅力の小さい分野になってしまったように思う。私が研究者としてスタートした若い時代、流砂問題が水工学の中心課題で魅力的な研究分野であった。この論文は、長年、洪水流、流砂問題に関わってきたものの一人として、現在の状況に責任を感じ、若い研究者・技術者に、洪水流と流砂問題を魅力のある分野に発展させてほしいとの思いを込めて書いた。

洪水流と流砂の問題は、その重要性にもかかわらず、従来の枠組みから出ることをせず、自らの研究を「少しづつ」修正することで研究の満足を見出しているからではないのかと思う。もっと自分の進めている研究に新しさを見つけ、主張し、常に議論を戦わせるチャレンジングな姿勢が必要であると思う。

最後に、本論文をまとめると、以下のとおりである。砂礫河川の河床変動を工学的に意味のある精度で求めるには、洪水水面形の時間変化を観測し、これを用い、BVC解析、河床変動計算を実行するのが最善の方法である。一方、石礫河川については、同様に観測水面形を用い、石礫河川の二次元河床変動計算法を用いるのがよいが、解決すべき課題が残されている。

数値移動床水路を用い、流れと石礫粒子の運動を解くEuler-Lagrange Coupling 方法は、石礫の輸送や河床面の抵抗等、構造等、砂礫粒子レベルで解く解析法である。

これによって、従来の移動床水理の枠組みの妥当性と限界性が明らかになり、移動床水理研究の新しい展開の道筋を創り出す可能性が高い。しかし、如何にしてこの結果を実用に供する形まで簡略化するかは、今後の大きな仕事である。

洪水流、河床変動問題では、河川の望ましい河幅や断面形をどのように決めるかは、避けて通れない重要な問題である¹⁶⁾。この問題については別の機会に議論することにした。

参考文献

- 1) 福岡捷二：洪水流の水面形観測の意義と水面形に基づく河川の維持管理技術，河川技術論文集，第12巻，pp.1-6,2006.
- 2) 福岡捷二：河道設計のための基本は何か～水面形時系列観測値と洪水流・土砂流の解析を組み合わせた河道水理システムとその見える化，河川技術論文集，第17巻，pp.83-88，2011.
- 3) 竹村吉晴・福岡捷二：非定常平面二次元流れにおける洪水遊水量の評価法と北上川山間狭隘河道における洪水流の流量と水位ハイドログラフの伝播機構，土木学会論文集B1(水工学) Vol.70, No.4, I_721-I_726, 2014.
- 4) 福岡捷二，渡邊明英，原 俊彦，秋山正人：水面形の時間変化と非定常二次元解析を用いた洪水流量ハイドログラフと貯留量の高精度推算，土木学会論文集，No.761/II-67，pp.45-56，2004.
- 5) 内田龍彦，福岡捷二：浅水流の仮定を用いない水深積分モデルによる底面流速の解析法，水工学論文集，第56巻，I_1225-1230，2012.
- 6) 岡村誠司，岡部和憲，福岡捷二：洪水流の縦断面水面形変化と準三次元流解析法を用いた石狩川河口部の洪水中の河床変動解析，河川技術論文集，第16巻，pp.125-130，2010.
- 7) Shoji Fukuoka and Tatsuhiko Uchida: Toward integrated multi-scale simulations of flow and sediment transport in rivers, *Journal of Japan Society of Civil Engineers, Ser.B1 (Hydraulic Engineering)*, Vol. 69, No. 4, II_1-II_10, 2013.
- 8) 田端幸輔，福岡捷二，内藤和久：平成23年7月豪雨による信濃川下流域の洪水流下特性とその解析法 ―五十嵐川，刈谷田川の合流と中ノロ川の分派を含む河道区間を対象として―，土木学会論文集B1(水工学)，Vol.69，No.4，I_787-I_792，2013.
- 9) 福岡捷二：石礫河川の移動床水理の諸問題と解決への道筋，水工学に関する夏季研修会講義集，Aコース 44，A-1-1~25，2008.
- 10) 長田 健吾，福岡 捷二：石礫河川の河床変動機構と表層石礫の凹凸分布に着目した二次元河床変動解析法，土木学会論文集B1，Vol. 68, No. 1, pp.1-20, 2012.
- 11) 福岡捷二：札内川の河道変遷を考慮した治水と環境の調和した安定な河道縦・横断面形状に関する研究，北海道河川財団研究所紀要，(XXIV)，pp.123-163，2014.
- 12) 後藤仁志：数値流砂水理学，森北出版，2004.
- 13) 福田朝生，福岡捷二，内田龍彦：水流による石礫粒子群の移動機構とそのモデル化，水工学論文集，第56巻，I_937-I_942，2012.
- 14) 福田朝生，福岡捷二，内田龍彦：移動床数値実験水路を流下する石礫粒子群の三次元運動，土木学会論文集B1(水工学)，Vol.69，No.4，I_1051-I_1056，2013.
- 15) 田所 弾，福田朝生，福岡捷二：等価な粒度分布を有する球と石礫で構成される2つの数値移動床上の粒子運動の比較検討，土木学会論文集B1(水工学) Vol.70, No.4, I_961-I_966, 2014.
- 16) 福岡捷二，坂口達哉：無次元流量に対する無次元河幅・水深のとり範囲と整備途上河川への適用，水工学論文集，第56巻，I_1423-1428，2012.

(2014. 4. 3受付)