

河川の局所流解析における非平衡粗面抵抗則の導出とその必要性・適用性

NON-EQUILIBRIUM WALL LAW FOR LOCAL FLOWS IN RIVERS AND DISCUSSIONS ON ITS NEED AND APPLICABILITY

内田龍彦¹・福岡捷二²・Athanasios N. PAPANICOLAOU³

Tatsuhiko UCHIDA, Shoji FUKUOKA and Athanasios N. PAPANICOLAOU

¹正会員 博(工) 中央大学研究開発機構准教授 (〒112-8551 東京都文京区春日1-13-27)

²フェロー 工博 Ph.D. 研究開発機構教授 (同上)

³非会員 Ph.D. IIHR-Hydroscience and Engineering, The University of Iowa (100 C. Maxwell Stanley Hydraulics Laboratory, Iowa City, IA 52242-1585, U.S.)

Recent advancements of computational technology and developments of numerical scheme allow us to calculate detail flow structures in rivers with quasi-3D and 3D calculation methods. While the conventional wall law for rough bed has been used for the boundary condition on rough bed, its applicability to those detail calculations is questionable. This paper proposed a non-equilibrium wall law for rough bed with momentum equations for bottom vorticity and roughness layers and discussed its applicability through the theoretical considerations of the magnitude of each terms of the governing equations for the non-equilibrium wall law. We applied the present non-equilibrium wall law employed by the BVC method (BVC-NWL) to the real scale 3D flow in front of structures measured in the Joganji River field experiment. The calculation results by BVC-NWL provided better agreement with measured data than the BVC method with the equivalent wall law (BVC-EWL).

Key Words : non-equilibrium wall law, multi scale roughness concept, large scale roughness, small scale roughness, vortex layer, roughness layer, bottom velocity computation method

1. 序論

計算機技術や数値解析手法の発展により詳細な流れ構造や河床変動が検討できるようになってきた。河川流の解析精度は流れの数値解析法だけでなく抵抗の評価法や利用する河川、洪水流の観測データに依存する。洪水流や土砂移動の詳細な解析にはこれらをバランスよく高度

化する必要がある。しかし、抵抗の評価において最も基本となる底面せん断応力の評価法については、マニングの粗度係数や対数分布則に基づく抵抗則が用いられており、高度な解析における適用性に課題が残されている。本研究では、底面の境界条件を評価するための非平衡粗面抵抗則を導出し、その必要性と適用性について理論解析と現地実験の数値解析によって明らかにする。

2. 磨床河川における粗度の多重スケール性と従来の抵抗評価法

非平衡粗面抵抗則の検討に先立ち、磨床河川における従来の粗面抵抗評価法と解析法の課題を整理する。磨床河川では、様々な大きさの粗度が存在するため、図-1に示すように、粗度の多重スケール性を導入し、大きな粗度(LSR)と小さな粗度(SSR)の抵抗が分けて評価されてきた¹⁾。粗度の多重スケール性の導入は磨床河川の抵抗評価だけでなく、例えば河床波を有する流れの掃流力を評価するために、河床波の形状抵抗と表面抵抗を分離する

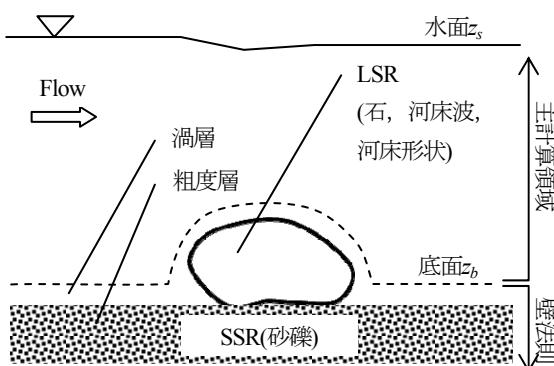


図-1 粗度の多重スケール性と抵抗評価法

等にも用いられてきた²⁾。通常、SSRは表面抵抗として取り扱われる小さな粗度形状、LSRはそれより大きな形状の粗度を指し、河床波や水路形状などの形状も含まれる。大きな粗度は流れ場の抵抗や特徴を支配するため、多くの研究者により評価方法が検討されてきた。

平面二次元解析では鉛直方向の流れや圧力の変化が考慮できないため、水没大型粗度を評価するために、粗度形状に加え、抗力係数を用いた抵抗項を基礎方程式に付加して評価される³⁾。しかし、抗力係数は粗度の配置によって変化するだけでなく、粗度に対して水深が浅くなると、相対水深によっても変化するため、予め定めることは容易ではない問題がある。

三次元解析では、Nicholas⁴⁾は大きな粗度の影響を不規則な河床の起伏で表現し、小さな粗度と分離した礫床河川の解析法を提案している。三次元解析では、小さな粗度(SSR)の抵抗は壁法則でモデル化される。即ち、粗度の大きさと流速評価点の高さ(渦層の厚さ、図-1)等を用いて底面近傍の流速と摩擦速度の比を表し、底面境界条件を与える。一般には底面近傍で対数分布則が仮定される⁴⁾。しかし、河床近傍の渦層内の流れは、LSRの存在によって乱されるため、等流状態の仮定に基づく対数分布則が成り立たないと考えられる。この流れの非平衡性は粗度層にも及ぶため、気象分野の樹木評価などに用いられていたダブルアベレージングの考え方を導入し、渦層内や粗度層内の非平衡流れを運動方程式から求める方法が提案されている⁵⁾。この方法も、基礎方程式の平均化に伴う種々の未知係数を決定する必要があることと、従来の抵抗則との関連が明確でない課題を有している。また、三次元解析法は計算負荷が大きく、礫床河川への適用性は困難である。

著者らは、水没する河川構造物周りの局所洗掘解析モデルを構築するために、静水圧分布等の浅水流の仮定を用いない準三次元解析法(BVC法)を開発してきた⁶⁾。BVC法は河床の凹凸などによる底面近傍の流れと圧力分布を解析できるため、LSRが流れに与える影響を評価できると考えられる。しかし、従来の三次元解析と同様に、壁面近傍で平衡状態を仮定したBVC法では、水衝部の二次流強度が弱い等、礫床河川における局所流解析の精度に課題があることが明らかとなり^{7),8)}、底面境界条件の取り扱いの問題が考えられていた⁸⁾。

3. 底面流速解析法

本解析法では、図-1に示す渦層よりも上の領域の流速と圧力の分布を解くためにBVC法⁶⁾を適用する。ただし、非平衡粗面抵抗則に応用するため、底面 z_b における鉛直流速を考慮する。BVC法では、連続式とレイノルズ平均された運動方程式を底面の薄い渦層から水面まで積分した式(1)、(2)が解かれる。

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial U_j h}{\partial x_j} - w_{ob} = 0 \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial U_i h}{\partial t} + \frac{\partial U_i U_j h}{\partial x_j} - w_{ob} u_{bi} &= -gh \frac{\partial z_s}{\partial x_i} \\ - \frac{\partial h dp_0}{\rho \partial x_i} - \frac{dp_b}{\rho} \frac{\partial z_b}{\partial x_i} - \frac{\tau_{bi}}{\rho} + \frac{\partial h (\tau_{ij} + \overline{u'_i u'_j})}{\rho \partial x_j} \end{aligned} \quad (2)$$

ここに、 $i, j = 1(x), 2(y)$ 、 U_i ：水深平均流速、 h ：水深、 w_{ob} ：底面の渦層と垂直な流速、 u_{bi} ：底面流速、 z_s 、 z_b ：水面、地盤高、 dp ：圧力の非静水圧成分($dp = p - \rho g(z_s - z)$)、 p ：レイノルズ応力の等方成分と圧力の和、 dp_b 、 dp_0 ：底面、水深平均の圧力偏差、 τ_{bi} ：底面せん断応力、 τ_{ij} ：レイノルズ応力の非等方成分と流速鉛直分布による水平せん断応力テンソル、 $\overline{u'_i u'_j}$ ：流速鉛直分布による運動量交換、 $u'_i = u_i - U_i$ 、であり、本論文では上付きのバー、大文字表記、もしくは下付のゼロで水深平均値、下付の s 、 b で水面と底面の値を表す。レイノルズ応力は流速鉛直分布を考慮した一方程式モデルで計算する⁶⁾。

式(1)、(2)を計算するためには、流速と圧力の鉛直分布、及び底面の鉛直方向流速とせん断応力を計算する必要がある。後者については、次章の非平衡粗面抵抗則により計算する。前者については、三次関数の流速分布(3)と圧力の非静水圧成分の線形分布(4)を仮定する。

$$u'_i = \Delta u_i (12\eta^3 - 12\eta^2 + 1) + \delta u_i (-4\eta^3 + 3\eta^2) \quad (3)$$

$$dp = \eta dp_b \quad (4)$$

ここに、 $\eta = (z_s - z)/h$ 、 $\Delta u_i = u_{si} - U_i$ 、 $\delta u_i = u_{si} - u_{bi}$ である。流速と圧力の鉛直分布を求めるために、BVC法では以下の方程式系：水深積分された渦度の定義式(5)と渦度方程式(6)、水表面の運動方程式(7)、二重水深積分した連続式(8)及び水深積分した鉛直方向運動方程式(9)が解かれる。

$$u_{bi} = u_{si} - \varepsilon_{ij3} \Omega_j h - \frac{\partial Wh}{\partial x_i} + w_s \frac{\partial z_s}{\partial x_i} - w_b \frac{\partial z_b}{\partial x_i} \quad (5)$$

$$\frac{\partial \Omega_i h}{\partial t} = R_{oi} + P_{oi} + \frac{\partial h D_{oij}}{\partial x_j} + w_{ob} \omega_{bi} \quad (6)$$

$$\frac{\partial u_{si}}{\partial t} + u_{sj} \frac{\partial u_{si}}{\partial x_j} = -g^* \frac{\partial z_s}{\partial x_i} + P_{si} \quad (7)$$

$$Wh = h \left(\frac{\partial z_m}{\partial t} + U_j \frac{\partial z_m}{\partial x_j} \right) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ h^2 (k_2 \Delta u_j + k_1 \delta u_j) \right\} \quad (8)$$

$$\frac{dp_b}{\rho} = \frac{\partial h W}{\partial t} + \frac{\partial h W U_j}{\partial x_j} + \tau_{bj} \frac{\partial z_b}{\partial x_j} - \frac{\partial h \tau_{sj}}{\partial x_j} \quad (9)$$

ここに、 Ω_i ：水深平均渦度、 W ：水深平均鉛直方向流速、

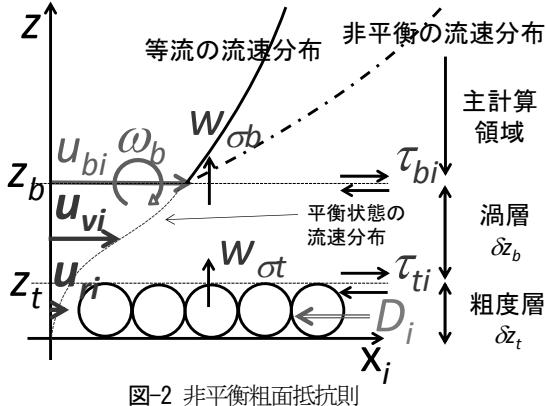


図-2 非平衡粗面抵抗則

$R_{oi} = u_{si}\omega_{s\sigma} - u_{bi}\omega_{b\sigma}$, $\omega_{s\sigma}, \omega_{b\sigma}$: u_{si}, u_{bi} の回転, P_{oi} : 渦度生産項, D_{oj} : 移流, 回転, 乱流拡散による渦度フラックス, g^* : 水面の鉛直方向圧力勾配, P_{si} : 水表面流速生産項(水面のごく薄い層の下面に作用するせん断応力), である。

4. 非平衡粗面抵抗則

従来の粗面抵抗則では、図-1に示す底面定義位置 z_b より下の層(渦層, 粗度層)において、底面流速に対する平衡状態の流速分布が仮定され、底面の境界条件が与えられる。しかし、LSRによって底面近傍の流れ場は乱される。例えば、図-2に示すように底面より上の流速分布がLSRによって変形しても底面流速が同じであれば、従来の粗面抵抗則では同じ流速分布が仮定される問題がある。そこで、本研究では、渦層と粗度層において連続式(10)と運動方程式(11), (12)を解く。

$$w_{\sigma b} = w_{\sigma t} - \frac{\partial \delta z_b u_{vi}}{\partial x_i}, \quad w_{\sigma t} = \frac{\partial \lambda \delta z_t u_{ri}}{\partial x_i} \quad (10)$$

$$\frac{\partial u_{vi}}{\partial t} + u_{vk} \frac{\partial u_{vi}}{\partial x_k} = - \frac{\partial (dp_b + \rho g z_s)}{\rho \partial x_i} + \frac{\tau_{bi}}{\rho \delta z_b} - \frac{\tau_{ti}}{\rho \delta z_b} \quad (11)$$

$$\frac{\partial u_{ri}}{\partial t} + u_{rk} \frac{\partial u_{ri}}{\partial x_k} = - \frac{\partial (dp_b + \rho g z_s)}{\rho \partial x_i} + \frac{\tau_{ti}}{\rho \delta z_r} - \frac{D_i}{\rho \delta z_r} \quad (12)$$

ここに, $k=1,2,3(z_\sigma)$, $\delta z_b, \delta z_t$: 渦層, 粗度層の厚さ, λ : 粗度層の空隙率, τ_{bi}, τ_{ti} : 底面, 粗度層上面に作用するせん断応力, D_i : 粗度層内の粒子に作用する抗力項である。また、下付の v , r は渦層と粗度層の値を表す。これらの方程式は渦層、粗度層が十分薄いと仮定すれば容易に導かれるが、せん断応力項や抗力項をどのように評価するかが重要となる。本研究では、平衡状態において従来の抵抗則を満たすように導かれる。従来の抵抗則では、式(10)と式(11), (12)の移流項と非静水圧成分の項が無視される。

底面、粗度表面に作用するせん断応力は渦動粘性係数を用いて表す。

$$\frac{\tau_{bi}}{\rho} = \left(v_t \frac{\partial u_i}{\partial z} \right)_b = v_{tb} \cdot A_b \frac{(u_{bi} - u_{vi})}{h} \quad (13)$$

$$\frac{\tau_{ti}}{\rho} = \left(v_t \frac{\partial u_i}{\partial z} \right)_t = v_{tt} \cdot A_t \frac{(u_{vi} - u_{ri})}{h} \quad (14)$$

係数 A_b, A_t は平衡状態において、 $\tau_b = \tau_t h / (h + \delta z_b) = \rho u_*^2$, $v_{tb} = v_{tt} = c_{tb} u_* h$ となるよう、

$$\frac{1}{A_b} = \alpha(c_b - c_v), \quad A_t = \frac{1}{\alpha(c_v - c_r)} \frac{h + \delta z_b}{h} \quad (15)$$

と表す。ここに、 $c_b = u_b/u_*$, $c_v = u_v/u_*$, $c_r = u_r/u_*$ である。 c_b, c_v は対数分布則を用いて、

$$c_b = \frac{1}{\kappa} \ln \left(\frac{\delta z_b + \delta z_0}{k_s} \right) + Ar \quad (16)$$

$$c_v = \frac{1}{\kappa} \ln \left(\frac{\delta z_b / 2 + \delta z_0}{k_s} \right) + Ar \quad (17)$$

と表す。 c_r は、式(12)の抗力項を用いて、

$$c_r^2 = \frac{\rho u_r^2}{D} \left(\frac{h + \delta z_r + \delta z_b}{h} \right) \quad (18)$$

と定義できる。ただし、 $D^2 = D_i D_t$ である。抗力項は、粗度粒子に作用する流体力を抗力係数 C_D を用いて表し、

$$D_i = \frac{\pi C_D}{8} \rho u_r u_{ri} \quad (19)$$

と表現する。本研究では、 $C_D=0.4$ を用いる。なお、 C_D の値が解析結果に与える影響は小さい。

5. 非平衡粗面抵抗則の適用範囲の考察

非平衡粗面抵抗則の必要性と適用範囲を明らかにするため、内田・福岡⁶⁾の運動方程式(2)と底面流速方程式(5)についての検討と同様に、浅水パラメータ $\xi_s = h_0/L_0$ (h_0 : 代表水深, L_0 : 対象とする流れ場のスケール)を用い、どのような条件において、非平衡粗面抵抗則を構成する運動方程式のどの項が支配的となるのかを基礎方程式の各項のオーダーを比較する。

図-3に、大きな粗度($k_s/h=0.1$)と小さな粗度($k_s/h=0.01$)の場合の、対象とする流れ場のスケールの変化に対する渦層の運動方程式の各項の大きさの変化を示す。浅水パラメータ ξ_s が小さいほど大きなスケールの現象、大きいほど小さな、つまり局所的な現象を表す。縦軸は、平衡状態を仮定した従来の抵抗則を構成する、重力項とせん断応力項の大きさを1とした場合の各項の大きさを表している。比較のため、図-3(a)には、水深平均流速場と底面流速場に対する平面二次元解析と三次元解析の適用範囲⁶⁾を示す。 $\xi_s < 0.01$ では、いずれの粗度の大きさにおいてもすべての非平衡項が小さいことが分かる。これは、

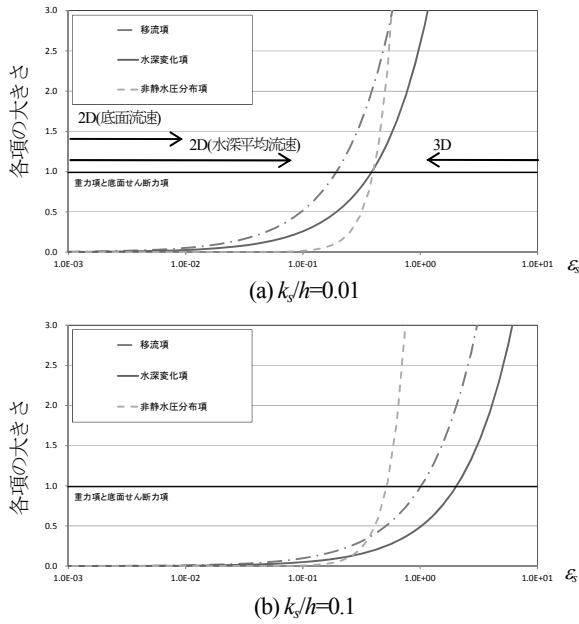


図-3 涡層の運動方程式の各項の変化

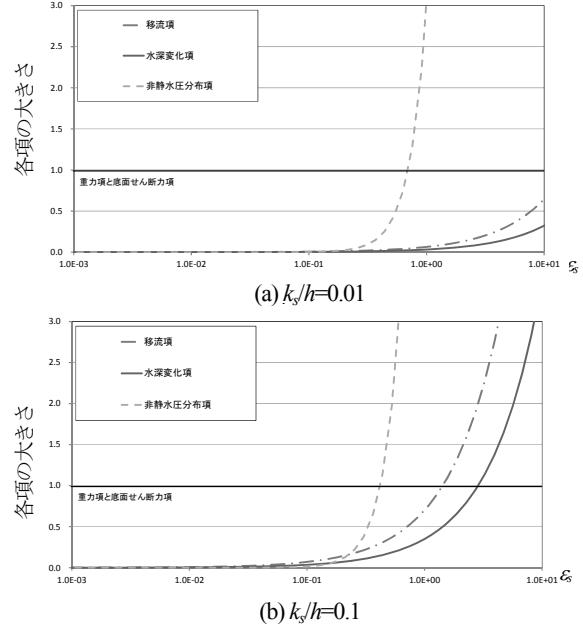


図-4 粗度層の運動方程式の各項の変化

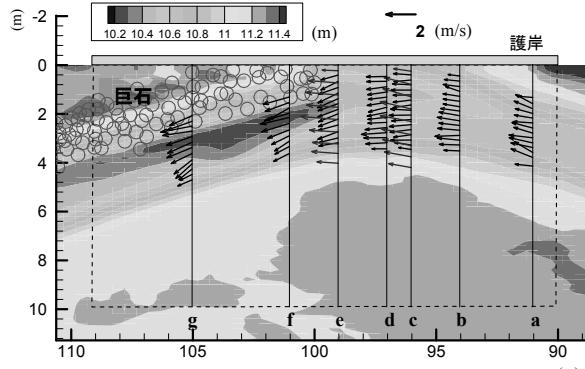


図-5 常願寺川現地実験における水衝部付近の河床形状、流速測定断面と水面と底面近傍流速の測定結果⁷⁾

大きなスケールの解析においては従来の粗面抵抗則で十分であることを示している。しかし、浅水パラメータ ϵ_s が小さくなると、非平衡項が大きくなり、従来の粗面抵抗則が適用できないことが分かる。特に、小さい粗度($k_s/h=0.01$)の場合では、 $0.01 < \epsilon_s$ から渦層内の非平衡性が無視できなくなる。これは渦層の厚さに対して粗度が小さいほど非平衡性が強くなることを示している。三次元解析においては、河床に接するメッシュの厚さが渦層の厚さに対応しており、小さな粗度の解析ほど河床近傍で細かなメッシュが必要となる。BVC法では渦層の厚さ α_b は水深 h の約1/20倍で定義されている。解析法の適用範囲⁸⁾と比較すると、渦層内の流れの非平衡性は概ね2Dと3Dの間、即ち準三次元解析法が必要となる流れのスケールから重要なとなる。

図-4に粗度層の運動方程式の各項の大きさの変化を示す。図-3の渦層の場合と比較すると、非静水圧項は概ね同じであり、そのほかの項は渦層の場合よりも小さくなっている。しかし、渦層内では粗度が小さくなるほど

非平衡性が大きくなるのに対し、粗度層内では粗度が大きいほど非平衡性が大きくなる。大きい粗度($k_s/h=0.1$)の場合では、 $0.1 < \epsilon_s$ から粗度層内の運動方程式のすべての項が無視できなくなる。このことは、例えば底面近傍の解析メッシュが十分小さい三次元解析においても、少なくとも粗度表面より下で平衡状態を仮定する従来の粗面抵抗則は適用できなくなることを示している。粗度層内の流れの非平衡性が無視できなくなる流れのスケールは三次元解析が必要となるスケールよりも大きく、概ね準三次元解析が必要となるスケール程度であるため、粗度が大きい河道において流れの三次元性を考慮する必要がある場合には、非平衡粗面抵抗則が必要となると言える。

6. 碓床河川における局所流への適用

本研究で開発した非平衡粗面抵抗則を導入した底面流速解析法(BVC-NWL)を2011年常願寺川現地実験⁹⁾に適用し、非平衡粗面抵抗則の碓床河川における局所流場の解析への妥当性を検証する。2011年常願寺川現地実験では、常願寺川砂州上に水路幅20m、低水路幅5m、低水路水深0.7mの複断面蛇行水路が作成された。図-5に示すように低水路蛇行頂部の水衝部にコンクリート製の垂直護岸が設置され、その直下には巨石盛土砂州が設けられた。実スケールの激しい流れの局所三次元流速場を計測するため、流速計測にはADCPの個別の流速ビームデータを用いた三次元流れの計測法⁷⁾が用いられた。実験、計測法の詳細については文献^{7), 9)}を参照にされたい。

解析の境界条件には、流量よりも精度が高いと考えられる水位を上下流に与えた⁷⁾。底面粗度は河床表層に存在する礫径の範囲内で、実測の水位縦断分布や流量、流速分布を説明するように $k_s=0.08\text{m}$ を用い、巨石設置箇所

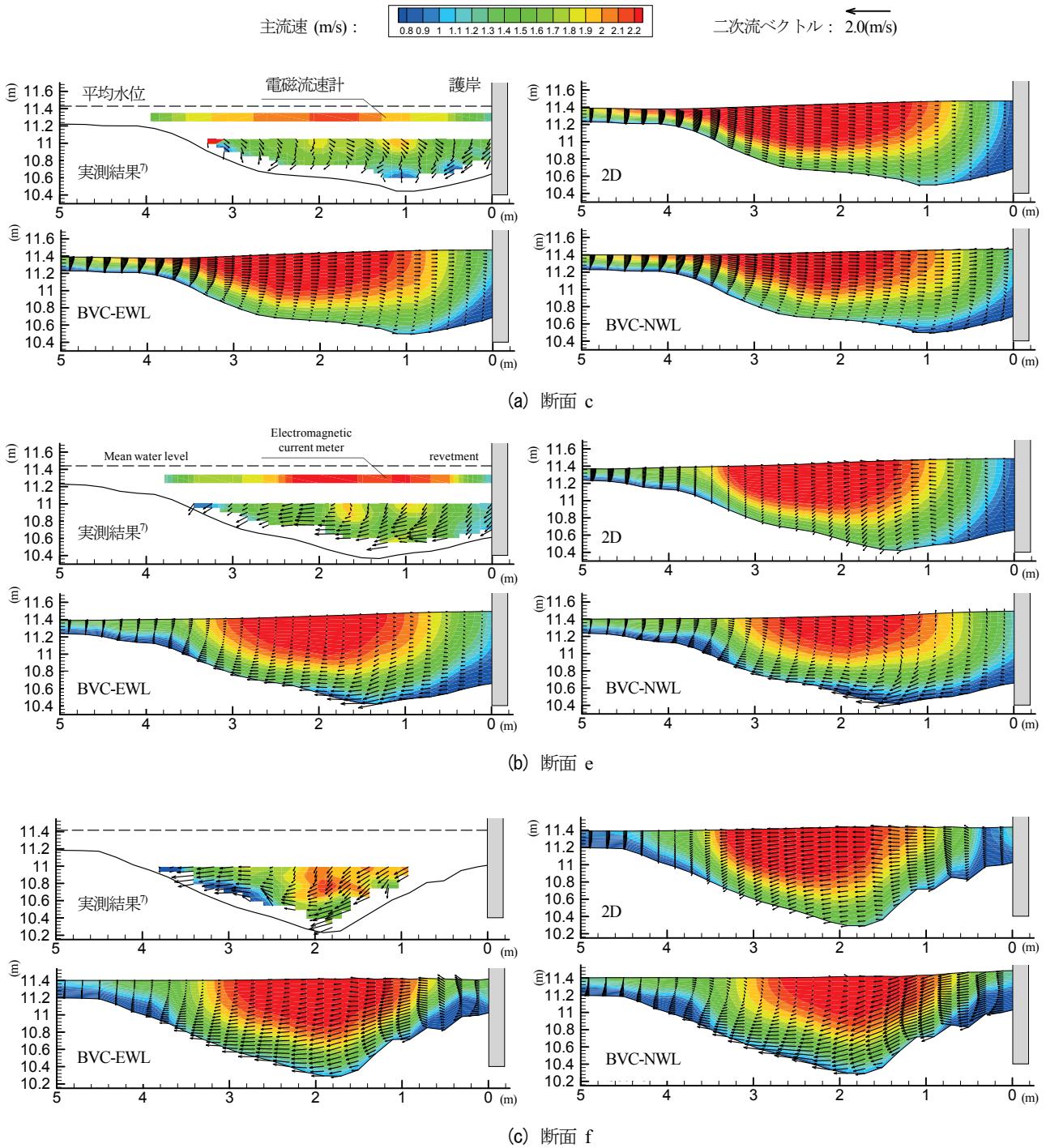


図-6 水衝部の三次元流速場の実測結果と各種解析法(2D, BVC-EWL, BVC-NWL)による解析結果の比較

は $k_s = 0.2\text{m}$ を与えている。解析地形は縦断幅0.5m、横断幅0.25mのデカルト座標メッシュに5.0m毎のTS測量結果とADCP河床形状測定結果を用いて作成した⁷⁾。また、平面二次元解析法(2D)と平衡粗面抵抗則を用いた底面流速解析法(BVC-EWL)による同一条件の解析を行い、BVC-NWLと比較し、非平衡粗面抵抗則の有効性を検討する。

図-6に図-5に示す断面c,e,fにおける三次元流速場の比較を示す。断面c,eの実測結果ではADCPで計測できない水面付近において電磁流速計の主流速の測定結果⁹⁾も合わせて示している。断面cの実測結果では、低水路全体

に二次流が形成されている。2D解析結果では二次流の影響が考慮されず、実測結果と比較すると主流速が内岸よりに発生し、低水路底面付近の流速の低下が表現できていない。BVC-EWL解析結果では、実測結果と同様に二次流が計算され、二次流による上述の主流速分布の変形を説明している。しかし、二次流の大きさが実測結果と比べるとかなり小さく、主流速分布の変形も十分でない。BVC-NWL解析結果では、実測結果と比べると護岸壁近傍で二次流が弱いものの、BVC-EWLと比較すると二次流強度及び二次流による主流速分布の変形の解析結

果が改善されていることが分かる。巨石付き盛土砂州の直上流である断面eでは、実測結果を見ると、断面cと比較して強い二次流が形成され、底面近傍では内岸に向かう強い流れが発生している。BVC-EWL解析結果では2D解析では考慮できないこの実測結果の特徴を説明しているが、断面cと同様に二次流が弱く計算されている。これに対し、BVC-NWL解析結果を見ると、実測結果と同程度の底面流速が計算され、低水路中央付近の二次流セル中央の下降流が再現できている。断面fでは、実測結果から巨石群を乗り越えた早い流れの運動量が巨石群の抵抗により内岸方向に下後流を伴ながら輸送され、巨石群前面では底面近傍に速い主流速と内岸方向への強い横断方向流速が発生していることが分かる。この流れによって、図-5に示すような巨石群前面の局所洗掘が形成される。BVC-EWL解析結果は、2D解析結果と比較して改善されているものの、巨石群上の内岸方向に向かう流れの下向き成分が弱く、巨石群前面の底面付近への運動量輸送が十分でない。また、低水路中央付近の二次流が弱く、水面付近でも内岸方向の流れとなっている。これは平衡粗面抵抗則では巨石群のような大きな粗度の影響を十分に評価することができないためである。BVC-NWLでは上述のBVC-EWLの解析結果の課題を改善し、巨石近傍の激しい実験の流れを表現できている。

既往研究では、本実験に対する局所流の解析精度の問題として、接近流速の再現精度の問題、即ち解析条件の設定が原因の一つに考えられていた⁷⁾が、本論文で示したように粗面の力学機構を運動方程式と連続式に基づいて考慮することで、礫床河川の局所流がかなりの程度説明できることが明らかとなった。

7. 結論

本研究により得られた主要な結論を以下に示す。

- 1) 様々な大きさの粗度が存在する礫床河川を解析するために、粗度の多重スケール性を導入した新しい解析方法(BVC-NWL)を開発した。解析で直接評価できる河床の凹凸である大きな粗度(LSR)に対してBVC法を応用し、小さな粗度(SSR)の抵抗に対しては、底面近傍の薄い渦層と粗度表面の粗度層の運動方程式に基づく非平衡粗面抵抗則(NWL)を導いた。
- 2) 非平衡粗面抵抗則を構成する運動方程式の各項の大きさの比較から、底面近傍の薄い渦層及び粗度層における流れの非平衡性や圧力の非静水圧成分は、非静水圧の準三次元解析と同様に水深よりやや大きな流れのスケールから大きくなることを明らかにした。粗度が大きくなるほど渦層内の非平衡性は弱くなるが、粗度層内の非平衡性は強くなるため、粗度の大きい礫床河川の局所流解析においては非平衡粗面抵抗則は重要な役割を持つことを明らかにした。
- 3) 常願寺川現地実験における水衝部の三次元流れの

BVC-NWL解析では、BVC-EWL解析では十分に表現できなかった水衝部の強い二次流やそれに伴う主流速の変化について改善された。特に、巨石群近傍の底面付近の流れを説明できることから、礫床河川の局所流や局所洗掘の解析においては、準三次元解析法による流れの三次元性を評価するとともに非平衡粗面抵抗則を導入することが重要であることを明らかにした。

本論文で述べたようにBVC-NWL法は洗掘を引き起こす底面近傍の流れを説明できることから、局所洗掘解析の精度向上が期待できる。本非平衡粗面抵抗則を河床変動解析に導入することによって、従来の解析法が持つ二つの課題を改善することができると考えられる。従来の局所洗掘解析法の多くは洗掘深を小さく見積もる課題を有していた。第一のメリットは河床極近傍の非平衡流れによる付加的なせん断応力を考慮できることである。第二のメリットは、河床近傍流速でなく、河床材料に作用する流速場を掃流力計算に用いることができる点である。即ち、底面せん断力を介すことなく、河床材料粒子に作用する流体力を直接計算できるため、掃流力の精度向上だけでなく、流れの解析法が直接的にリンクした新たな土砂の非平衡運動解析法の開発に有利である。今後はBVC-NWL法を応用した流れと土砂運動の一体解析法を開発し、局所洗掘解析に応用する予定である。

参考文献

- 1) Clifford, N. J., Robert, A. and Richards, K. S.: Estimation of flow resistance in gravel-bedded rivers: A physical explanation of the multiplier of roughness length, *Earth Surface Processes and Landforms* 17(2): 111-126, 1992.
- 2) 吉川秀夫著、流砂の水理学、丸善、1985。
- 3) 内田龍彦、福岡捷二、福島琢二、田中正敏：大型粗度群上の浅い流れの平面二次元解析とその応用、土木学会論文集、No.691/II-57, pp.93-103, 2001.
- 4) Nicholas, A.P.: Computational fluid dynamics modelling of boundary roughness in gravel-bed rivers: an investigation of the effects of random variability in bed elevation, *Earth Surf. Process. Landforms* 26: 345-362, 2001.
- 5) Nikora, V., McEwan, I., McLean, S., Coleman, S., Pokrajac, D. and Walters, R.: Double-Averaging Concept for Rough-Bed Open-Channel and Overland Flows: Theoretical Background, *J. Hydraul. Eng.* 133: 873-883, 2007.
- 6) 内田龍彦、福岡捷二：浅水流の仮定を用いない水深積分モデルによる底面流速の解析法、土木学会論文集B1(水工学), Vol.68, No.4, I_1225-I_1230, 2012.
- 7) 輿石大、内田龍彦、福岡捷二：護岸水衝部における三次元流れと河床形状の観測法と解析法の開発、土木学会論文集B1(水工学), Vol.69, No.4, I_1171-I_1176, 2013.
- 8) 輿石大、平塚真理子、内田龍彦、福岡捷二：護岸水衝部における三次元流れの解析法の改良と課題、河川技術論文集、第19巻, pp.99-104, 2013.
- 9) 小池田真介、石井陽、岩井久、石川俊之、福岡捷二：水衝部対策を施工した砂州による自然性の高い河岸防護工の創出、河川技術論文集、第18巻, pp.233-238, 2012.

(2014.4.3受付)