

内部侵食による土の不安定化を考慮した 河川堤防の浸透破壊解析法の提案

PROPOSAL OF SEEPAGE FAILURE ANALYSIS OF RIVER DIKE
WITH ACCOUNT FOR UNSTABLE BEHAVIOR DUE TO INTERNAL EROSION

前田健一¹・今瀬達也²・伊藤嘉²・齊藤啓²

Kenichi MAEDA, Tatsuya IMASE, Yoshimi ITO and Hiroshi SAITO

¹正会員 工博 名古屋工業大学教授 高度防災工学センター (〒466-8555 名古屋市昭和区御器所町)

²学生会員 名古屋工業大学大学院 社会工学専攻 (〒466-8555 名古屋市昭和区御器所町)

When water flows through a broadly graded soil there is a possibility of erosion of the smaller particles within the soil leading to a narrowing of the grading. It is important to understand the mechanical consequences of its occurrence, and the potential for deformation or failure due to internal erosion and surface scouring; but this has been missing in geo-engineering and hydro-engineering. In this paper, we developed a continuum model for the mechanical consequences of internal erosion and scouring using DEM; there is duality of particulate and continuum phenomena. This constitutive model was incorporated in Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH) with soil-water coupling to simulate the erosion process with localized - large deformation. We show the SPH simulation results with local and large deformation and local failure due to internal erosion.

Key Words : Internal erosion, Discrete element method, Seepage failure, SPH

1. はじめに

底部や基盤面に透水性の高い砂質や砂礫を含む層を有するような河川堤防において、高水位が継続した場合、パイピングを伴った進行性の浸透破壊が生じることが報告されている。透水力によって細かい粒子が流出する内部侵食が原因との指摘もある。洪水時に、堤防からの漏水が濁っていない箇所では破堤にはいたらなかったものの、濁水となった箇所では破堤に至ったと報告もある。

一般に、内部侵食では、細粒子の流失による間隙の増加が流れの集中をもたらすことは従来から指摘されている。しかし、粒子の流失に伴い、粒度分布が変化することで、土の土粒子骨格も損傷を受け、土要素自体も力学的に不安定化することが考えられる。

しかし、この不安定化がどのような効果をもたらすのかについては、明らかになっておらず、解析方法についても整備されていないのが現状である。そこで、本研究では内部侵食による土の不安定化と、それに起因する堤防の不安定化について検討するとともに、解析手法の提案を試みた。

2. 提案する解析手法に関する考え方

本論文では、粒子レベルのミクروسケールからの内部侵食と土要素の損傷、境界値問題としての破壊の連鎖が、パイピングなどの進行性破壊をもたらすという観点で一連のプロセスを、数値計算で表現する試みを行う。

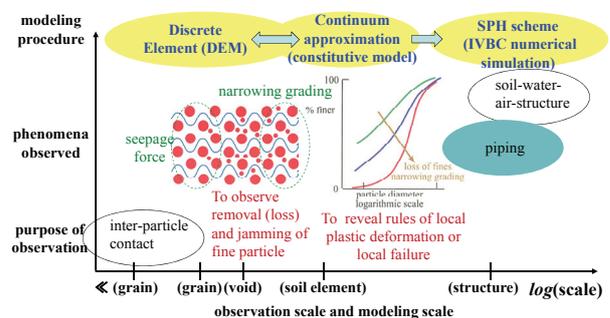


図-1 内部侵食を伴う堤体の進行性破壊を表現するために提案する数値計算フレーム。

上記のような現象を計算するには、連続したメッシュを有する有限要素法 (FEM) や計算要素が小さなDEMを用

いた方法では、要求に応えることは難しい。そこで、ミクロとマクロのスケールでの現象に関する考察とモデル化、スケール間の連結などを考慮しながら、上記の要求に応えるための新しい計算フレームを提案する。概略図を図-1に示す。

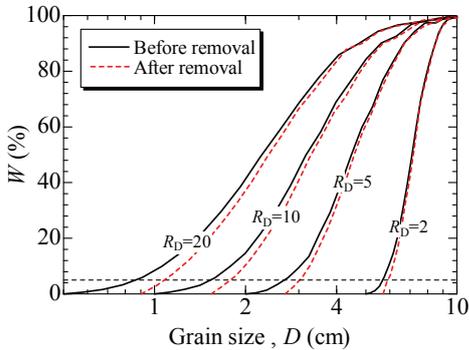


図-2 DEM解析に用いた試料の粒度分布：黒実線は原粒度，破線は原粒度の5%粒径まで細粒分が流出したときの粒度。

図は、横軸には現象を観察しモデリングするスケールをとり、観察の目的、観察される主な現象、モデリングの方法をまとめている。モデリングは以下の三段階となっている。

- 1) 内部侵食の粒子レベルモデリング
- 2) 内部侵食による土塊の不安定化の連続体近似モデリング (土の構成式)
- 3) 構造物としての堤体の進行性破壊解析のモデリング

ここでは、細粒分の流出や詰まりといったダイナミクスというミクロの現象を、それに伴う粒度変化をもたらす土の塑性変形という連続体レベルの力学現象に置き換える¹⁾⁻³⁾。また、この構成関係を従来型の土の構成式⁴⁾に近似し、大変形解析が可能な数値解析手法に組み込む。ここでは、粒子法の一つである、SPH (Smoothed Particle Method) 法を土-水-空気連成に応用した方法⁵⁾⁻⁸⁾を用いた。粒子法は、FEMのような連続体としての計算要素を持ち、材料の構成則を用いることで幅広い材料可能であるとともに、要素の運動をLagrange的に扱う破壊解析に適したメッシュフリー法である。

3. 内部侵食の粒子レベルモデリング

(1) 侵食を模擬した解析方法

一般に、広範な粒度を持つ粒状体内部では透水力によって細粒分が流出すると考えられる^{2), 3)}。そこで、内部侵食の再現は、土に作用する応力を一定に保ちながら、最も細かな粒子を順番に除去するという単純化した作用として考えた。二次元個別要素法を用い、二軸圧縮試験の数値実験を行った。ここでは円形粒子のみを用い、図-2に示すような重量分布で正規分布の粒度を作成した。粒度指標として粒径比 $R_D = D_{max}/D_{min}$ を用い、最大粒径

$D_{max}=100\text{mm}$ の下、最小粒径 D_{min} を変化させた ($R_D=2, 5, 10, 20$)。無重力下において試験を実施した。最大主応力方向を y 方向とし、直ひずみ ε_{xx} と ε_{yy} 、体積ひずみ ε_v 、平均主応力 σ_m と最大せん断応力 τ_m を用いて整理する。

ここでは、平均的な圧密圧力の $\sigma_m=0.1\text{MPa}$ 一定の下、

- 1) 単調載荷試験 (侵食を未経験の土のせん断挙動)、
- 2) 細粒分を除去する removal 試験 (応力状態一定での内部侵食を模擬)、
- 3) removal 後の再載荷試験 (侵食を経験した土のせん断挙動)

の3種類の試験を行った (図-3)。removal 試験では供試体から最小径粒子を検索後、強制的に除去し (粒径比 R_D が小さくなり、貧配合化する)、粒子骨格構造が崩れ、これに伴う不釣り合い力が消散するまでの変形を観察する。せん断応力比 τ_m/σ_m 一定の下、原粒度の5%粒径に達するまで除去作業を繰り返した。また、軸ひずみ ε_{yy} が10%に達した時、供試体は破壊に至ったとみなし、除去を停止した。パラメータの詳細は既報に詳しい¹⁾⁻³⁾。

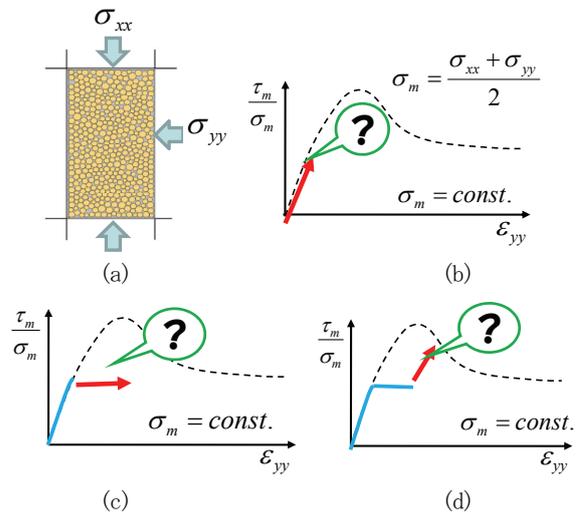


図-3 DEM解析で実施した試験の概要：(a) 供試体の概略図、(b) 単調載荷試験 (侵食を未経験の土のせん断挙動)、(c) 細粒分を除去するremoval試験 (応力状態一定での侵食を模擬)、(d) removal後の再載荷試験 (侵食を経験した土のせん断挙動)。

(2) 解析結果および考察

a) 内部侵食による土の変形・破壊挙動

ここでは、既報^{2),3)}に加えて、removal 試験時の間隙比も詳しく調べている。図-4は、密な状態の $R_D=10$ の場合における、単調載荷試験の結果 (図中の赤実線) と removal 試験 (内部侵食試験) の結果 (黒丸) を合わせて示している。図(a)は、応力状態を保ちながら (せん断応力比 τ_m/σ_m 一定の下で)、細粒子を除去し変形 (軸ひずみ ε_{yy}) が落ち着くまでの1サイクルを繰り返した結果である。1サイクルで生じる変形量は、図中の各ドット間の距離で表されている。粒度が変化することで、

たとえ、応力が一定であってもひずみが発達することがわかる。図(b)のダイレイタンス挙動(体積ひずみ ϵ_v)から、removal試験によって圧縮していることがわかる。

また、応力比が低く、等方応力状態($\tau_m/\sigma_m=0$)の場合、原粒度の5%まで除去しても1%の変形で損傷が留まっており、それ以上変形は大きくならなかった。しかし、removal試験を行う応力比が高くなる程、変形量は増大し、 $\tau_m/\sigma_m>0.25$ の場合、原粒度の5%まで除去する前に(原粒度の2%粒径程度までの除去で)、大きな軸ひずみが発生し破壊に至っている。つまり、内部侵食によって粒子骨格が耐力を失うため、数パーセント粒径まで流出することで、土自体が不安定化すると言える。

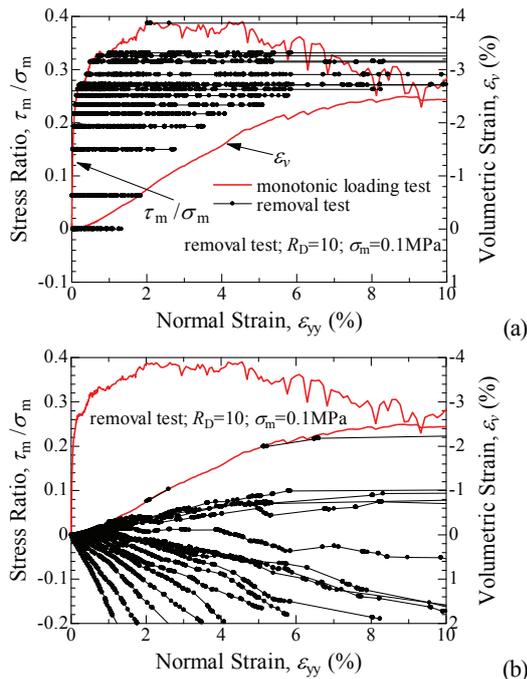


図-4 応力比一定下のremoval試験(内部侵食を模擬)時の粒度変化に伴う、(a)変形、破壊、(b)ダイレイタンス挙動(赤の太い実線が単調載荷試験結果、黒丸のドットがremoval試験結果)。

b) 内部侵食による土の間隙比挙動

図-5は、各試料($R_D=D_{max}/D_{min}=2, 5, 10, 20$)の、せん断時に得られる限界状態線(critical state line; CSL)を示している。せん断時の大きなひずみ発生時には、ひずみの増加に関わらず、応力の増加や間隙比 e が変化しない状態が現れる。これが限界状態と呼ばれている(図中の \times)。比体積 v ($v=1+e$)と平均有効主応力(圧密応力) σ_m の平面において、限界状態を結ぶと、1つの土に固有の1直線で近似することができる。この直線は限界状態線と呼ばれ、材料の力学挙動を支配する基準関係である。図から、 R_D が小さくなり、粒度が良配合から貧配合になるほど、限界状態線は上方に遷移し、限界状態での間隙比は大きくなる。

図-6は、単調載荷とremoval試験の結果を比体積 v ($v=1+e$)と σ_m との関係で整理している。図中には、そ

れぞれの R_D の供試体について、最も密な状態の最小間隙比 e_{min} と緩い状態の最大間隙比 e_{max} に対応する比体積 v_{min} 、 v_{max} と限界状態のときの間隙比 e_{cs} に対応する比体積 v_{cs} も示している。removalによって試料は貧配合になるので R_D が小さくなるとともに、removalによって圧縮変形するものの比体積(つまり間隙比)は増加する

(図中の矢印の方向に遷移する)。これは、除去された粒子の体積分と同等に、圧縮量が生じることができないためである。また、限界状態の比体積 v_{cs} ($=1+e_{cs}$)は間隙比を上限として変形しているようである。一連のremoval試験では、比体積 v の増加と、粒度変化(材料の変化)による限界状態の比体積 v_{cs} の遷移が同時に生じ、ほぼ $v=v_{cs}$ となると破壊に至っているようである。つまり、侵食によって、限界状態の概念に従った土の変形・破壊挙動が生じることが明らかになった。

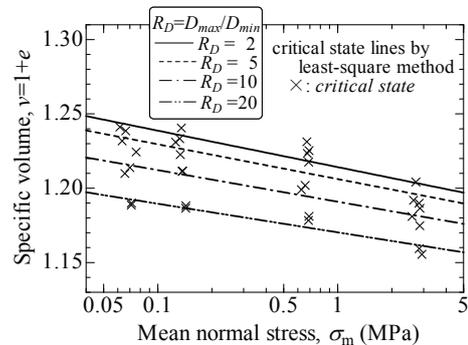


図-5 限界状態線に及ぼす粒度の影響

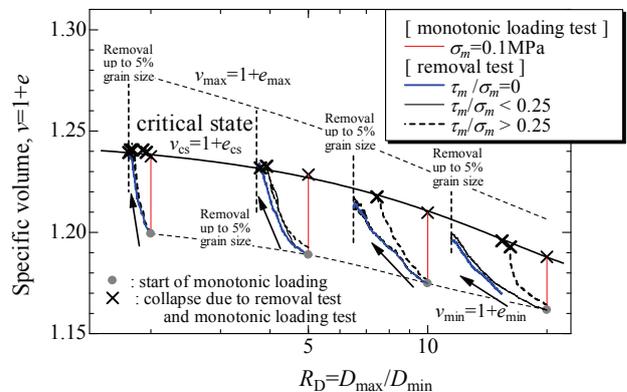


図-6 応力比一定下のremoval試験(内部侵食を模擬)時の粒度変化に伴う間隙比(比体積)の変化。

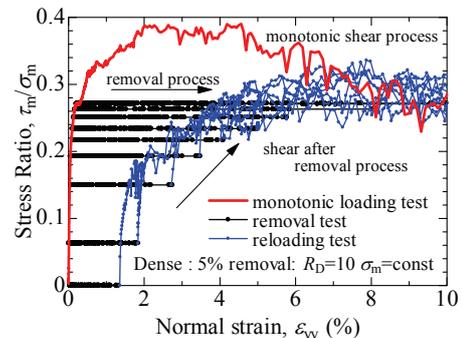


図-7 removal試験(内部侵食を経験した)後のせん断挙動: 内部侵食(黒)後の再載荷後の強度(青色)は低下する。

c) 内部侵食を経験した土のせん断挙動

図-7は、removal試験後にせん断した様子を青線で示しており、ピーク強度(0.25~0.32)は、removal前(内部侵食前)の赤線のピーク強度(約0.38)に比べると、侵食を経験することで、1.5~3割程度強度が低下していることがわかる。

4. 内部侵食による土の不安定化の連続体近似モデリング (構成モデル)

(1) 内部侵食を模擬した土の構成式

内部侵食が発生し細かな粒子から流出すると、粒度変化し、より貧配合な材料に変わる(図-2)。このとき、材料によって固有の状態を示す限界状態線(CSL)は上方に遷移する(図-5)。一方、土の塑性変形は同じ応力 σ_m 状態であれば、限界状態線上(CSL)の間隙比 e_{cs} と現在の間隙比 e との相対距離 $\phi = (e_{cs} - e)$ で記述される。ほとんどの土の弾塑性モデルはこの実験事実を基に展開されている(限界状態土質力学と呼ばれている)⁴⁾。数値実験においても通常の土の実験と同様の力学挙動の傾向が得られている^{1)~3)}。そこで、内部侵食によって相対距離 $\phi = (e_{cs} - e)$ が変化することに着目し、内部侵食による塑性変形を従来の土の構成モデルを拡張して予測することとした。モデルの拡張の概略は次の通りである。内部侵食によって貧配合化(R_D が減少)することで、材料変化による限界状態線の間隙比の変化 $\delta e_{cs} (> 0)$ が生じる。また、土は圧縮変形するが間隙比は増加する($\delta e > 0$)。したがって、応力状態が一定であっても、相対距離 ϕ の変化 $\delta \phi = (\delta e_{cs} - \delta e)$ によって塑性変形が生じ、 $\delta e > \delta e_{cs} > 0$ の場合、 e が e_{cs} に近づくことで、内部侵食による破壊(大変形)が起きることになる。

(2) 構成モデルによる内部侵食による変形予測

以上の検討を基に、土質力学では広く知られている土の構成モデルであるCam-Clayモデル⁴⁾をベースに用いる。これに、粒度変化による限界状態線の移動量(間隙比の変化)との関係³⁾を連動することで、粒度変化を入力値とした、内部侵食による塑性変形を算定することとする²⁾³⁾。弾塑性モデル部分のパラメータの決定方法については従来通りである⁴⁾。弾塑性パラメータを表-1に示す。

表-1 要素挙動の解析に用いた弾塑性パラメータ。

土の構成式*パラメータ	値(単位)
初期間隙比	0.545
圧縮指数	0.05
膨潤指数	0.004
限界状態定数	1.10

図-8は、図-4および図-7の挙動を予測した結果である。概ね挙動を表現できており、内部侵食による土の不安定化を表現できていると言える。

5. SPH法による堤体の進行性破壊解析モデリング

(1) SPH法による物理量の算定

堤体の進行性破壊解析を行い、堤防のねばり強さを定量的に評価しようとする場合、土-水-空気の連成解析、大変形解析、破壊解析、ある相が他の相中を移動する解析なども必要となる⁸⁾。弾性変形域から侵食による局所的な変形・破壊、その伝播を考慮した、多相系の破壊解析を実施できるようにすることが本研究の試みである。本論文では、連成については、土-水について取り扱う。

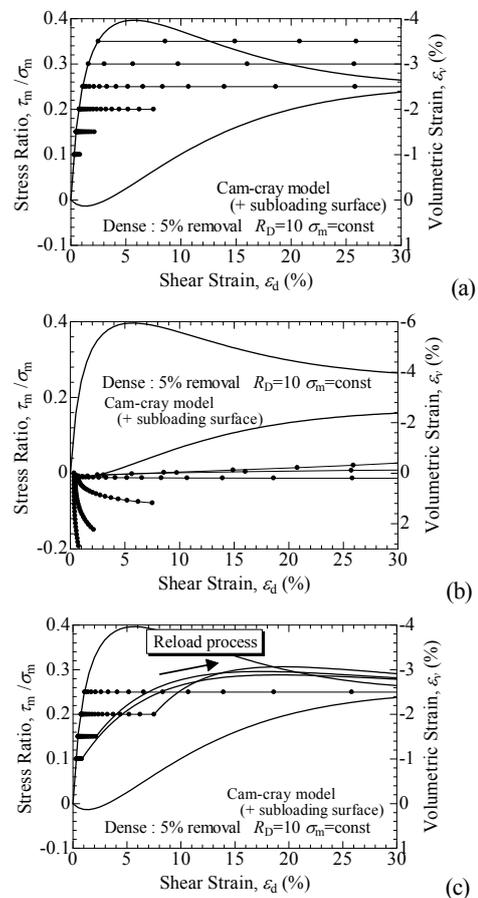


図-8 構成モデルによる内部侵食に伴う土の変形・破壊挙動の予測結果：(a)単調荷試験とremoval試験(内部侵食試験)時の応力比とひずみ関係、(b)体積ひずみ、(c)内部侵食を経験後のせん断挙動。

本論文では、宇宙物理の分野から発達した粒子法であるSPH(Smoothed Particle Hydrodynamics)法を拡張する。FEMの連続したメッシュの代わりに、図-9に示すような、運動する計算粒子素片(半径 h)を用いた手法である(中心座標は \mathbf{x})。土であれば、有限要素法のメッシュと同様に、土粒子ではなく土塊という連続体を

計算粒子素片とする。素片の重なり合いで場を記述し、物理量（スカラー量） $f(\mathbf{x})$ は素片中心と共に移動する。ここで素片 i の中心における物理量は、周辺の素片 j の物理量と平滑化関数 $W_{ij}(\mathbf{r}_{ij}, h)$ ($\mathbf{r}_{ij} = \mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j$) (左図の破線) の重ね合わせのみで表現できる (式 (1) および左図の赤線)。ここで、 m, ρ は計算素片の質量、密度である。連続体解析であるので、計算素片には状態方程式（流体相）や構成式（固相）が必要となる。体積力（ベクトル）を \mathbf{F} 、応力テンソルを $\boldsymbol{\sigma}$ とする。

$$f_i \cong \sum_{j=1}^N m_j \frac{f_j}{\rho_j} W_{ij}(\mathbf{r}_{ij}, h) \quad (1a)$$

$$1 = \int W_{ij}(\mathbf{r}_{ij}, h) d\mathbf{x}_j \quad (1b)$$

$$\frac{d\mathbf{v}_i}{dt} = - \sum_j m_j \left(\frac{\boldsymbol{\sigma}_j}{\rho_j^2} + \frac{\boldsymbol{\sigma}_i}{\rho_i^2} \right) \cdot \nabla W_{ij} + \mathbf{F}_i \quad (2)$$

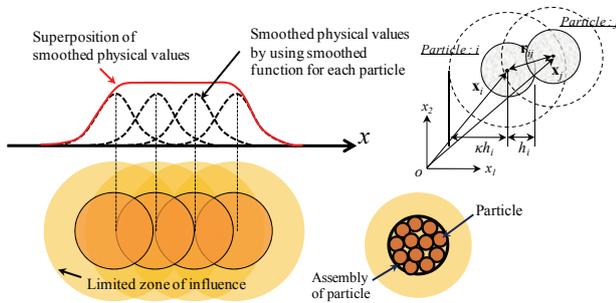


図-9 SPH法の計算粒子素片と物理量の表現方法

(2) 固体相と流体相の相互作用

SPH法において相変化を表現するため、土からなる固体相と水および空気の流体からなる流体相を個々のレイヤ上で計算し、それらを重ね合わせることで土-水連成解析を可能としている⁵⁾⁸⁾ (図-10)。

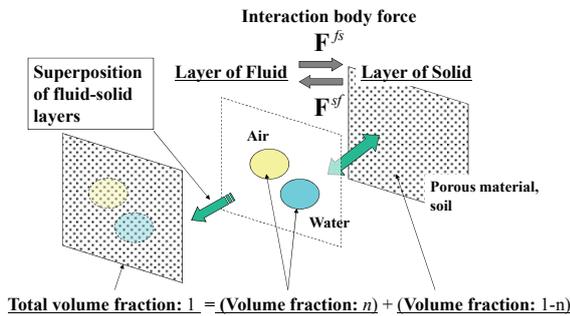


図-10 連成解析のための固相と流体相の重ね合わせ

重ね合わせをする際、両者間に間隙率と透水（透気）係数を考慮した以下の物体力を作用させる。これは、両相の速度差により生じる摩擦力に起因する力と考え、Biotの方法にならって定義した（便宜上、Darcy則が成り立つとした）。

$$\mathbf{F}^{sf} = n^2 \frac{\rho_f \mathbf{g}}{k} (\mathbf{v}^s - \mathbf{v}^f) \quad (3a)$$

$$\mathbf{F}^{fs} = n \frac{\rho_f \mathbf{g}}{k} (\mathbf{v}^f - \mathbf{v}^s) \quad (3b)$$

ここで、 $\mathbf{F}^{sf}, \mathbf{F}^{fs}$ は固体相および流体相上の粒子素片に作用する物体力、 $\mathbf{v}^s, \mathbf{v}^f$ は固体相および流体相上の粒子素片の流速ベクトル、 ρ_f は流体の密度、 n は間隙率を示す。計算ステップ毎に固体相の密度を、正規化した式 (1) を用いて算定し⁶⁾、それに伴い n を更新する。

(3) 流体相の状態方程式、固体相と構成関係

流体の初期の圧力、現在の圧力、初期の圧力の変動分をそれぞれ p_0, p, p_d とする。体積圧縮係数を B とすると、気体相の状態方程式は以下のようにする。

$$p_d \equiv p - p_0 = B \frac{\rho - \rho_0}{\rho_0} \quad \text{for gas} \quad (4)$$

ここで、体積圧縮係数 B は次式によって決定される。

$$B = \gamma_{\text{gas}} \cdot p \quad \text{for gas} \quad (5)$$

気体相では定圧比熱と定体積比熱の比から空気については $\gamma_{\text{gas}} = 1.403$ とした。

つぎに液体相たとえば水は非圧縮性であるが、密度から圧力を算定するために、次式のような状態方程式を用いて擬似非圧縮流体として取り扱う。

$$p_d \equiv p - p_0 = p_0 \left\{ \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^{\gamma_{\text{liq}}} - 1 \right\} \quad \text{for water} \quad (6)$$

ここで、 $\gamma_{\text{liq}} = 7$ とした。この値が小さい場合、水の圧縮性は高くなる。実際に計算を行った結果、1%未満程度の密度変化であり、擬似非圧縮性が実現されていた。

(4) 侵食速度の仮定

ある動水勾配において、単位時間当たり細粒分が着目する土塊から流出する質量比を流出速度とする。流出速度に関する実験データの蓄積や実験式が提案されている⁹⁾¹⁰⁾。本論文では、既往の実験結果と提案式をそのまま用いて、細粒分が固相から抜けて質量が減少するとともに、液相で質量が増加するように計算した⁹⁾¹⁰⁾。初期の細粒分含有率を20%、一定の動水勾配で抜ける細粒分量はDarcy流速に依存するとし、既往の実験データと実験式を用いた。流出速度の変化率を約5000 (1/m) とした。

6. 浸透破壊解析結果例および考察

ここでは、提案する解析方法による計算例を示す。

解析に用いた主なパラメータは表-2に、計算スケールは図中に示す（他のパラメータは既報^{6,7)}に詳しい）。

表-2 解析に用いた主な基本パラメータおよび解析条件.

土のパラメータ*	値 (単位)
飽和透水係数	2.0×10^{-4} (m/s)
粒径に関するパラメータ	
R_D	20
細粒分含有率	20%
SPH解析条件	
計算粒子素片	0.20 (m)
時間刻み	CFL条件を満たす様に決定

*土の構成モデルは4 (2) 節の構成モデルと同じ。

図-12, 13は、堤外側法面に柔な構造で遮水が施された堤体について、河川水位が一定に保たれている条件下での堤体の地盤部分の変状の様子を、それぞれ、内部侵食有り無しの場合について比較している。この場合、堤体内には浸潤しにくく、下部の透水性層に流れが集中することになる。内部侵食無しの場合では、堤内側の法先が膨れるものの崩壊に至っていない。内部侵食有りの場合には、法先の局所的な変形が進み、ゆるみ領域も見られる。最終的には透水性の基盤が削られ堤体全体が決壊に至っており、進行性破壊が再現されている。

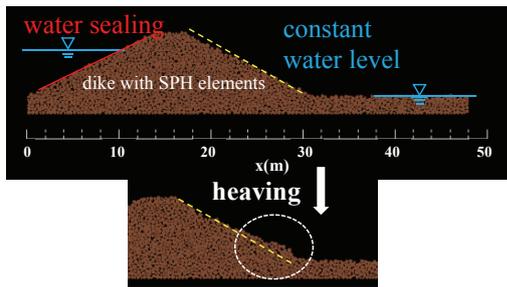


図-11 水位一定下における堤体の下層の浸透による堤体の変状・決壊解析例（内部侵食無し）：決壊なし。水位一定にしてから、（上）0分後、（下）10分後。

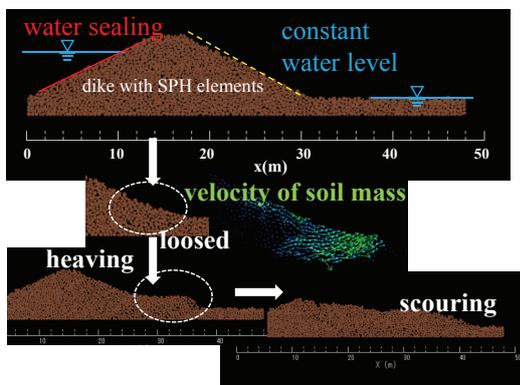


図-12 水位一定化における堤体の下層の浸透による堤体の変状・決壊解析例（内部侵食有り）：決壊後、洗掘。水位一定にしてから、上から、0, 5, 10, 14分後。

7. まとめ

内部侵食によって、たとえ水位差が一定条件であっても、粒度変化に伴う変形が進行し、不安定現象を起し、ゆるみ領域の拡大もたらすことがわかった。さらに流入量の増大が更なる内部侵食を引き起こすという、連鎖が生じることが明らかになった。また、内部侵食を考慮する方が、変形が局所し、破壊とゆるみが進行することを示すことができた。実際の破堤では、漏水が濁った後に生じたとする報告がある。粒子流出が切欠で破壊を誘発できる本解析法を発展させることは重要と考えている。

謝辞：本研究に用いた装置の一部は、日本学術振興会科学研究費補助金 基盤研究(B)23360203, 国土交通省河川技術開発制度の助成によるものである。末筆ながら深謝の意を示します。

参考文献

- 1) Kenichi MAEDA et al.: Stress-chain based micromechanics of sand with grain shape effect, *Granular Matter*, Vol.12, No.5, 499-505, 2010.
- 2) Wood, D. M. and Maeda, K. : Changing grading of soil: effect on critical states, *Acta Geotechnica*, Vol.3: pp.3-14, 2008.
- 3) Wood, D. M., Maeda, K. & Nukudani, E.: Modelling mechanical consequences of erosion, *Geotechnique*, Vol.60, No.6, pp.447-457, 2010.
- 4) Wood, D. M.: *Soil Behaviour and Critical State Soil Mechanics*, Cambridge University Press., 1990.
- 5) 前田健一, 坂井守: Smoothed Particle Hydrodynamics法による粒状地盤の浸透破壊解析手法の開発, 土木学会応用力学論文集, Vol.7, pp.775-786, 2004.
- 6) Maeda, K., Sakai, H. and Sakai, M.: Development of failure analysis method of ground with Smoothed Particle hydrodynamics. *JSCE, Journal of Structure Eng. and Earthquake Eng.*, Vol.23, No.2, pp.307-319, 2006.
- 7) Maeda, K. & Sakai, H.: Seepage failure and erosion of ground with air bubble dynamics. *ASCE, Geoenvironmental Engineering and Geotechnics (GSP 204)*, pp.261-266, 2010.
- 8) 前田健一・柴田賢・馬場干児・小林剛・榊尾孝之・尾畑功: 模擬堤防土槽実験によるエアブローの確認と数値解析, 河川技術論文集, Vol.18, pp.305-310, 2012.
- 9) Sterpi, D.: Effects of the Erosion and Transport of Fine Particles due to Seepage Flow, *International Journal of Geomechanics*, Vol.3, No.1, pp.111-122, 2003.
- 10) Cividini, A., Bonomi, S., Vignati, G. C. and Gioda, G.: Seepage-induced erosion in granular soil and consequent settlements, *International Journal of Geomechanics*, Vol.9, No.4, pp.187-194, 2009.

(2013. 4. 4受付)