

# 洪水流の縦断水面形変化と準三次元流解析法を用いた石狩川河口部の洪水中の河床変動解析

## NUMERICAL ANALYSIS OF QUASI-THREE-DIMENSIONAL FLOW AND BED VARIATION BASED ON TEMPORAL CHANGES IN WATER SURFACE PROFILE DURING 1981 FLOOD OF THE ISHIKARI RIVER MOUTH

岡村誠司<sup>1</sup>・岡部和憲<sup>2</sup>・福岡捷二<sup>3</sup>

Seiji OKAMURA, Kazunori OKABE and Shoji FUKUOKA

<sup>1</sup>正会員 中央大学大学院 理工学研究科土木工学専攻 博士課程後期課程  
(〒112-8551 東京都文京区春日1-13-27)

<sup>2</sup>国土交通省 北海道局 水政課長 (〒100-8918 東京都千代田区霞が関2-1-3)

<sup>3</sup>フェロー 工博 Ph. D. 中央大学理工学部特任教授, 中央大学研究開発機構教授  
(〒112-8551 東京都文京区春日1-13-27)

In this paper, the numerical analysis of the unsteady quasi-three-dimensional flow and the bed variation using the observed temporal changes in water surface profiles is conducted to elucidate the characteristics of the flood flow and the bed scouring during the 1981 flood in the Ishikari River mouth. This analysis enables to verify the reproducibility of bed variations over time during floods by calculating the temporal changes in water surface profiles to coincide with observed one. The transportation of suspended load in the flood flow is evaluated by the three-dimensional advection-diffusion equations of suspended load concentration calculated with the vertical distributions of velocities, which are obtained from the unsteady quasi-three-dimensional flow analysis.

**Key Words :** water surface profile, flood flow, bed variation, quasi-three-dimensional analysis, suspended load, river mouth

### 1. 序論

石狩川昭和56年8月洪水では、川幅の狭い河口部において海水位と洪水位に大きな水位差が生じたため、洪水中に大きな河床低下が生じた<sup>1)</sup>。一般に、河口部における洪水の縦断水面形はこのような河床変動および潮位変動の影響を受けて時間的・空間的に複雑に変化する。

洪水を対象とした従来の河床変動解析では、洪水中の河床変動を測定することの技術的な難しさから、洪水前後での河床変動およびピーク流量時の水位縦断形や痕跡水位を用いて解析結果を検証する 경우가多く、時間的に変化する洪水期間中の河床変動の実像についてはほとんど明らかにされていない。

これに対し福岡ら<sup>2)</sup>は、洪水中の河道の抵抗および河床の変動等の影響は洪水流の水面形の時間変化に表れるという観点から、洪水中に大きな潮位変動を伴う河口部において、観測縦断水面形を用いて非定常洪水流解析と

河床変動解析を一体的に行うことで、洪水流と河床変動が相互に影響を及ぼし合う複雑な現象をかなりの程度説明できることを示した<sup>3)4)5)</sup>。この解析法は、河床変動等の影響を受けて時間的に変化する縦断水面形を再現することで、間接的に洪水中の河床変動の再現性を検証できるという考えに基づくものである。これは、観測することが難しい洪水中の河床変動を比較的観測が容易な水面形変化から推定する工学的に有用な方法であると考えられる。

本研究では、石狩川昭和56年8月洪水のように河口部で大きな河床洗掘が生じ、その影響が縦断水面形の変化に顕著に表れる洪水において、観測縦断水面形を解とする準三次元非定常洪水流・河床変動解析を行うことで、洪水中の河床変動を含めた洪水現象を説明することを目的とする。

### 2. 石狩川昭和56年8月洪水に関する既往研究

昭和56年8月石狩川洪水は当時の計画を超える規模の洪水であり、河口部では洪水中に大きな河床低下が生じた。北海道開発局は、河口から15kmの区間において洪水流の水位縦断面の時間変化の観測、流量観測、縦断面河床形状調査、洪水直前・直後の河道横断測量等の大規模な観測を行い、貴重なデータを得た<sup>1)</sup>。

この洪水に対し、岸・黒木ら<sup>6,7)</sup>は観測結果を基に、洪水中の河床形態と河床抵抗の変化について検討を行い、河床波の抵抗予測式を導いた。清水ら<sup>8)</sup>は鉛直分布を仮定した浮遊砂濃度の連続式と河床抵抗の変化を考慮した先駆的な一次元河床変動計算を行い、浮遊砂が卓越する石狩川洪水の河床変動の説明を試みた。さらに、井上ら<sup>9,10)</sup>は上記の解析を発展させ、二次流による浮遊砂の移流が蛇行流路の河床変動に与える影響を考慮し、鉛直分布を仮定した浮遊砂濃度および水平方向流速から浮遊砂濃度フラックスを算定する準三次元河床変動解析を提案した。

しかし、これらの先駆的・精力的な研究にあっても、準定常的に解析を行っているために、洪水流の非定常性に伴う河床変動を十分に考慮できていない。石狩川では洪水継続時間が長く流量の増減が緩やかであることから、洪水流のみを対象とする場合は準定常解析で問題は少ないと考えられる。しかし、洪水流の非定常性の影響を受けて洪水中の河床変動は水面形とともに時間的に変化することから、準定常解析では洪水現象を十分に再現できない。また、これらの研究では浮遊砂濃度の鉛直分布を仮定し、河道湾曲部の二次流による浮遊砂の輸送を水深積分した形で考慮しているために、底面付近の高濃度の浮遊砂の輸送を十分に表現できない。

本研究では、洪水中の河床変動や河床抵抗の影響は水面形の時間変化に表れるという考えに基づき、観測された縦断面水面形の時間変化を解とする非定常洪水流・河床変動の一体解析を行い、石狩川河口部の洪水流と河床変動を再現する。また、非平衡性の強い流水中での浮遊砂輸送を解析するため、浮遊砂濃度の鉛直分布を仮定する方法を用いず、準三次元流解析から得られる流速分布を用いて浮遊砂濃度の三次元移流拡散方程式を解く。

### 3. 観測縦断面水面形の時間変化を解とする非定常洪水流・河床変動の一体解析法の石狩川昭和56年8月洪水への適用

#### (1) 解析方法および解析条件

図-1には、本研究で石狩川昭和56年8月洪水を対象として行った観測縦断面水面形の時間変化を解とする非定常洪水流・河床変動の一体解析のフローを示す。

初期河道形状、境界条件の時系列、河床抵抗等の解析条件の初期設定を行った後、準三次元非定常流解析と平面二次元河床変動解析を一体的に行い、解析の結果得ら

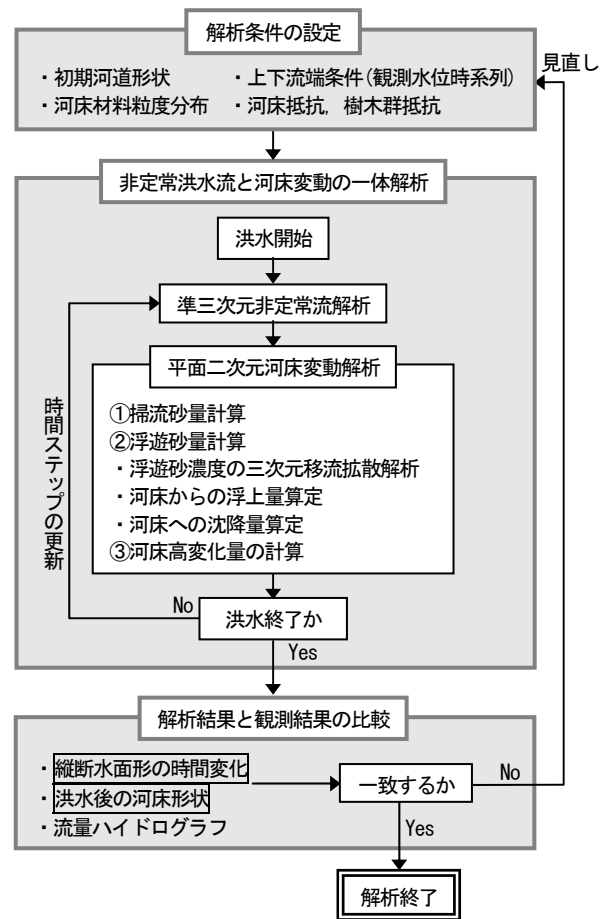


図-1 観測縦断面水面形の時間変化を解とする非定常洪水流・河床変動の一体解析法

れた縦断面水面形の時間変化および洪水後の河床形状が観測結果とどの程度対応するかを調べる。解析結果と観測結果に差がある場合は河床抵抗等の解析条件や解析に用いた基礎式の見直しを行い、非定常洪水流と河床変動の一体解析を再度行い、解析結果と観測結果が工学的精度を満足するまでこれを繰り返す。

以下に最終的に設定した解析条件を示す。

#### a) 流れの基礎式<sup>1)</sup>

蛇行流路における洪水流と河床変動を解析するため、流れの解析には、渦度方程式を用いた準三次元非定常流解析法<sup>1)</sup>を用いた。水深平均流速の基礎式は一般座標系における物理成分で記述された浅水流方程式<sup>2),12)</sup>を用いる。ただし、水平応力項には水深平均流速からの偏差成分による応力項が付加される。

流速 $u_i$ の鉛直分布は式(1)に示す水深平均流速 $U_i$ 、水深平均流速と底面流速の差 $\delta u_i$ を用いた二次曲線で表す。

$$u' = u_i - U_i = \frac{\delta u_i}{2} (1 - 3\eta^2) \quad (1)$$

ここに、 $i, j = 1, 2$  ( $x, y$ 方向)、 $\eta = (z_s - z)/h$ 、 $z_s$  : 水位、 $h$  : 水深である。

水深積分渦度 $\Omega_i$ は式(2)に示す水深積分された渦度方程式により解く。

$$\frac{\partial Jh\Omega_i}{\partial t} + \frac{\partial h\Delta\eta(F_{i\xi} + D_{i\xi})}{\partial \xi} + \frac{\partial h\Delta\xi(F_{i\eta} + D_{i\eta})}{\partial \eta} \quad (2)$$

$$= J(ER_{zi} + P_{oi})$$

ここに、 $J$  : ヤコビアン (計算格子の面積)、 $\Delta\xi, \Delta\eta$  :  $\xi, \eta$  方向の計算格子間隔、 $P_{oi}$  :  $i$  方向の水深平均渦度の生産項<sup>11)</sup>である。また、 $F_{i\xi}, F_{i\eta}$  :  $\xi, \eta$  方向の移流、回転・伸縮項による  $i$  方向の水深平均渦度のフラックス、 $D_{i\xi}, D_{i\eta}$  :  $\xi, \eta$  方向の乱流拡散による  $i$  方向の水深平均渦度のフラックス、 $ER_{zi}$  : 鉛直方向の渦度の回転項であり、それぞれ以下のように定義される。

$$\begin{cases} F_{i\xi} = (\Omega_i U^\xi - \Omega^\xi U_i) + (\Omega_i \delta u^\xi - \Omega^\xi \delta u_i) / 4 \\ F_{i\eta} = (\Omega_i U^\eta - \Omega^\eta U_i) + (\Omega_i \delta u^\eta - \Omega^\eta \delta u_i) / 4 \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{cases} D_{i\xi} = -\frac{\nu_t}{\sigma_\omega} \left( \frac{\partial \Omega_i}{\partial \xi} - \cos\theta^{\eta\xi} \frac{\partial \Omega_i}{\partial \eta} \right) \\ D_{i\eta} = -\frac{\nu_t}{\sigma_\omega} \left( \frac{\partial \Omega_i}{\partial \eta} - \cos\theta^{\eta\xi} \frac{\partial \Omega_i}{\partial \xi} \right) \end{cases} \quad (4)$$

$$ER_{zi} = u_{si}\omega_{s\sigma} - u_{bi}\omega_{b\sigma} \quad (5)$$

ここに、 $\Omega^\xi, \Omega^\eta$  :  $\xi, \eta$  方向の水深平均渦度の物理成分、 $U^\xi, U^\eta$  :  $\xi, \eta$  方向の水深平均流速の物理成分、 $\delta u^\xi, \delta u^\eta$  : 水深平均流速と底面流速差の  $\xi, \eta$  方向の物理成分、 $u_{si}, u_{bi}$  : 水面と底面の  $i$  方向流速、 $\omega_{s\sigma}, \omega_{b\sigma}$  :  $u_{si}, u_{bi}$  の回転である。渦動粘性係数  $\nu_t$  については、乱れの輸送方程式を解かず、鉛直方向流速分布による乱れの局所平衡を仮定して計算する。

#### b) 河床変動解析の基礎式<sup>13)</sup>

河床変動量は式(6)に示す流砂の連続式により計算する。

$$\frac{\partial z_b}{\partial t} + \frac{1}{(1-\lambda)J} \left( \frac{\partial \Delta\eta \cdot \sum_k \tilde{q}_{B\xi k}}{\partial \xi} + \frac{\partial \Delta\xi \cdot \sum_k \tilde{q}_{B\eta k}}{\partial \eta} + C_b w_{0k} - q_{suk} \right) = 0 \quad (6)$$

ここに、 $z_b$  : 河床高、 $\lambda$  : 河床の空隙率である。また、 $\tilde{q}_{B\xi k}, \tilde{q}_{B\eta k}$  は粒径  $d_k$  の掃流砂量の反変  $\xi, \eta$  方向ベクトルであり、それぞれ次式で表される<sup>13)</sup>。

$$\frac{\tilde{q}_{B\xi k}}{\tilde{q}_{Bk}} = \frac{\tilde{U}_b}{\sqrt{u_b^2 + v_b^2}} - \sqrt{\frac{\tau_{*ck}}{\mu_s \mu_t \tau_{*k}}} \left( \frac{\partial z_b}{\partial \xi} + \cos\theta^{\eta\xi} \frac{\partial z_b}{\partial \eta} \right) \quad (7)$$

$$\frac{\tilde{q}_{B\eta k}}{\tilde{q}_{Bk}} = \frac{\tilde{V}_b}{\sqrt{u_b^2 + v_b^2}} - \sqrt{\frac{\tau_{*ck}}{\mu_s \mu_t \tau_{*k}}} \left( \cos\theta^{\eta\xi} \frac{\partial z_b}{\partial \xi} + \frac{\partial z_b}{\partial \eta} \right)$$

ここに、 $\mu_s, \mu_t$  : 静止摩擦係数と動摩擦係数、 $\tau_{*ck}$  : 粒径  $d_k$  に対する無次元限界掃流力である。粒径別の掃流砂量  $\tilde{q}_{Bk}$  は芦田・道上式を用いて計算する。

浮遊砂濃度については、蛇行流路における非平衡性の強い流水中での浮遊砂の挙動を解析するため、鉛直濃度

分布を仮定する方法を用いず、式(8)に示す浮遊砂濃度の三次元移流拡散方程式を解く。ここで、鉛直方向の層分割は、時々刻々の水面と河床面の間を分割する移動  $\sigma$  座標系を用いる ( $\sigma$  軸は鉛直上向きにとる)。それぞれの高さの水平方向流速  $\tilde{u}, \tilde{v}$  は準三次元流解析から得られる流速分布より与える。鉛直方向流速は河床面で  $\tilde{w} = 0$  とし、連続条件を満足するように各層の  $\tilde{w}$  を与える。

$$\frac{\partial C_k}{\partial t} + \frac{1}{J} \left( \frac{\partial \Delta\eta \cdot \tilde{u} C_k}{\partial \xi} + \frac{\partial \Delta\xi \cdot \tilde{v} C_k}{\partial \eta} \right) + \frac{\partial C_k (\tilde{w} - \tilde{\sigma}_t - w_{0k})}{\partial \sigma} \quad (8)$$

$$= \frac{\partial}{\partial \tilde{\xi}} \left( \varepsilon_s \cdot \frac{\partial C_k}{\partial \tilde{\xi}} \right) + \frac{\partial}{\partial \tilde{\eta}} \left( \varepsilon_s \cdot \frac{\partial C_k}{\partial \tilde{\eta}} \right)$$

$$+ \cos\theta^{\eta\xi} \left\{ \frac{\partial}{\partial \tilde{\xi}} \left( \varepsilon_s \cdot \frac{\partial C_k}{\partial \tilde{\eta}} \right) + \frac{\partial}{\partial \tilde{\eta}} \left( \varepsilon_s \cdot \frac{\partial C_k}{\partial \tilde{\xi}} \right) \right\}$$

$$+ \frac{\varepsilon_s}{\tilde{J}} \left\{ \frac{\partial C_k}{\partial \tilde{\xi}} \frac{\partial \theta^\xi}{\partial \tilde{\eta}} + \frac{\partial C_k}{\partial \tilde{\eta}} \frac{\partial \theta^\eta}{\partial \tilde{\xi}} \right\} + \frac{\partial}{\partial z} \left( \varepsilon_s \cdot \frac{\partial C_k}{\partial z} \right) + q_{suk(z=z_b)}$$

ここに、 $C_k$  : 粒径階  $k$  の浮遊砂濃度、 $\tilde{u}, \tilde{v}, \tilde{w}$  : 反変  $\xi, \eta, \sigma$  方向流速の物理成分、 $\tilde{\sigma}_t$  : 反変  $\sigma$  方向の格子移動速度、 $\varepsilon_s$  : 浮遊砂濃度の乱流拡散係数である。また、 $w_{0k}$  は粒径階  $k$  の砂粒子の沈降速度であり Rubey の式より計算する。 $q_{suk}$  は粒径階  $k$  の砂粒子の河床からの浮上量であり板倉・岸の式より計算する。

井上ら<sup>9),10)</sup>は、蛇行流路の二次流による浮遊砂の輸送を考慮するため、鉛直分布を仮定した浮遊砂濃度および流下方向・横断方向流速を用いて水平方向の浮遊砂濃度フラックスを算定する解析法を提案している。しかし、浮遊砂濃度の鉛直分布を仮定しているために水平方向の浮遊砂濃度フラックスは水深積分された形で輸送されることになる。そのため、特に底面付近の流れによる底面付近の高濃度の浮遊砂の輸送を十分に表現できない。本研究では、式(8)に示す浮遊砂濃度の三次元移流拡散方程式を解くことで、非平衡性の強い流れ場での浮遊砂濃度の鉛直分布の変形および輸送を計算できる。

#### c) 解析条件

初期河道形状は洪水前の S56.5 横断測量結果を用いて設定した。図-2には、解析対象区間の初期河床形状と水位観測地点を示す。上下流端境界条件には、それぞれ 15.0k 地点の観測水位時系列および河口沖 3.0k に小樽港の潮位時系列を与えた。河床抵抗にはマンニングの粗度係数を用い、解析の結果得られた縦断水面形の時間変化が観測結果と一致するように設定した結果、低水路粗度係数は 8.0k 下流で  $n=0.013$ 、8.0k 上流で  $n=0.021$  となった。高水敷粗度係数は  $n=0.050$  とした。なお、河床波による抵抗変化については、観測結果では小規模河床波の出現が洪水末期に限られており<sup>6)</sup>河床変動に与える影響は小さいと考え、ここでは考慮していない。

初期の河床材料粒度分布は、S54.8 および S56.8 河床材料調査<sup>1)6)</sup>より設定した (5.0k 地点における平均粒径 0.26mm)。6.0k~9.0k 左岸高水敷 (マクンベツ湿原) に

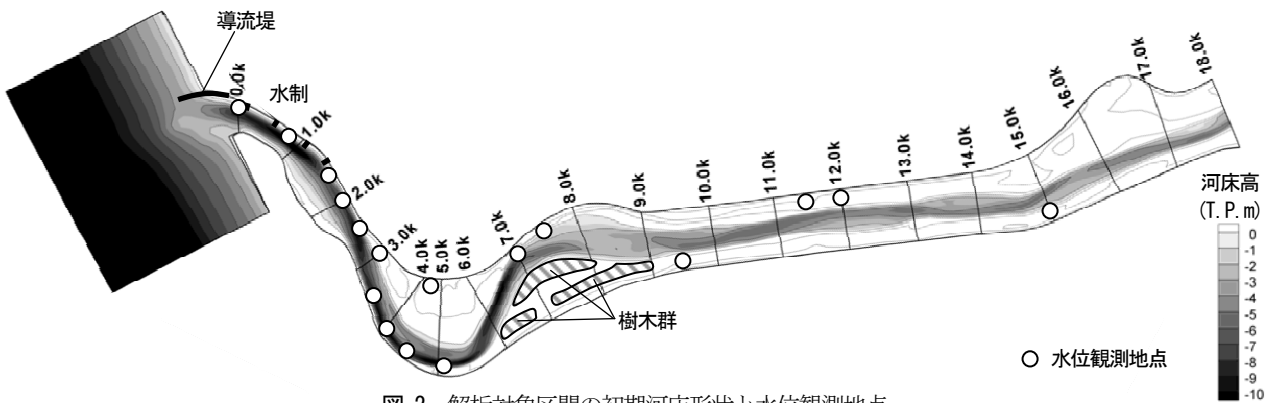
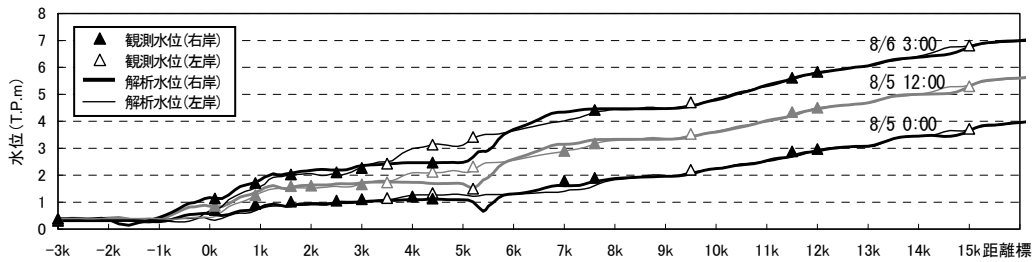
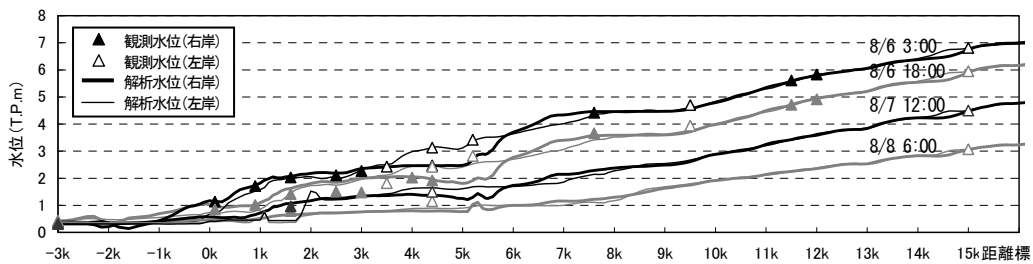


図-2 解析対象区間の初期河床形状と水位観測地点



(a) 水位上昇期



(b) 水位下降期

図-3 観測縦断面水面形と解析縦断面水面形の時間変化の比較

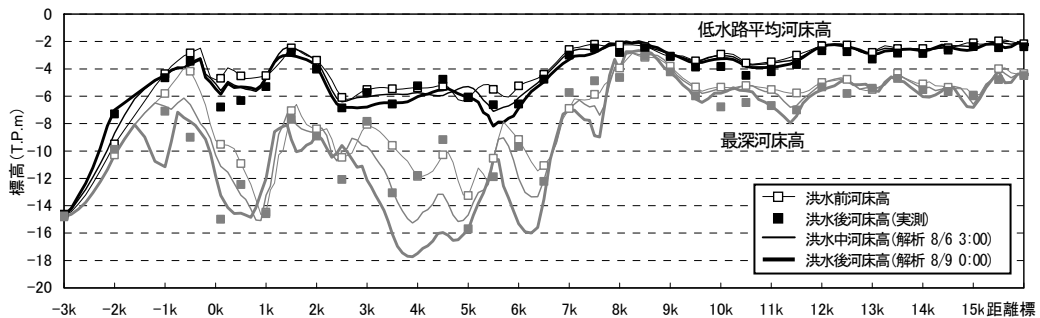


図-4 低水路平均河床高・最深河床高縦断面形の時間変化の解析値と実測値の比較

繁茂する樹木群の抵抗について樹木群透過係数の値を  $K=40\text{m/s}$  として考慮した<sup>2)</sup>。河岸侵食については、河床勾配が水中安息角より急になった場合に、河床勾配を水中安息角に等しくするような斜面崩落が生じるモデルとした。構造物の影響として、河口部右岸の導流堤および水制工の形状を考慮した。解析格子は、縦断方向を約100m間隔、横断方向を20～50m間隔(26分割)とした。

本解析では、時々刻々の観測水面形を検証データとすることで、洪水流とともに時間的に変化する河床変動が正しく解析されているか確認しながら解析を進められることが特長である。特に、洪水後の測量河床形状に表れ

ない大きな洗掘が洪水中に生じているか等を確認できる。

## (2) 解析結果

図-3には、水位上昇期および水位下降期における観測縦断面水面形と解析縦断面水面形の時間変化を示す。観測水位、解析水位ともに左右岸を区別して示している。水位観測は、0.1k～12.0k区間では8/4 18:00～8/6 18:00の48時間にわたって0.5k～2.0k間隔で詳細に水位が測定され、1.6k右岸、4.4k左岸、15.0k左岸の3地点では洪水期間を通して水位が測定された。洪水初期の8/5 0:00から洪水後期の8/7 12:00までの期間を通して解析縦断面水面形と観

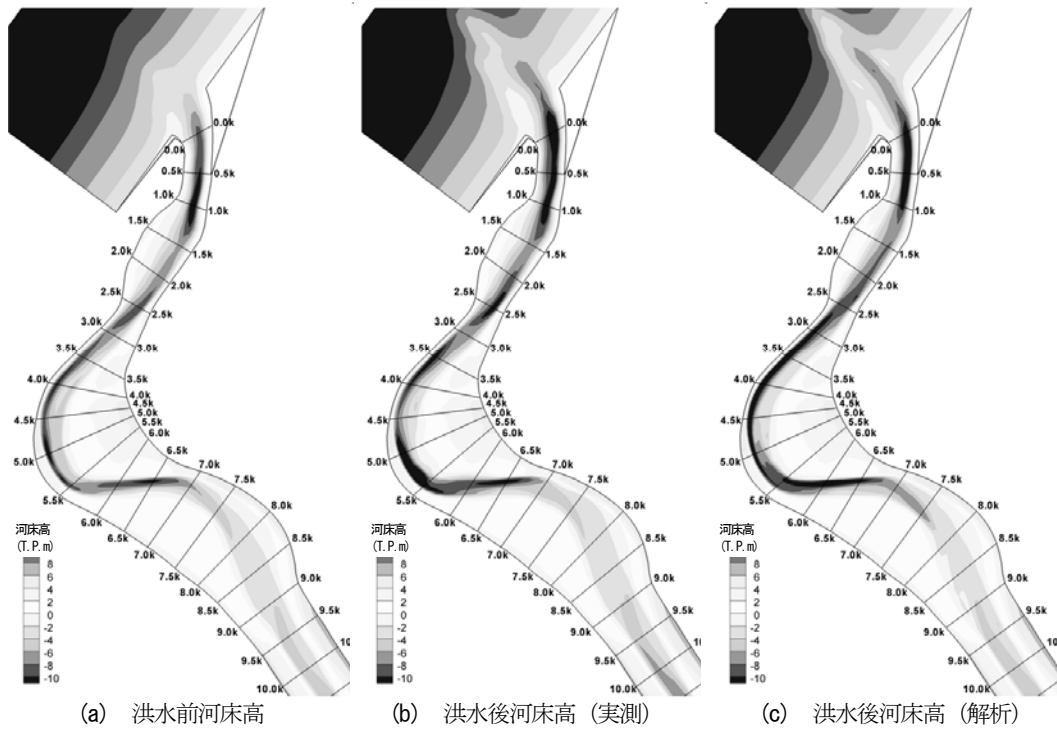


図-5 洪水前後の河床高コンターの解析値と実測値の比較 (10k下流区間)

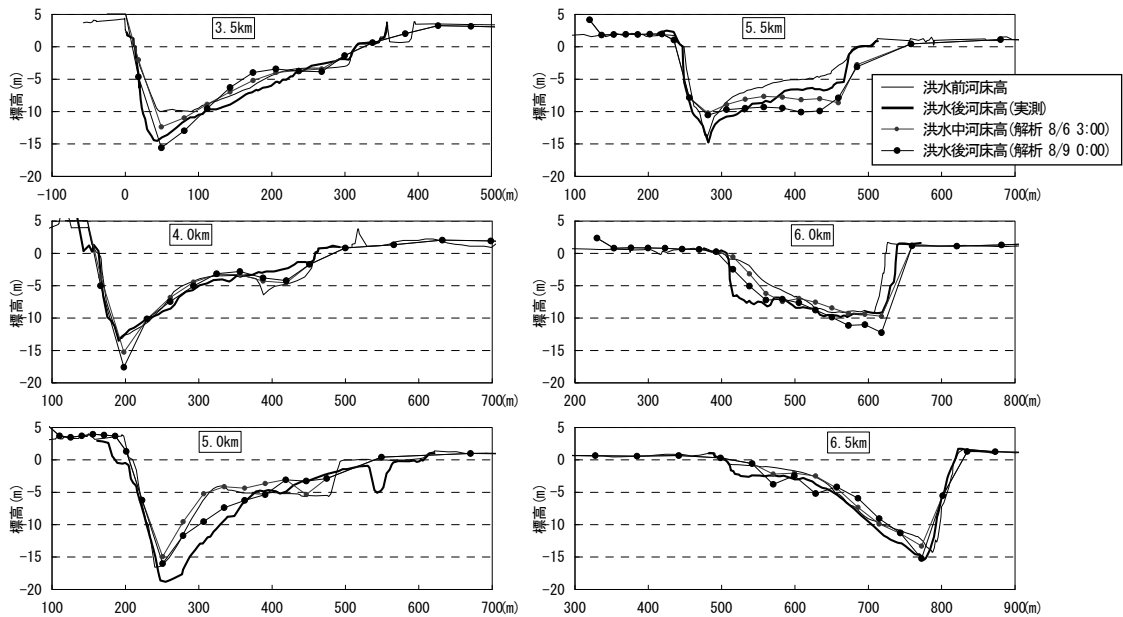


図-6 洪水中の解析横断河床形状の時間変化と洪水前後の実測横断河床形状の比較

測縦断面水面形は左右岸ともに良く一致している。8/6:00時点では、洪水末期に現れる河床波の抵抗を考慮していないため、観測水位と比べて解析水位が若干低い。

図-4には、低水路平均河床高・最深河床高縦断面形の時間変化の解析値と実測値の比較を示し、図-5には、10.0k下流区間の洪水前後の河床高コンターの解析値と実測値の比較を示す。図-4に示す低水路平均河床高および図-5より、8.0k下流区間の全体的な河床低下および河口沖での土砂堆積を概ね再現できている。図-4に示す最深河床高については、特に川幅の狭い-1.0k~1.0k区間での大きな河床低下を再現できている。しかし、4.0k付近

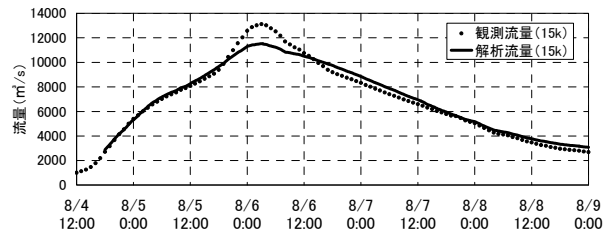


図-7 観測流量ハイドログラフと解析流量ハイドログラフ

において解析による最深河床高が実測値と比べて低い。図-6には洪水中の横断河床形状変化について解析値と実測値を比較して示す。この図より、6.5k断面では湾曲

外岸にあたる右岸の洗掘が拡大し、低水路蛇行の変曲点である6.0k～5.5kでは河床全体が低下し、5.0k下流では洗掘位置が左岸側に移る。解析結果はこのような蛇行流路での洗掘位置の位相を概ね再現できている。しかし、4.0kの洪水後の解析横断形状に着目すると低水路内の左端の計算点で局所的に河床が低下しており、このため図-4に示す4.0k付近の解析最深河床高が低くなっている。

この原因として、本研究では流速の鉛直分布を仮定した準三次元流解析を用いているために複断面蛇行流路における複雑な三次元流れ<sup>14)</sup>を十分に解析できていないことや、河床勾配が急な場所での掃流砂量および浮遊砂の河床からの浮上量の算定において重力の効果が十分に考慮されていないこと等が考えられる。

図-4および図-6に示す洪水ピーク時(8/6 3:00)の河床形状は、ほとんどの場所で洪水前河床と洪水後河床の間にあり、洪水期間を通して河床変動は一方向に進行している。しかし5.0k地点の平均河床高(図-4)と横断形状(図-6)に着目すると、洪水ピーク時には堆積し、洪水後半で洗掘されている。これは、洪水前半に低水路幅の最も狭い5.5k付近で洗掘が進行し、下流の5.0k付近に一時的に土砂が堆積したと考えられる。このように洪水前と洪水後の河床形状だけではわからない洪水時の河床変動について、観測縦断水面形の時間変化を用いて非定常洪水流解析と河床変動解析を一体的に行うことで推定できる。

図-7には、15k地点の観測流量ハイドログラフと解析の結果得られた流量ハイドログラフの比較を示す。観測流量には洪水時の河床変動による断面積変化が考慮されていないことから洪水ピーク付近では解析流量と観測流量に差があるものの、全体として概ね一致している。

以上のように、観測された縦断水面形の時間変化を解として、浮遊砂濃度の三次元移流拡散方程式を解き、準三次元非定常洪水流・河床変動の一体解析を行うことで、石狩川河口部の洪水流と洪水時の河床変動を説明することができた。

#### 4. 結論と今後の課題

本研究では、河口部で大きな河床洗掘が生じた石狩川昭和56年8月洪水を対象として、観測縦断水面形を解とする準三次元非定常洪水流・河床変動の一体解析を行った。以下に、得られた主な結論を示す。

1) 石狩川昭和56年8月洪水のように大きな河床洗掘が生じる洪水においても、観測縦断水面形を解とする準三次元非定常洪水流・河床変動の一体解析を行うことで、洪水時の河床変動も含めた洪水現象を説明できることを示した。

これは、観測することが難しい洪水時の河床変動を比較的観測が容易な水面形変化から推定する工学的に有用な方法である。

2) 浮遊砂の卓越する非平衡性の強い流水中での浮遊砂

輸送と河床変動を解析するため、準三次元流解析から得られる流速の鉛直分布を用いて浮遊砂濃度の三次元移流拡散方程式を解く解析法を示した。

3) この解析により、石狩川昭和56年8月洪水における蛇行流路での洗掘位置の位相などを概ね再現できることを示した。ただし、4.0k付近左岸の河床形状の再現性に課題が残る。

#### 参考文献

- 1) 高木謙治, 牧野成雄, 竹本成行, 森田康志: 石狩川下流部における洪水流と河床変動の観測, 水理講演会論文集, 第26巻, pp.57-62, 1982.
- 2) 福岡捷二: 洪水流の水理と河道の設計法, 森北出版, 2005.
- 3) Kenta Suzuki, Shoji Fukuoka and Kazumi Matsuo: Bed Material Structure and Sand Transport by Flood Flows in the Estuary of the Chikugo River, *Proceedings of the third International Conference on Estuaries and Coasts*, Vol.1, pp.101-108, 2009.
- 4) 岡村誠司, 福岡捷二, 竹本隆之: 利根川河口部の河床形状と洪水時の河床変動, 水工学論文集, 第54巻, pp.751-756, 2010.
- 5) 後藤岳久, 福岡捷二, 阿部徹: 太田川放水路と旧太田川への洪水流量配分及び感潮域の河床変動, 水工学論文集, 第54巻, pp.757-762, 2010.
- 6) 岸力(代表研究者): 昭和56年8月北海道豪雨災害に関する調査研究, 昭和56年度科学研究費補助金(自然災害特別研究(1))研究成果報告書, 1982.
- 7) 黒木幹男, 岸力: 石狩川の抵抗特性と河床波形状の変化, 水理講演会論文集, 第27巻, pp.747-752, 1983.
- 8) 清水康行, 板倉忠興, 岸力, 黒木幹男: 昭和56年8月洪水における石狩川下流部の河床変動について, 水理講演会論文集, 第30巻, pp.487-492, 1986.
- 9) 井上卓也, 濱木道大, 荒井信行, 中田満洋, 高橋季承, 林田寿文, 渡辺康玄: 準三次元河床変動モデルによる石狩川河口付近の昭和56年洪水再現計算, 河川技術論文集, 第10巻, pp.101-106, 2004.
- 10) 井上卓也, 清水康行, 江崎國夫: 二次流による浮遊砂濃度分布の変形を考慮した準三次元河床変動モデルの開発, 水工学論文集, 第54巻, pp.703-708, 2010.
- 11) 内田龍彦, 福岡捷二: 浅水流方程式と渦度方程式を連立した準三次元モデルの提案と開水路合流部への適用, 水工学論文集, 第53巻, pp.1081-1086, 2009.
- 12) 渡邊明英, 福岡捷二, Alex George Mutasingwa: 複断面蛇行河道におけるハイドログラフの変形と河道内貯留の非定常二次元解析, 水工学論文集, 第46巻, pp.427-432, 2002.
- 13) 福岡捷二, 渡邊明英, 岡田将治: 静水圧近似三次元解析モデルによる複断面蛇行水路河床変動解析, 水工学論文集, 第42巻, pp.1015-1020, 1998.
- 14) 森明巨, 岸力: 蛇行河道三次元流の数値解析と河床変動の計算, 水理講演会論文集, 第29巻, pp.691-696, 1985.

(2010. 4. 8受付)