

河床材料の空隙率の変化を考慮した 河床変動モデルとその適用

A BED-POROSITY VARIATION MODEL AND ITS APPLICATION

藤田正治¹・Muhammad SULAIMAN²・Jazaul IKHSAN³・堤大三⁴
Masaharu FUJITA, Muhammad SULAIMAN, Jazaul IKHSAN and Daizo TSUTSUMI

¹正会員 工博 京都大学教授 防災研究所 (〒612-8235 京都府京都市伏見区横大路)

² Member of JSCE, Ph.D., Lecturer, Gadjadara University (Yogyakarta, Indonesia)

³MS.D., Graduate School of Engineering, Kyoto University (Yoko-oji, Fushimi-ku, Kyoto 612-8235)

⁴正会員 農博 京都大学准教授 防災研究所 (〒506-1422 岐阜県高山市奥飛騨温泉郷)

This study aims at developing a bed-porosity variation model available for the analysis of the change in porosity of bed material as well as the bed variation. The porosity was assumed to be a function of characteristic parameters of grain size distribution. The functions were obtained for typical distribution type such as log-normal and Talbot distributions by means of a particle packing model and a measurement method. An exchange model of bed material and transport sediment was introduced to obtain the time and space variations of porosity and grain size distribution of bed material. The model was applied to the bed variation for the sediment mixtures with two-grain sizes and continuous grain size distribution to examine the performance of the model. It was found that the model could provide the reasonable results on the porosity change as well as the bed variation.

Key Words : *bed variation models, porosity, grain size distribution, Talbot distribution, MacCormack scheme*

1. はじめに

すべての河床材料が流送され、粒度分布が極端に変化しないような場合、河床変動は空隙率を一定にして計算しても実用上差し支えないことは、これまでの河床変動解析の妥当性から明らかである。しかし、河床材料のうち粗礫は静止し細砂のみが移動するような場合や粗礫河床上に微細土砂が堆積する場合、または堆積後それが流送される場合、空隙率の変化を考慮した河床変動解析を行わなければ現象の本質が明らかにならない場合もある。たとえば、貯水池の土砂管理や河川生態系保全と関係して、排砂や置き土砂が行われるようになってきたが、多くの場合アーマーコートが発達した河床に細砂を多く含んだ土砂が供給されることになり、細砂が粗礫の間隙を埋めながら移動するため河床表層の空隙率が小さくなる。反対に細砂が河床堆積物から流出して、河床材料の空隙率が増加する場合もある。

河床材料の空隙率や空隙構造は河床内の浸透流や生物の生息場としても重要である。河床変動計算が治水、利水の問題だけでなく、排砂が与える環境への効果や影響

などの問題を対象に行う必要があることを考えると、河床変動解析において空隙率や空隙構造の変化が解析できることもこれからの河床変動計算に要求される。

一般的に混合砂礫の空隙率は粒度分布や締固めの程度によって異なるが、河床材料の空隙率も粒度分布や河床砂礫の移動現象の影響を受ける。しかし、流砂の影響を考慮することは難しいので、本研究では研究の第一歩として、粒度分布に依存して空隙率が変化するという考え方のもとに、河床変動および空隙率の変化を解析するモデルのフレームワークの構築を試みるとともに、解析方法を提案し、いくつかの計算例を示す。

2. 解析モデル

(1) 空隙率に影響する因子

空隙率の変化を考慮した河床変動モデルの構築にあたり、空隙率を物理的にどのように決定するかが問題になる。河床材料の空隙率は粒度分布と流砂現象によって決まる。粒度分布に関しては粒径範囲の広い分布で、砂礫の空隙により小さい砂粒子を詰めていくと

空隙率は限りなく小さくなると考えられる。流砂現象に関しては、流砂の堆積過程や河床材料の侵食過程などのプロセスと関係して空隙率は変化し、河床表層材料の移動の活性度によっても空隙率は異なるものと思われる。すなわち、アーマーコートで覆われた河床に細砂が堆積すると空隙率は小さくなり、河床材料から細砂のみ流送されると空隙率は大きくなる。また、河床表層が頻繁に移動している場合とそうでない場合を比べると空隙率は両者で異なるものと思われる。

(2) 解析モデルの構成と特徴

本河床変動解析モデルは、空隙率を変数とおいた河床変動計算のモデルと河床材料の粒度分布の形状から空隙率を算定するモデルからなり、後者のモデルから空隙率の時空間的变化を粒度分布の時間変化と関係づけて計算するとともに、その結果を考慮しながら河床変動計算を行うものである。これまでの河床変動計算では空隙率を一定としているため、流砂量の場所的な不均衡があれば必ず河床変動が生じるが、本手法では空隙率の変化によって河床変動が生じないような場合の解析も行える。

3. 河床変動計算モデル

(1) 基礎式

空隙率 λ が変化することを考慮すると、流砂の連続式は次式のようになる。

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{z_0}^z (1-\lambda) dz + \frac{1}{B} \frac{\partial Q_s}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

ここに、 z : 河床位、 z_0 : 基準河床位、 Q_s : 全流砂量、 B : 川幅、 t : 時間、 x : 流れ方向の距離である。

式(1)と流れの連続式とエネルギー式を合わせて保存形式で記述すると次式のようなである。

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial x} = \mathbf{C} \quad (2)$$

$$\mathbf{U} = \begin{pmatrix} Bh \\ Q \\ \int_{z_0}^z (1-\lambda) dz \end{pmatrix} \quad (3) \quad \mathbf{E} = \begin{pmatrix} Q \\ \frac{1}{2} g B h^2 + \frac{Q^2}{Bh} \\ \frac{Q_s}{B} \end{pmatrix} \quad (4)$$

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} 0 \\ g B h (i_b - i_f) \\ 0 \end{pmatrix} \quad (5)$$

ここに、 h : 水深、 Q : 流量、 g : 重力加速度、 i_b : 河床勾配、 i_f : エネルギー勾配である。

河床材料の粒度分布は次の粒径別流砂の連続式から解析される。

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{z_0}^z (1-\lambda) p_j dz + \frac{1}{B} \frac{\partial Q_{sj}}{\partial x} = 0 \quad (6)$$

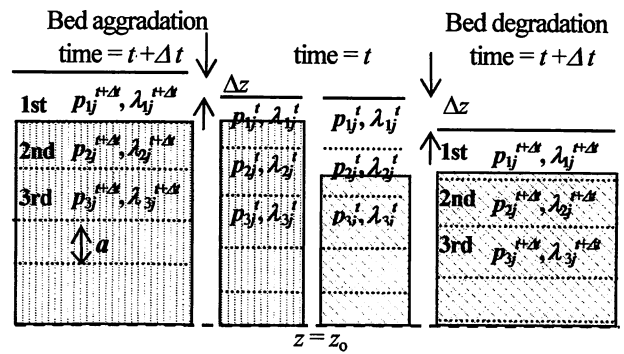


図-1 河床変動解析のための多層モデル

ここに、 j : 粒径階、 p_j : 河床材料中の粒径階 j の存在率、 Q_{sj} : 粒径階 j の全流砂量である。

(2) 河床材料と流砂の混合モデル

式(6)を解くためには、平野¹⁾が提案しているように河床を最大粒径程度の厚みの層に分割し、式(6)の積分の項を求めなければならない。そこで、図-1に示すように、河床表層を第1層とし、その下層を第2,3,4層とするような多層モデルを考え、河床上昇と河床低下の場合、図中のハッチングの箇所の砂礫の質量は不変であるとして次式が導かれる。

河床低下の場合:

$$\frac{\partial p_{1j}}{\partial t} = \frac{p_{1j}}{(1-\lambda_1)} \frac{\partial \lambda_1}{\partial t} - \frac{1}{(1-\lambda_1)aB} \frac{\partial Q_{sj}}{\partial x} - \frac{(1-\lambda_2)}{(1-\lambda_1)} \frac{p_{2j}}{a} \frac{\partial z}{\partial t} \quad (7)$$

河床上昇の場合:

$$\frac{\partial p_{1j}}{\partial t} = \frac{p_{1j}}{(1-\lambda_1)} \frac{\partial \lambda_1}{\partial t} - \frac{1}{(1-\lambda_1)aB} \frac{\partial Q_{sj}}{\partial x} - \frac{p_{1j}}{a} \frac{\partial z}{\partial t} \quad (8)$$

ここに、 p_{ij} : i 層の粒径階 j の存在割合、 λ_i : i 層の空隙率である。

(3) 河床変動量

\mathbf{U} の第1項から第3項を U_1 , U_2 , U_3 とすると、水深と流量は次のように求められる。

$$h = U_1 / B \quad (9) \quad Q = U_2 \quad (10)$$

河床変動量は次のように算定される。

$$U_3 = \int_{z_0}^z (1-\lambda) dz = z - z_0 - \int_{z_0}^z \lambda dz \quad (11)$$

ここで、 $R(z) = z_0 + \int_{z_0}^z \lambda dz$ とおくと河床変動量は次式で表される。

$$\Delta z = \Delta U_3 + \Delta R \quad (12)$$

ここに、

$$\Delta R = R(z^{t+\Delta t}) - R(z^t) = \int_{z_0}^{z_0+\Delta z} \lambda^{t+\Delta t} dz - \int_{z_0}^z \lambda^t dz \quad (13)$$

式(13)の積分は粒度分布の解析と同様に多層モデルを用いて求めると、次式のようになる。

$$\Delta R = (\lambda_1^{t+\Delta t} - \lambda_1^t) a + \lambda_2^t \Delta z \quad (\partial z / \partial t < 0) \quad (14)$$

$$\Delta R = (\lambda_1^{t+\Delta t} - \lambda_1^t) a + \lambda_1^t \Delta z \quad (\partial z / \partial t \geq 0) \quad (15)$$

したがって、

$$\Delta z = \frac{(\lambda_1^{t+\Delta t} - \lambda_1^t) a + \Delta U_3}{1 - \lambda_2^t} \quad (\partial z / \partial t < 0) \quad (16)$$

$$\Delta z = \frac{(\lambda_1^{t+\Delta t} - \lambda_1^t) a + \Delta U_3}{1 - \lambda_1^t} \quad (\partial z / \partial t \geq 0) \quad (17)$$

式(16)および(17)で河床変動量を求めるためには時刻 $t + \Delta t$ の河床表面の空隙率 $\lambda_1^{t+\Delta t}$ が必要である。しかし、ここでは後述のように空隙率は粒度分布から求められ、式(7)および(8)からわかるように、粒度分布を求めるためには河床変動量が必要である。そこで、時刻 $t + \Delta t$ における仮の粒度分布を時刻 t の河床表面内での粒径別土砂収支を表す次式から求め、これを使って $\lambda_1^{t+\Delta t}$ を求める。

$$p_j^{t+\Delta t} = \frac{p_j^t (1 - \lambda_1^t) a B \Delta x - \frac{\partial Q_{sj}^t}{\partial x} \Delta x \Delta t}{(1 - \lambda_1^t) a B \Delta x - \frac{\partial Q_s^t}{\partial x} \Delta x \Delta t} \quad (18)$$

4. 河床材料の空隙率の算定方法

(1) 河床材料の粒度分布の分類

河床材料の粒度分布型はいくつかに分類される。代表的な粒度分布型は密度関数が対数正規分布を呈しているものであり、また、通過百分率分布がタルボット分布や反タルボット分布のものもよく見かける。また、密度関数が1つのピーク値を持つか2つ以上のピークをもつかによってユニモダル分布とマルチモダル分布に分類される。異なる粒度分布型の混合砂礫は異なる空隙率を有していると考えられ、同じ粒度分布型であっても、分布形状を特徴付ける形状パラメータによっても空隙率は変化すると考えられる。任意の混合砂礫の空隙率は堤ら³⁾の粒子充填モデルを用いて算定できるが、それを河床変動計算に組み込むことは困難である。そこで、ユニモダル分布を対象として混合砂礫の粒度分布を対数正規分布型およびタルボット分布型のどちらかに分類し、それぞれの分布型の形状パラメータと空隙率の関係をあらかじめ求めておき、それを河床変動計算に導入するという方法を用いる。

さて、対数正規分布型の密度関数は式(19)で表され、タルボット分布型の密度関数はSulaimanら²⁾の指摘により式(20)のように修正したものを用いる。式(20)で $n^T > 1$ のときタルボット型、 $0 < n^T < 1$ のとき反タルボット型になる。ここでは、粒度分布の分類については反タルボット分布についても対象とする。

$$p(d) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_L d} \exp\left[-\frac{(\ln d - \ln d_{mg})^2}{2(\sigma_L)^2}\right] \quad (19)$$

$$p(d) = \frac{1}{\log_e 10} \frac{1}{d} \left(\frac{\log(d/d_{min})}{\log(d_{max}/d_{min})}\right)^{n^T} \quad (20)$$

ここに、 d : 粒径、 σ_L : 標準偏差、 d_{mg} : 幾何平均粒径、 d_{min} 、 d_{max} : 最小、最大粒径、 n^T : タルボット数である。

Sulaimanら²⁾は粒度分布を対数正規分布型、タルボット分布型、反タルボット分布型に分類する方法として、次式で示される指標を用いた手法を提案している。

$$\beta = \frac{\log d_{max} - \log d_{peak}}{\log d_{max} - \log d_{min}} \quad (21)$$

$$\gamma = \frac{\log d_{max} - \log d_{50}}{\log d_{max} - \log d_{min}} \quad (22)$$

式(21)および(22)は、密度関数がピークをとるとき粒径および50%粒径が最大粒径と最小粒径の間において相対的にどこに位置するかを表すものであり、対数正規分布の場合、 $\beta=0.5$ 、 $\gamma=0.5$ となり、図-2に示す β - γ 空間 ($0 < \beta < 1$ 、 $0 < \gamma < 1$) のPoint C にプロットされる。タルボット分布の場合、図中のLine-1 ($\beta=0$ 、 $0 < \gamma < 0.5$)、反タルボット分布の場合、Line-2 ($\beta=1.0$ 、 $0.5 < \gamma < 1.0$) 上にプロットされる。また、マルチモダル分布では、 β と γ は0から1までの値をとり、図中のすべての位置にプロットされるが、ユニモダル分布では、幾何学的に図中のBordar-1および2に囲まれた領域に限定される。

3つのタイプへの分類は下記のように行う。まず、任意の粒度分布の指標値の座標とPoint C、Line-1および2の距離を求め、どれに最も近いかを判定し、それぞれに対応する分布型に分類する。図-2はその結果得られたそれぞれの領域を示したものである。ここに、Bordar-3、4は、 $\beta=(0.5-\gamma)^2+0.25$ および $\beta=-(0.5-\gamma)^2+0.75$ で表される。

(2) 空隙率の算定方法

本研究では河床材料の空隙率は粒度分布のみによって決定されると考える。土砂の移動履歴などの流砂特性によってどのように変化するかなどいくつかの解決すべき事項はあるが、空隙率は粒度分布の形状パラメータ、 Π_1 、 Π_2 、 Π_3 ...の関数であると仮定する。

$$\lambda = f_n(\Pi_1, \Pi_2, \Pi_3, \dots) \quad (23)$$

たとえば、対数正規分布型では $\Pi_1=\sigma_L$ 、タルボット分布型では、 $\Pi_1=d_{max}/d_{min}$ 、 $\Pi_2=n^T$ が形状パラメータである。

Sulainamら²⁾は対数正規分布型の粒度分布をもつ混合砂礫の空隙率を粒子充填モデルによって求め、混合砂礫の空隙率 λ と $\Pi_1=\sigma_L$ の関係を図-3の描点ように求めた。同図には実測値も示されており、計算値の方が少し小さ

い値になっているが、標準偏差が大きくなると空隙率が減少する傾向がよく表現されている。また、タルボット分布型の粒度分布については、粒子充填モデルと実測により図-4のように、空隙率 λ と $\Pi_2=n^T$ の関係を $\Pi_1=d_{max}/d_{min}$ をパラメータとして求めた。タルボット数 n^T が小さくなり、最大粒径と最小粒径の比が大きくなるほど空隙率は小さくなっている。

ところで、これらの解析や測定では、混合砂礫の締固め度を制御して行われたわけではない。粒子充填モデルでは、ランダムに選択された粒子を仮想容器内のできるだけ下部に配置するため、比較的密な混合物が得られる。測定手法では、混合砂礫を容器に詰めるとき同一の締固め状態になるようにしているが、それが河床材料の締固め状態と同じかどうかは不明である。そこで、ここでは、以下のような修正を行った。すなわち、粒度分布の標準偏差が0.1以下のとき混合砂は一様砂と判断し、そのときの空隙率は標準的に用いられている0.4と仮定する。つぎに、解析や測定で得られた形状パラメータに対する空隙率の変化傾向をそのまま使い、得られた関係曲線が一様砂のとき空隙率が0.4になるように平行移動する。図-3および4の点線はこのような方法で得られた補正曲線であり、これらを河床変動計算に組み込む。

特別な場合として、砂と礫の2粒径混合砂のときは、それぞれ一様砂の場合の空隙率を λ_s 、砂の混合割合を p とすると空隙率は下記のように表される。

$$p \leq \frac{\lambda_s}{(1+\lambda_s)} : \lambda = \lambda_s - \frac{p}{1-p}(1-\lambda_s) \quad (24)$$

$$p > \frac{\lambda_s}{(1+\lambda_s)} : \lambda = \frac{p\lambda_s}{1-\lambda_s(1-p)} \quad (25)$$

5. 2粒径分布に対する適用

(1) 計算条件

2種類の粒径からなる混合砂礫に対する河床変動と空隙率の変化について、本研究で提案した河床変動計算法を用いて解析する。ただし、粒径別掃流砂量は芦田・道上式とEgiazaroffの移動限界式および芦田・道上による修正式を用いて計算し、浮遊砂量は芦田・道上式により求めた。詳しくは専門書を参照されたい。

長さ15m、勾配1/50の水路の下流端に5cmの堰を設け、粒径0.05cmと2cmの砂礫を用いて2つの場合を条件設定した。すなわち、Case 2P-1では、砂30%、礫70%の混合砂礫を河床に敷き、給砂なしで0.02m³/sの流量を与える。ただし、この流量では礫は移動しない。Case 2P-2では、砂10%、礫90%の混合砂礫を河床に敷き、単位幅あたり5x10⁻⁶m²/sの割合で砂を供給するとともに、0.02m³/sの流量を与える。このときも礫は移動しない。この2つの条件は、貯水池下流のようにアーモークコートが発達した河

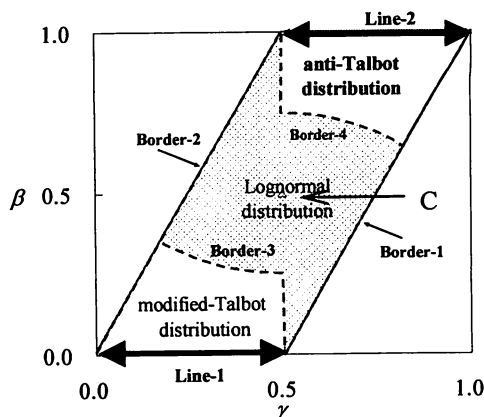


図-2 粒度分布型の領域区分

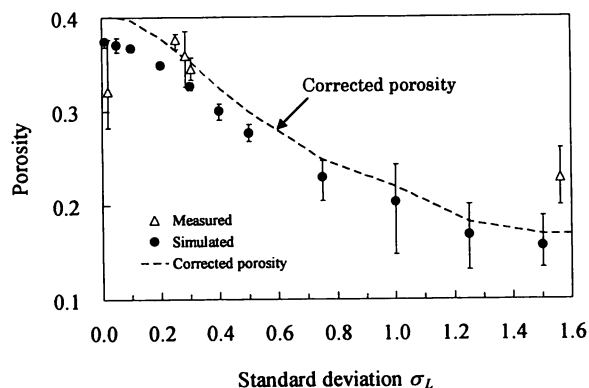


図-3 対数正規分布型の混合砂礫の空隙率

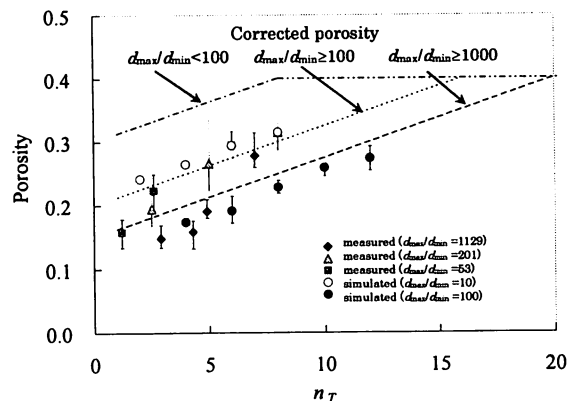


図-4 タルボット型粒度分布の空隙率

床に置き土砂で砂を供給したような場合と、砂が堆積した礫床河川から砂だけが流出する場を想定したものである。計算においては、 $\lambda_s=0.4$ とした。

(2) 計算結果

図-5および6は給砂のないCase 2p-1と給砂のあるCase 2p-2の河床表層材料に含まれる砂の割合の時空間的变化を示したものである。図-7および8はCase 2P-1とCase 2P-2の河床表層材料の空隙率の時空間的变化を示したものである。Case 2P-1の場合、初期の砂の割合は30%であるが、堰上流の堆砂域より上流では、砂の割合が上流側から減少し、最終的にはすべての砂が河床表層から流出している。反対に砂の供給のあるCase 2P-2では、初期の砂

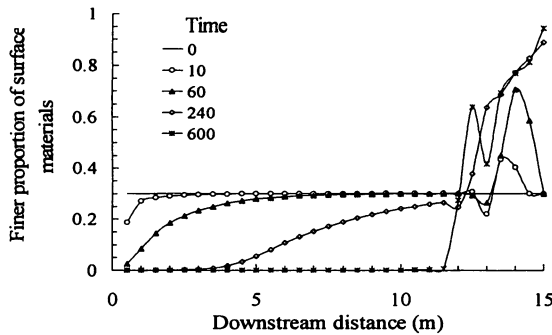


図-5 河床表層の砂の割合 (Case 2P-1)

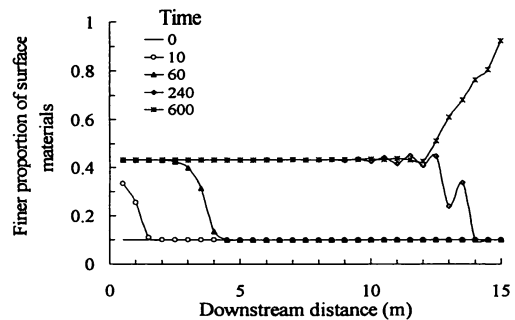


図-6 河床表層の砂の割合 (Case 2P-2)

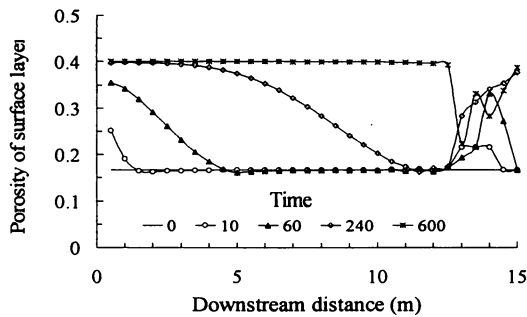


図-7 河床表層の空隙率 (Case 2P-1)

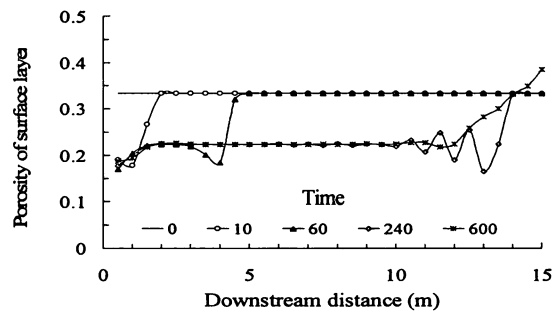


図-8 河床表層の空隙率 (Case 2P-2)

の割合10%から増加し、最終的には河床表層には43%の砂が存在している。堆砂域では砂のみが堆積するので砂の割合が増加する。実際には礫層の上を覆うように砂が堆積することになるが、計算では河床表層での流砂交換モデルを用いているので、河床表層の砂と礫は計算の過程で十分混合されることになり、実現象と計算では異なる堆積状態が作られている。

図-7および8から、Case 2P-1の場合、空隙率は砂の流出とともに0.17から0.4に増加し、Case 2P-2では砂の堆積とともに0.33から0.2に減少しており、砂の堆積と侵食により河床表層の空隙率が変化するプロセスがよく説明できている。図示していないが、空隙率の変化により両ケースとも河床変動はほとんどない。堆砂域では細砂のみの堆積となるため、最終的には0.4に近づいている。

本モデルでは、堆積層内の空隙率の分布も計算できる。図-9はCase 2P-2の場合の上、中、下流の空隙率の鉛直分布を示したものである。上中流では砂の堆積により河床表層で空隙率が減少している。下流では第3層で空隙率が最小になっている、これは初期河床に砂が堆積して空隙率が減少したもので、その上側で空隙率が増加しているのは砂のみが堆積しているからである。第3層の上部と下部では空隙率は同じでも、空隙の大きさは異なる。

6. 連続した粒度分布に対する適用

(1) 計算条件

長さ15m、勾配1/100の水路の下流端に砂止めを設置し、対数正規分布型とタルボット分布型の2種の砂礫を用いて2つの場合を設定した。Case C-1では、図-10に示

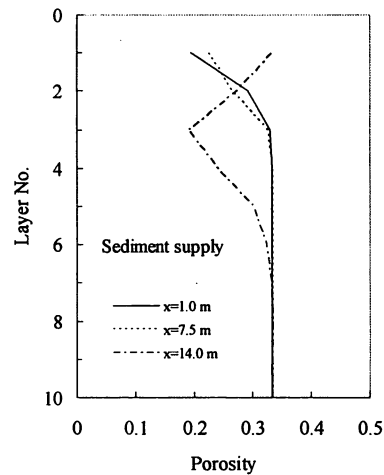


図-9 空隙率の鉛直分布 (Case 2P-2)

す対数正規分布型の砂礫を河床に敷き、給砂なしで $0.02 \text{ m}^3/\text{s}$ の流量を与える。Case C-2では、同図に示すタルボット分布型の砂礫を敷き、単位幅あたり $8 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ の割合で河床材料の中粒径 $2.8\text{--}5.9 \text{ mm}$ の砂と $0.02 \text{ m}^3/\text{s}$ の流量を与える。流砂量は前章と同様の式で算定した。

(2) 計算結果

Case C-1の場合、初期の粒度分布は対数正規分布型と判定され、給砂がないため河床材料が粗粒化した。図-11は水路中央部の河床表層の粒度分布の変化を示したもので、粗粒化に伴い粒度分布型がタルボット分布に変化する様子がわかる。図-12は河床表層の粒度分布型の水路全体における分布状況を示したものである。上流側からタルボット分布に変化し、最終的に全体にわたってタルボット分布型になっている。初期の河床表層の空隙率

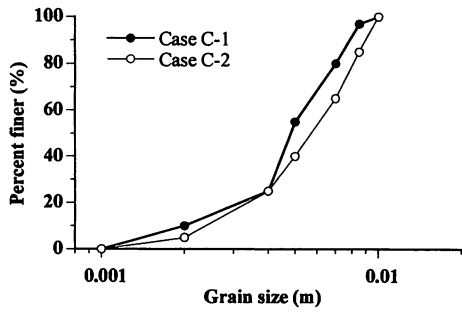


図-10 解析に用いた粒度分布

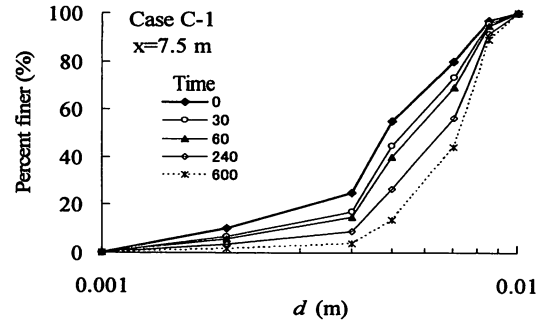


図-11 河床表層の粒度分布の変化 (Case C-1)

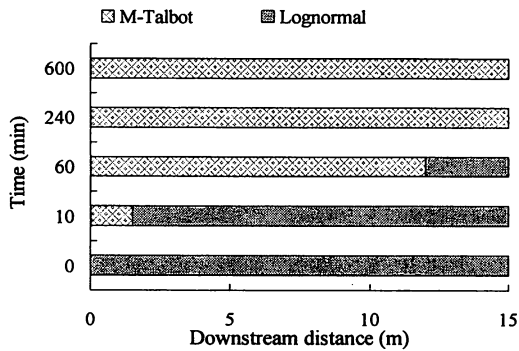


図-12 粒度分布型の分布

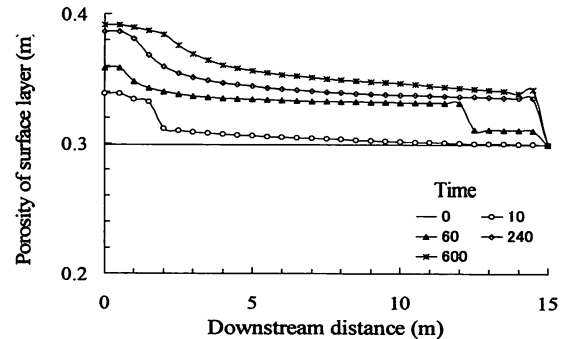


図-13 河床表層の空隙率の変化 (Case C-2)

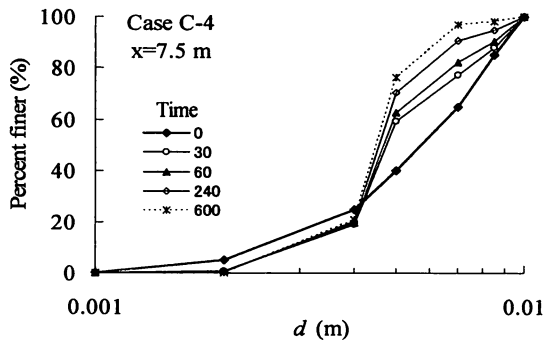


図-14 河床表層の粒度分布の変化 (Case C-2)

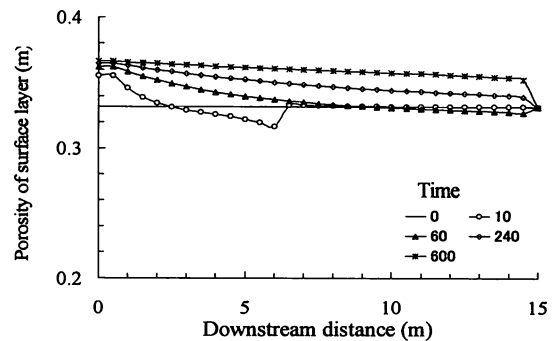


図-15 河床表層の空隙率の変化 (Case C-2)

は本モデルでは0.3と求められた。図-13はその時空間変化を示したもので、河床表層が粗粒化しタルボット分布型になるに従って、空隙率が増加していることがわかる。

Case C-2では、給砂量が少ないために河床低下した。図-14は水路中央の河床表層の粒度分布を示したもので、タルボット型の粒度分布が対数正規分布型に変化している。また、粒度分布は一様化しつつあり、そのため計算上は図-15に示すように空隙率が増加している。

7. おわりに

本研究では空隙率の変化や粒度分布のタイプの変化が解析できるような河床変動モデルを構築し、いくつかの条件に対して適用し、本計算法での解析例を具体的に示した。その結果、礫床への砂の堆積による空隙率の時空間変化や混合砂礫河床からの砂の選択的流出による空隙率の増加が適切に計算された。今後、計算方法の妥当性の検証や河床表面と下層との砂粒子の交換や流砂履歴

を考慮したモデルの構築などを行う必要があるが、このようなモデルにより、河川生態系の問題へも視野を向けながら、置き土砂や排砂の条件設定や影響評価を精度よく行うことができるようになるものと考えられる。

参考文献

- 1) 平野宗夫: Armoringをともなう河床低下について, 土木学会論文集, 第195号, pp.55-65, 1971.
- 2) Muhakmmad Sulaiman, Daizo Tsutsumi and Masaharu Fujita: Porosity of ssediment mixtures with different type of grain size distribution, AJ H E, JSCE, Vol.51, 23, 2007.
- 3) 堤大三, 藤田正治, Muhammad Sulaiman: 混合砂礫河床の材料の空隙率に関するシミュレーションモデル, 水工学論文集, 第50巻, 171, 2006.
- 4) 芦田和男, 高橋保, 道上正規: 河川の土砂災害と対策, 森北出版, 1985.

(2008. 4. 3受付)