

質点系解析手法による河床材料の移動限界評価 とかご工の水理設計への応用

PICK-UP RATE CALCULATION USING MOMENT EQUILIBRIUM EQUATION AND ITS APPLICATION TO HYDRAULIC DESIGN OF GABION MATTRESS

平林 桂¹・砂田憲吾²・末次忠司³・松井隆佳⁴

Katsura HIRABAYASHI, Kengo SUNADA, Tadashi SUETSUGI, and Takayoshi MATSUI

¹正会員 山梨大学大学院博士後期課程(櫛サンポー) (〒400-8511 甲府市武田四丁目3-11)

²フェロー 工博 山梨大学大学院教授 医学工学総合研究部 (〒400-8511 甲府市武田四丁目3-11)

³正会員 工博 国土交通省 国土技術政策総合研究所 河川研究室 室長 (〒305-0804 つくば市旭1)

⁴松井金網工業株式会社 代表取締役 (〒592-0001 大阪府高石市高砂2-7-4)

A numerical model for calculation of the movement of a sand particle on riverbed was developed integrating a moment equilibrium equation. To evaluate the accuracy of the model, the pick-up rate is calculated, using a series of data of fluid force fluctuation acting on a sphere, sampled in a physical model experiment. Furthermore, a hydraulic design method for the brand-new-type gabion mattress made of small size pebbles and stiff wire meshes was presented as an application of this analysis. A physical model experiment using real size gabion mattress lends credence to the analysis.

Key Words : Pick-up rate, Hydraulic design, Gabion mattress, Fluid force fluctuation

1. はじめに

限界掃流状態にある砂粒は、下流の砂粒を乗り越える過程で中途までの浮上～沈降を繰り返すことが多い。このことは、ピックアップの過程において、砂粒が受ける力の履歴、端的に述べれば力積が重要な役割を果たしていることを示すものである。砂粒が受ける流体力のうち、抗力、揚力および付加質量力などは時間的に変動するので、砂粒の運動を解析する際にはこの変動をどう考慮するかが重要な問題となる。過去の研究に目を向けると、例えば土研式の構築の際には、圧力変動を平均値プラス偏差の形で表しモデルに取り込んでいる¹⁾。しかしながら、流体力は砂粒の移動過程で中心的役割を果たすものであると考えられるので、砂粒の運動解析過程においてはモデル化せずより実態に即した形で与えるのが望ましい。本検討では、流体力の時間変動を水理実験により捉えるとともに、砂粒の運動解析に活用することを試みた。すなわち、水路床に置かれた球体に3分力計を取付け、抗力・揚力の時間変動を直接計測するとともに、質点系の方程式を時間積分することにより河床上の砂粒の運動を

推定するモデルを構築し、前記の抗力・揚力に関する測定値を代入することでピックアップレイトの推定を行った。

ここで視点を河川工学に移し、近年その使用頻度が高まっているかご工の水理設計法について考察してみる。かご工は、豊富な屈撓性、多孔質な構造ゆえに本来的に河川工法にマッチした工法であるといえる。にもかかわらず、これまでは他の工法に比べ強度的に劣ると考えられ、河川管理上は仮設構造物として位置付けられてきた。この背景としては、かご材の耐久性に関する問題もさることながら、中詰材が洪水中に移動、片寄って金網を破る被災形態に対し、どの規模の洪水にまで耐えられるのかが明確にされていないこと、つまり水理的な裏付けを持った設計法が確立されていないことが挙げられる。本研究においては、防錆技術、溶接技術の飛躍的発展により大幅に耐久性が改善されたかご材の性質を活かしつつ、耐久性・弾性の強い金網を用いた天板で中詰材を押さえつけることでかご内での移動・偏りを防止する新しいかご工を提案するとともに、前記の流体力の変動を加味した砂粒の移動解析モデルを応用し、この水理設計法を構築した。

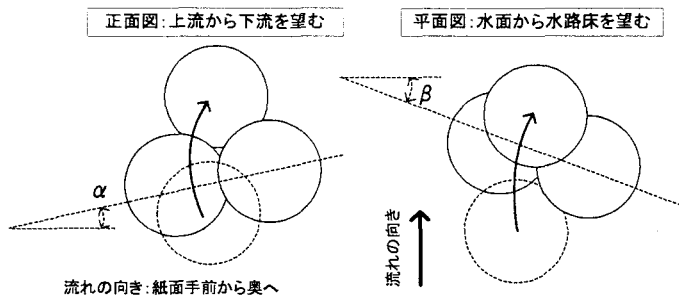


図-1 砂粒の移動経路

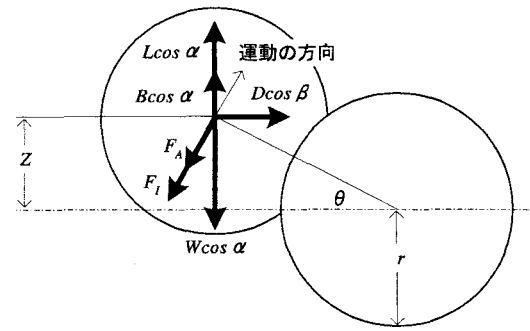


図-3 モーメントの釣り合い状態

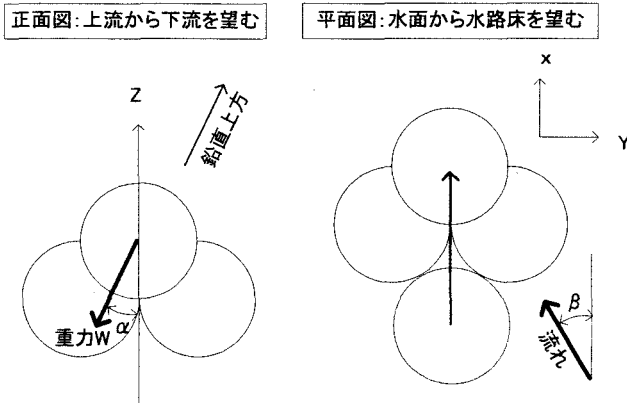


図-2 座標の取り方

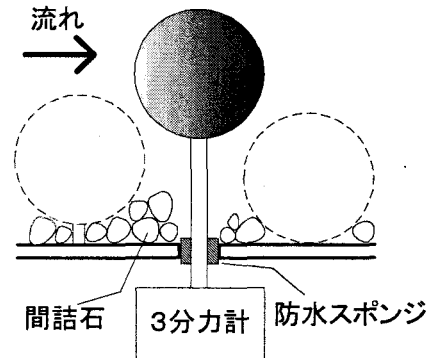


図-4 計測系の概念図

2. 砂粒浮上モデルの構築とPICK-UP RATEの試算

(1) モデルの基本的考え方

河床材料は全て球体であり、限界掃流状態にある砂粒は図-1に示すように下流にある砂粒と接することで移動経路を限定されながらもこれを乗り越えるように流下すると仮定する。図-1に示した α 、 β はいずれも $0 \sim 30^\circ$ の範囲で任意の値を取りうる。図-2に示すような座標のとり方をすると、河床に置かれた砂粒に作用するモーメントのつりあい関係は、砂粒の慣性モーメントを無視すれば、次式で表現することができる(図-3参照、図中の運動の方向を正とする)。

$$\begin{aligned} & -F_I r' + L r' \cos \alpha \cos \theta + B r' \cos \alpha \cos \theta \\ & -W r' \cos \alpha \cos \theta - F_A r' + D r' \cos \beta \sin \theta \\ & = 0 \end{aligned} \quad (1)$$

$$r' = 2r \sin 60^\circ \quad (2)$$

ここに、 D : 抗力、 L : 揚力、 W : 重力、 B : 浮力、 F_A : 付加質量力、 F_I : 慣性力、 r : 球体の半径、および r' : 下流の球体とのかみ合わせを考慮した球体の運動軌跡の半径、である。

球体の浮上高さ Z は、幾何的条件から次式で表すことができる。

$$Z = r' \sin \theta \quad (3)$$

$$\theta = \frac{S}{r'} \quad (4)$$

ここに、 S : 初期状態から時刻 T までの球体の移動量、であり、次式で表わされる。

$$S(r) = \int_0^T u(\xi) d\xi + S_0 \quad (5)$$

ここに、 $u(\xi)$: 任意の時刻 ξ における砂粒の移動速度、 S_0 : 初期高さ、である。 $u(\xi)$ は式(1)を時間積分して求める。この積分過程で必要な D 、 L に実測値を用いるのが、本検討で提案した手法の特徴である。

(2) 球体に作用する流体力測定実験²⁾

(1)で述べたモデルにより砂粒の浮上を解析するには、砂粒に作用する抗力・揚力の時間変動値が必要である。そこで、これらを求めるために水路実験を実施した。実験は、幅1m、水路床勾配1/200の直線水路に直径6cmの球体を敷き詰めるとともに、水路中央付近にある1つの球体に河床から金属製アームを介して3分力計を接続し、これに通水して球体に作用する揚力・抗力の時間変化を測定するものである(図-4参照)。床板に敷き並べた球体は、流砂のある河床の凹凸を再現するために、関根ら

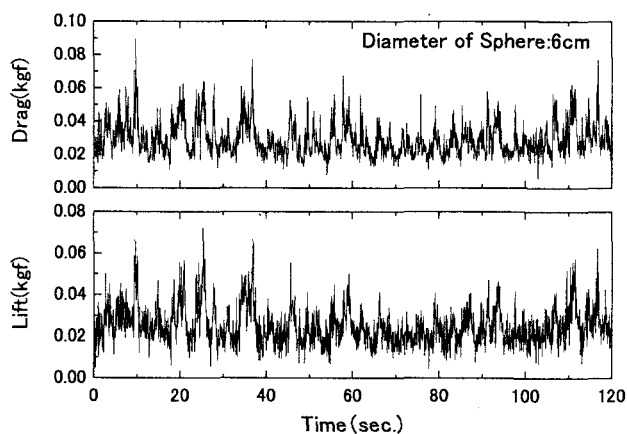


図-5 実験結果 (平均河床より3mm突出させたケース)

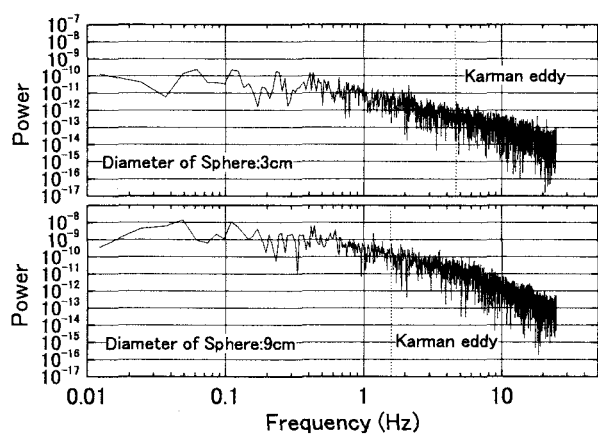


図-6 FFT解析結果

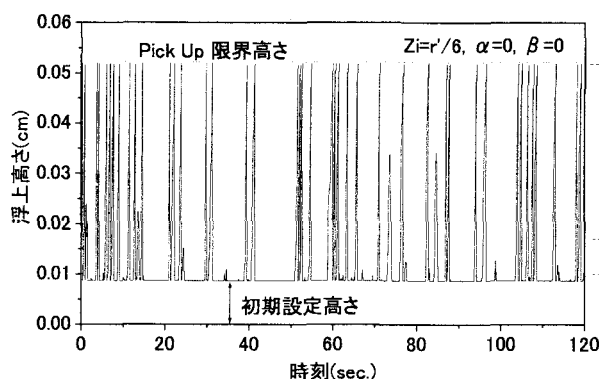
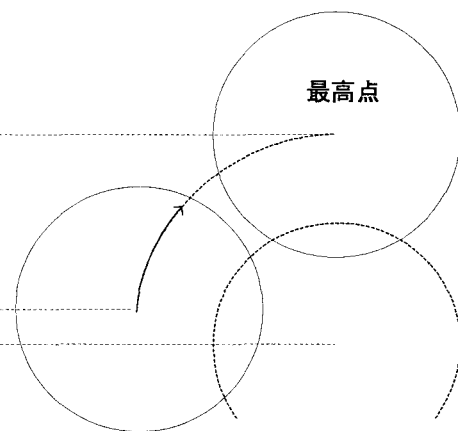


図-7 球体の運動の解析結果



の報告³⁾に基づきGauss分布に従い個々の高さを変えて設置している。

実験ケースは、アームの延長を変えて測定対象球体の天端が平均河床高からそれぞれ0, 3, 6, 9mm突出させた4ケース、および河床の球体を全て取り去り平坦としたうえで球体の直径をそれぞれ3cm, 9cmに変えた2ケースを実施した。与えた水理量は全ケース共通であり、水深約40cm、水面勾配1/200、断面平均流速約1.15m/sであった。得られたデータはA-D変換器で0.02秒ピッチのデジタルデータに変換した。なお、図-4の測定系の固有振動数は、検証の結果直径6cmの球体で約100Hzであった。

測定結果の一例として、球体の直径6cm、平均河床高より3mm突出させたケースでの抗力・揚力の時間変動状況を図-5に示す。抗力と揚力は概ね同調しており、これらの流体力の時間変動が主として球体スケールの渦径の流速変動によりもたらされていることが推定できる。

図-6は流体力の変動特性をより詳細に調べるために、球体の直径3cmおよび9cmのケースで得られた抗力を対象にFFT解析を実施したものである。なお、図中には参考までにStrouhal数から推定したKarman渦列の発生振動数も示してある。両者の変動特性はよく似ており、このReynolds数の範囲では相似性を有していることがわかる。

(3) PICK-UP RATEの試算

(1)で示した解析モデルに(2)の実験で求められた抗力・揚力の時間変動を代入してpick-up rateの試算を行なう。その詳細は次のとおりである。

◆球体の浮上高さを計算し、最高点(図-7参照)まで到達したときにpick upされたと評価する。その後球体を最下点に戻し計算を継続する。この計算を、流体力の測定を行なった時間120秒まで継続し、その間にpick upされた回数をカウントしてpick-up rate に換算する。

◆一般にpick-up rateは τ_* と関連付けられる。本検討では同一の水理量の実験しか行なっていないので厳密には異なる τ_* のもとでのpick-up rateを求めることができない。そこで本解析では計算上球体の比重を変えることで τ_* の値を変えた。Shields Diagramでもわかるように、無次元限界掃流力 τ_{*c} は粒子レイノルズ数にのみ影響を受けるとされているので、この方法は相応の妥当性を有していると考えられる。

◆球体の横断方向傾き α の分布は、幾何的条件から最大30度、最小0度の間で均等分布を取る。よって、数値モデル上では α を0, 10, 20, 30度と段階的に与え、各段階で得られたpick-up rateを平均化操作した。なお、水平方向の傾き β の分布についても同様とした。

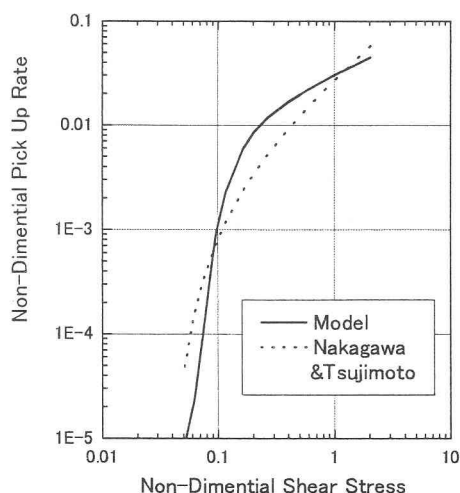


図-8 pick-up rateの計算

◆鉛直方向の初期高さの分布については次のように考慮した。関根らの研究³⁾によれば、自然掃流河床における個々の砂粒の標高分布はGauss分布によく合致するとされている。本数値モデルにおいては初期設定高さを $0 \sim r'$ の範囲で6段階に変え、各段階で得られたpick-up rateにGauss分布の確率密度を乗じ、鉛直方向に積分する方法により重み付け平均を施した。

計算結果の一例として、初期設定高さ $r'/6$ 、 $\alpha = 0$ 、 $\beta = 0$ の条件のケースで得られた浮上高さ～時刻曲線を図-7に示す。このような計算を、球体の比重を変えて繰り返しれば、pick-up rate～ τ_* 関係を求めることができる。この結果を図-8に示す。図-8には中川・辻本⁴⁾の提案した値も併記されている。これによると、両者は概ね一致することがわかる。このことから、(1)で提案したモデルが相応の精度を有していると評価することができる。

3. かご工の水理設計法の提案

(1) 基本的考え方

かご工は、金属製のかごに玉石等を詰め込んだ構造を成しており、根固工、護岸のり覆工等に用いられる。かご工の典型的な被災形態としては、鉄線が腐食して中詰材の流出を招くもの、流水の作用により中詰材が下流に片寄り金網をパンクさせてしまうもの（写真-1参照）の2つが挙げられる。本研究で想定するのは後者であり、中詰材の片寄りを防止するのに必要なかご工の諸元、特に金網の曲げ剛性を求める手順を構築する。

既報⁵⁾⁶⁾のとおり、かご工の金網は次の2つの作用、①弾性により中詰材の浮上を直接抑え込む作用、②中詰材に作用するせん断力の一部を受け持つ作用、により中詰材の移動を制限する。①の作用については、2.項で述べた数値モデルを応用して評価する(2.(2)参照)。②の作用については、現場への適用を考えた場合、



写真-1 中詰材の片寄り

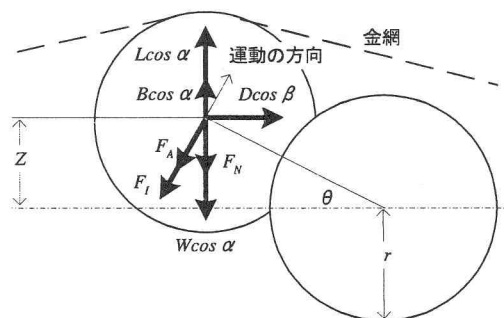


図-9 中詰材に作用するモーメントの釣り合い

洪水流向とかご工の角度、金網と中詰材の距離など、無視できない影響を及ぼすと思われる不確定要素が多々あると考えられるので、模型実験を主体に評価を試みる(3.(3)(4)参照)。

(2) 金網による押え効果の評価

金網により天端を押えられた中詰材に対しモーメントの釣り合い方程式を立てる(図-9参照)。

$$\begin{aligned} & -F_I r' + L r' \cos \alpha \cos \theta + B r' \cos \alpha \cos \theta \\ & -W r' \cos \alpha \cos \theta - F_A r' + D r' \cos \beta \sin \theta \\ & -F_N r' \cos \theta = 0 \\ & r' = 2 r \sin 60^\circ \end{aligned} \quad (6)$$

ここに、 F_N は金網による押え力であり、Hookeの法則に従い次式で与える。

$$F_N = -kz \quad (7)$$

z : 変位、 k : バネ定数である。 k は金網の曲げ剛性 EI に比例する。例えば図-9のように辺長 L のかご工において一つの中詰材が金網を押し上げる系は、アーム長 L の単純梁～集中荷重系と同一と見なすことができるので、 k は次式で表される。

$$k = \frac{48EI}{L^2} \quad (8)$$

このモデルを用い、中詰材の浮上を防止するために必要な金網のEIを求める。解析における条件設定、手順等は以下のとおりである。

◆ F_N を適当に仮定するとともに、2.で述べた抗力・揚力のデータを用いて2分間の中詰材のpick-up rateを計算する。 F_N を試行錯誤的に調整し、pick-up rateがちょうどゼロとなる F_N すなわち F_{NC} を求める。

◆2.に述べた方法と同様、解析においては球体の比重を変えることにより τ_* を変える。

◆下流の中詰材との噛み合せの影響についても2項で述べたのと同様の方法で考慮する。

◆中詰材を凹凸なく平坦に設置するのは現実的には無理なので、中詰材と金網には部分的にすき間が発生する。このすき間は最大で粒径程度、最小でゼロと類推される。これを受け、本解析においてはこのすき間を中詰材の半径相当とし、初期値として設定する。

このような条件・手順に基づき、 F_{NC} を様々な水理条件のもとで求めたものが図-10である。この図においては、 F_{NC} は中詰材の水中重量 W_s で無次元化してある。

図-10はかご工の水理設計法の基礎をなすものである。すなわち、以下の手順で必要なかご工の諸元を求めることができる。

- ①かご工を設置する場所での洪水時水理量と使用する中詰材の粒径から τ_* を求める。
- ②図-10にプロットして F_{NC*} を求める。
- ③ F_{NC*} から必要な金網の諸元を求める。なお、③のプロセスについては(4)に詳述する。

(3) 模型実験による検討

ここでは、既報の高落差水路実験、および傾斜水路実験の概要を示す。実験の詳細については既報^{⑥)}を参照のこと。これらの実験結果は、(4)項に述べる水理設計法の構築過程において、主として以下の2つの検討で活用されることになる。

◆治水安全側の解が得られる水理設計法を構築する

◆(1)で述べた中詰材に作用するせん断力の一部を受け持つ効果がかご工の安定性にどの程度寄与しているのかを把握する

a. 高落差水路による実験

高落差水路は、上流側が1/5、下流側が1/200、幅1mの直線長方形断面水路である(図-11参照)。上流の急勾配部で流れを加速し、緩勾配部に設置したかご工に高流速を作用させる。流速を階段状に増大させ、かご工の変形度合いを観察するのがこの実験の主旨である。用いたかご工の諸元は幅1m、流向方向1.6mである。実験は2ケース行った。ケース1では中詰材の粒径54mm、線径4mm、目合い(線材の間隔)40mmのかご工を、ケース2では中詰材の粒径40mm、線径1.6mm、目合い40mmのかご工を用いている。金網はいずれも溶接金網である。実験によれば、ケース1では $\tau_*=0.31$ 、ケース2では τ_*

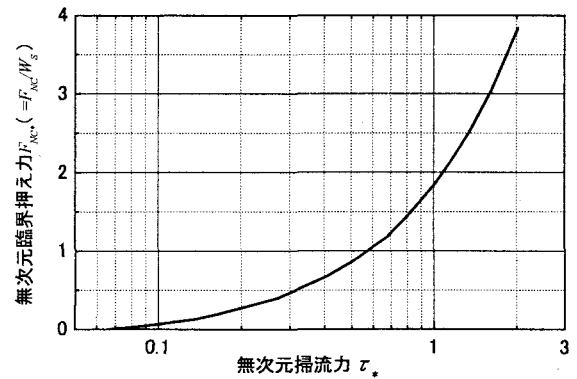


図-10 F_{NC} と τ_* の関係

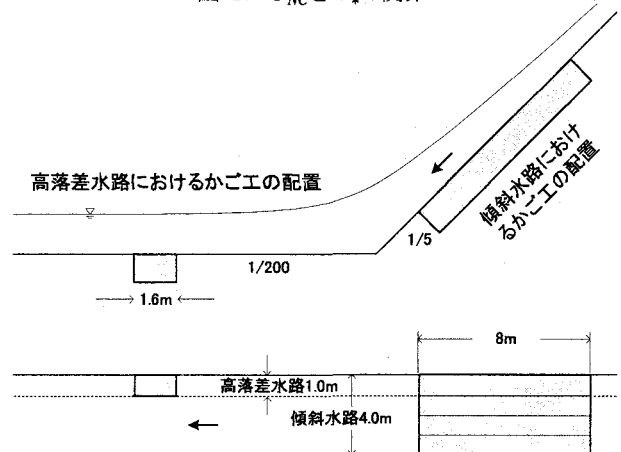


図-11 実験水路の概要

$\tau_*=0.08$ で限界掃流状態に至った。ただし、大規模かつ高流速場での実験ゆえに、限界掃流状態の判断は容易ではなく、多少の誤差が含まれていると考えるべきであろう。

b. 傾斜水路による実験

傾斜水路の概観を図-11に示す。水路は1/5の急勾配であり、全幅は5mである。この中を各1m幅の4レーンに区切ってあり、同時に最大4つの供試体について実験することができる。供試体の流下方向延長は8mである。実験の目的・方法は高落差水路による実験と基本的に同様である。実験ケースは2ケースである。ケース3では線径4mm、目合い40mmの、ケース4では線径3.2mm、目合い40mmの溶接金網をそれぞれ用いている。中詰材はいずれも粒径40mmの玉石である。実験によれば、ケース3では $\tau_*=0.203$ 、ケース2では $\tau_*=0.273$ で限界掃流状態に至った。限界掃流状態の評価精度については高落差水路実験と同様に多少のばらつきがあると考えられる。

(4) 水理設計法の構築

(1)～(3)の結果を総括し、かご工の水理設計法の立案を試みる。かご工単体に着目すると、複数の中詰材が天板の金網を押し上げる状態になる。この系は、4辺固定の方型膜を等分布荷重 p_0 が撓ませる系に置き換えて考えることができる。最大撓み w_{max} はかご工の中央で発生し、Navierの解より以下のように表わされる。

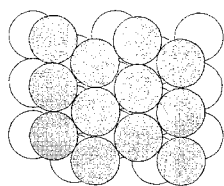


図-12 金網を押上げる中詰材の計算上の定義

$$\omega_{max} = \frac{16a^4 p_0}{\pi^6 D} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \frac{m\pi}{2} \sin \frac{ny}{2}}{mn(m^2 + n^2)^2}$$

$$\approx 7.489 \times 10^{-3} \frac{p_0 a^4}{D} \quad (9)$$

ここに、 D ：方型膜の曲げ剛性、 a ：辺長、である。これを D について解き、解析上の定義に従い $\omega_{max} \doteq d/2$ とすれば、かご工の水理設計法とすることができる。

水理設計法においては、 p_0 は次式で表される。

$$p_0 = \frac{F_{NC} \cdot n}{a^2} \quad (10)$$

ここに、 F_{NC} ：臨界押え力、 n ：かご工単体において金網を押上げようとする中詰材の個数、である。 n は中詰材の配置によって決まるが、その最大値は、図-12に示した配置を前提とすると、幾何的に次式で与えられる。

$$n = \frac{a^2}{d^2} \cos 30^\circ \quad (11)$$

現実的には図-12のように中詰材を密に配置することはありえないので、式(11)に補正係数 c を乗じて用いる。 c の値は、(3)で紹介した実験結果と理論値との比較によって求める。すなわち実験で求められた無次元限界掃流力 τ_{*c} と、上記の水理設計法により求められる τ_{*c} とが一致するよう c を調整する。このような過程を通じ得られた c の値を図-13に示す。これによれば、 c は0.1～0.3程度の値をとることがわかる。よって、水理設計法としては得られる解を安全側近似とすべく $c=0.3$ とすればよい。なお、 c が1を下回る物理的意味としては、①図-12に示すように表面にある中詰材の全てが金網を押上げるわけではないことに加え、②中詰材に作用するせん断力の一部を受け持つこと、③中詰め材と線材の位置関係によっては浮上しかけた中詰材が線材に引っかかりその張力を受けること(図-14参照)、が挙げられる。 c に及ぼす①～③の影響の大小について考察すると、①が最も大きく、中詰材表面の凹凸に着目すれば①だけで少なくとも0.5以下となるであろう。次に大きいのは③であると考えられる。このことは、図-13において、中詰材に比して目合いの大きなcase1での c が最大となっていることから推論される。

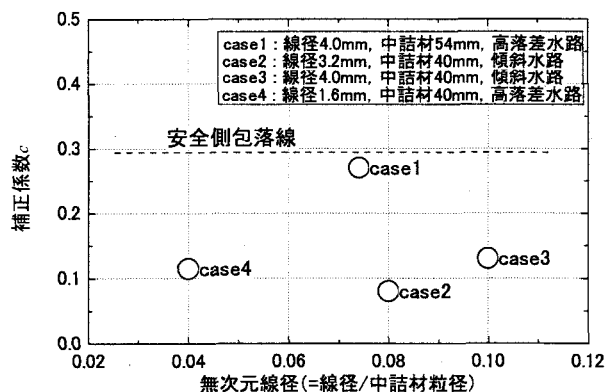


図-13 cと無次元線径の関係

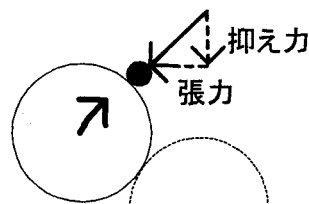


図-14 張力の影響

4. 結論

本検討により明らかにされた事項を以下に列挙する。

- 1) 模型実験により河床上の砂粒に作用する抗力・揚力の時間変動を計測した。両者には高い相関が見られた。
- 2) 河床上の砂粒に作用するモーメントの釣り合い方程式に上記の流体力時系列データを代入して砂粒のpick-up rateを推定するモデルを構築した。
- 3) 2)のモデルをかご工の水理設計法に応用し、中詰材の偏りを防止する金網の曲げ剛性を求める手順を構築した。
- 4) かご工に流水を作用させ、中詰材の移動限界水理量を求める実験を行い、これと水理設計法を対比することで、本水理設計法の精度向上を促した。

参考文献

- 1) 佐藤清一、吉川秀夫、芦田和男：河床砂礫の掃流運搬に関する研究(1)、建設省土木研究所報告、第98号、1958。
- 2) 平林桂、望月達也、藤田光一：河床上の球体に作用する流体力の時間変動および球体の運動解析、水工学論文集、第41巻、1997。
- 3) M.Sekine・H.Kikkawa: Mechanics of Saltating Grains. II, Journal of Hydraulic Engineering, vol.118, pp.536-559, 1992。
- 4) 中川博次、辻本哲郎：水流による砂れきの移動機構に関する基礎的研究、土木学会論文集、第244号、pp.71-80、1975。
- 5) 末次忠司、諏訪義雄、東高德、平林桂：流れに対する応答特性(変形特性)に着目した既往かごマット工と剛性の強い金網を用いた小粒径かご工の評価、河川技術論文集、第7巻、2001。
- 6) 藤田光一、諏訪義雄、東高德、平林桂：流れによる変形特性に着目した新しいふとんかご設計の試み、河川技術に関する論文集、第6巻、2000。

(2003. 4. 11受付)