

極値水文量の発生過程における季節性を 考慮した水文頻度解析

FREQUENCY ANALYSIS OF EXTREME VALUE SERIES CONSIDERING SEASONALITY IN HYDROLOGIC PROCESSES

西岡昌秋¹・宝 馨²

Masaaki NISHIOKA and Kaoru TAKARA

¹正会員 工修 (株)建設技術研究所 大阪支社 河川部 (〒540-0008大阪府中央区大手前1-2-15)

²フェロー 工博 京都大学防災研究所 水災害研究部門洪水災害分野 (〒611-0011京都府宇治市五ヶ庄)

This paper describes the importance of considering seasonality in hydrological frequency analysis. The inter event time of the hydrologic processes such as flood peaks over threshold is often assumed to be point processes which can be modeled by the Poisson process. The inter event time based on the Poisson process represents an exponential distribution without considering seasonality.

Hydrologic time series are generated through the numerical experiment based on the Poisson process and the point processes with seasonality. The Generalized Pareto (GP) distribution is applied to Partial Duration Series (PDS) generated, while the Extreme Value (GEV) distribution is analyzed by using Annual Maximum Series (AMS). It is suggested that 100-yr quantile would be overestimated by using GEV applied to the AMS which extracted from the hydrologic time series without seasonality.

Key Words: Hydrologic processes, Inter event time, Seasonality, Hydrological frequency analysis

1. はじめに

水文時系列の発生過程は、季節的な変動や経年的な変動、地球温暖化を要因とするような長期的な気候変動等により決定づけられる。長期的な変動に関して、IPCCの最近の報告¹⁾によると、21世紀後半までに、北半球中・高緯度で降水量が増加する可能性が高く、平均降水量の増加する地域の多くでは、降水量の年々変動も大きくなる可能性がかなり高いとされている。また、わが国の年降水量のトレンドは、全国46地点の観測データから判断すると減少傾向にある²⁾。さらに、葛葉ら³⁾は1980年から1999年のAMeDAS観測所データによる平均年降水量が増加傾向にあるとしている。これらのように、水文頻度解析のもととなる水文時系列は、温暖化による気候変動などの長期的な変動をもつ。

一方、洪水防御計画を対象とした水文頻度解析においては、用いる標本に対して経年的な定常性を仮定し、長期的な変動は考慮していない。これは、水文頻度解析に用いる時間雨量やピーク流量のデータが、高々30年から40年程度しか存在せず、長期変動の解析・評価が困難であるためである。

本論文では、水文時系列の発生過程のうち、季節変動に着目する。季節性を考慮しない場合と考慮する場合との両方について、モンテカルロ実験による水文時系列を

発生させ、これを用いて水文頻度解析を行う。これらの結果をもとに、季節変動を持つ水文時系列に対して、水文頻度解析を適用する場合の課題を述べる。

2. 本論文で考える水文時系列の発生過程

(1) 水文時系列の発生過程

水文量の時系列構造は、いくつかの文献^{4), 5), 6)}に系統的に示されている。いずれも、水文時系列は傾向成分(トレンド)や周期成分、確率の変動成分の和で表現されるとしている。豪雨や洪水のような水文時系列は、イベントが瞬間的に発生し、その発生時間間隔が不定期である。このような時系列の発生過程は、ポアソン過程を代表とする点過程で表現できる。ポアソン過程は、後述のように、わが国の水文頻度解析において多用される、GP分布-GEV分布の関係を表す理論である。本論文では、点過程として表現した豪雨や洪水の時系列に、季節変動を取り入れた場合の水文頻度解析に与える影響を評価する。

(2) 水文頻度解析の手順と季節変動との関係

表-1は、水文頻度解析の手順において検討する内容と本論文の着目点である季節変動との関係を示したもので

ある。

図-1は、点過程として発生した水文時系列における閾値超過系列(Partial duration series, PDS)と毎年最大値系列(Annual maximum series, AMS)との関係を表している。AMSはこれまでの水文頻度解析でよく用いられている系列である。AMSは資料の抽出方法が容易であるものの、年間第2位以下の比較的大きな水文データが考慮されない。PDSは、近年水文頻度解析に用いられるようになってきている資料で、年間第2位以下の比較的大きな水文データについても考慮される。

洪水防御計画を対象とした水文頻度解析を行う場合、抽出したAMSやPDSは、①確率生起性(randomness)、②独立性(independence)、③等質性(homogeneity)、④定常性(stationarity)をもつ必要がある⁷⁾。資料の吟味に関しては、実務的にはこれらが成立すると仮定して解析を行っている。さらに、水文量の発生過程は定常としており、わが国の水文量に特徴的な季節変動は考慮していない。

次に、AMSおよびPDSを用いて確率分布の候補の選定、母数推定、適合度の評価や安定性の評価⁷⁾を経て、最適モデルを選択し、確率水文量が推定される。このようにして得られた確率水文量は、定常過程を仮定したものである。後述するように、AMSに適用されるGEV分布は、季節的な変動を考えない定常過程を想定したポアソン過程にもとづく極値理論から誘導されている。

本論文は、季節変動を取り入れた水文時系列から得られるAMSに、定常過程を仮定したGEV分布をあてはめた場合の確率水文量に与える影響を評価するものである。

3. 水文量の発生過程

(1) 生起時間間隔

生起間隔が期間 t を超えない確率を $F\{T < t\}$ とする。希な事象の生起間隔と生起個数については、ポアソン過程が成立するといわれている。これは、単位時間内における事象の到着率を λ としたとき、ある期間 t における事象の生起個数は、平均を λt とするポアソン分布

$$P\{N = n\} = \frac{(\lambda t)^n e^{-\lambda t}}{n!} \tag{1}$$

にしたがい、事象の生起間隔は、平均を $\frac{1}{\lambda}$ とする指数分布

$$F\{T < t\} = 1 - e^{-\lambda t} \tag{2}$$

にしたがうというものである⁸⁾。

(2) 水文量の大きさの分布

PDSの水文量には一般化パレート (GP) 分布、AMSの水文量には一般化極値 (GEV) 分布が適合すると言われて

表-1 水文頻度解析の手順と本論文の着目点

手順	内容
①資料の収集	○資料の抽出方法 毎年最大値系列 AMS 閾値超過系列 PDS ○AMS 1年間の最大値のみを抽出 年間第2位以下の洪水を考慮していない 従来から適用されてきた抽出方法 ○PDS 年間第2位以下の洪水も考慮している 閾値の設定方法が任意 近年適用されてきている抽出方法
②資料の吟味	○前提条件 確率生起性 独立性 等質性 定常性 ○実務的には前提条件を満たしているとして解析を行う ○季節変動を考慮していない
③確率分布の推定	○確率分布の候補 収集した資料 (AMSorPDS) に対応して確率分布の候補を選定する ○母数推定 候補として選定した確率分布の母数を推定する
④最適モデルの選択	○適合度評価 SLSC, CORなど ○安定性評価 jackknife法, bootstrap法
⑤確率水文量の推定	○最適モデルによる確率水文量の推定 (通常、季節変動を考慮しない) ○季節変動を考慮した水文時系列 GEV分布 (AMS) およびGP分布 (PDS) による推定精度の比較

*) ゴシックは本論文での着目点

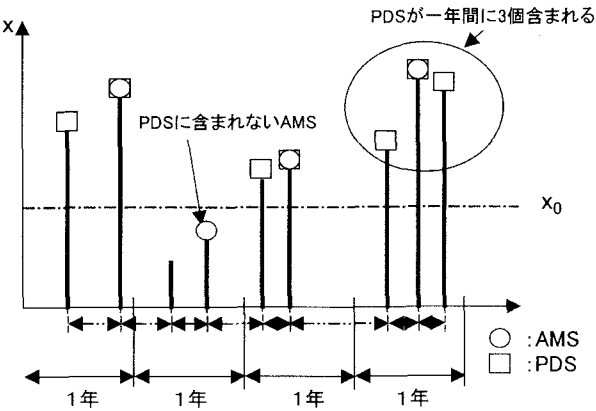


図-1 PDSとAMSとの関係

いる。ある閾値を超過する事象の水文量に対してGP分布を仮定し、その発生過程がポアソン過程にしたがう場合、その系列から得られるAMSはGEV分布にしたがうことが理論的に求められる^{9), 10)}。

閾値 x_0 を超え、 $X \leq x$ となる事象の確率を $G(x) = P\{X \leq x | x \geq x_0\}$ とし、毎年最大値の確率分布を $F_0(x) = P\{X \leq x\}$ とする。 $F_0(x)$ は一年間を通じて x を超えない確率を表す。このとき、 $F_0(x)$ と $G(x)$ との関係は、以下のように表される。

$$F_a(x) = \exp\{-\lambda(1-G(x))\} \quad (3)$$

$G(x)$ の分布として、一般化パレート分布

$$G(x) = 1 - \left[1 - \frac{\kappa}{a}(x - x_0)\right]^{\frac{1}{\kappa}} \quad (4)$$

ただし、

$$\kappa < 0, x_0 \leq x < \infty$$

$$\kappa > 0, x_0 \leq x \leq x_0 + a/\kappa$$

κ : 形状母数、 a : 尺度母数、 x_0 : 位置母数

を仮定し、(4)式に代入すると、GEV分布が求められる。

$$\begin{aligned} F_a(x) &= \exp\left[-\lambda\left\{1 - \frac{\kappa}{a}(x - x_0)\right\}^{\frac{1}{\kappa}}\right] \\ &= \exp\left[-\left\{1 - \frac{\kappa}{a}(x - c)\right\}^{\frac{1}{\kappa}}\right] \end{aligned} \quad (5)$$

ただし、

$$\kappa < 0, c + a_a/\kappa < x$$

$$\kappa > 0, x < c + a_a/\kappa$$

κ : 形状母数、 a_a : 尺度母数、 c : 位置母数

GP分布とGEV分布の母数の関係は、以下のように表される。

$$\left. \begin{aligned} a_a &= a\lambda^{-\kappa} \\ c &= x_0 + \frac{a}{\kappa}(1 - \lambda^{-\kappa}) \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

4. 発生過程の検証

(1) 生起個数

本論文で利用したデータは、ある河川の基準地点上流域における43年間の流域平均2日雨量と46年間の洪水ピーク流量である。1年間の生起個数の平均値は、流域平均2日雨量が4.1個、ピーク流量は2.5個である。

洪水ピーク流量の一年間の生起個数の頻度分布に、ポアソン分布をあてはめた(図-2)。 χ^2 検定を行った結果、有意水準5%でポアソン分布にしたがうと判断された。

(2) 生起時間間隔

ある事象の生起日を d_i 、その次の洪水の生起日を d_{i+1} とした場合、次の洪水が生起するまでの時間間隔 $\Delta d_i = d_{i+1} - d_i$ とする(これを“生起時間間隔”と呼ぶ)。

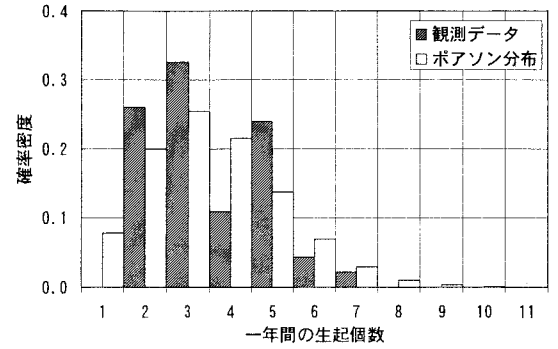


図-2 一年間の生起個数の頻度分布 (ピーク流量)

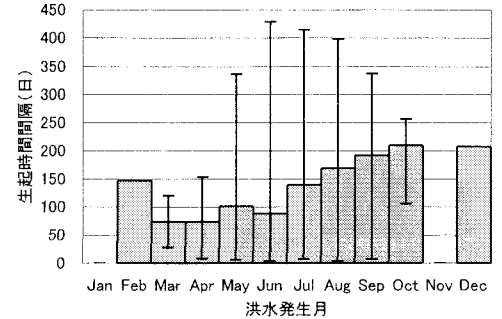


図-3 ピーク流量に関する生起時間間隔の平均値 (最大値および最小値の範囲を併記)

洪水ピーク流量に関して、次の洪水が生起するまでの時間間隔を月別に集計した結果およびその最大値、最小値を図-3に示す。10月の最大値は260日、最小値は110日であり、10月に生起した洪水の次の洪水は、その年の11月、12月には生起しない。

洪水ピーク流量と流域平均2日雨量の生起時間間隔の頻度分布に指数分布をあてはめた。結果を図-4、図-5に示す。いずれも、300日付近で極大値をもつような分布形となっており単調減少の指数分布とはならない。 χ^2 検定を行った結果、いずれも有意水準5%で指数分布にしたがわないと判断された。2つの図を比較すると、流域平均2日雨量の生起時間間隔の分布は、ピーク流量と比較して、300日付近の極大値の頻度が小さくなっている。これは、一年間の平均生起個数がピーク流量と比較して多い(ピーク流量は2.5個、流域平均2日雨量は4.1個)ことから、相対的に頻度が小さくなっているためである。一年間の生起個数が多くなると、ポアソン過程にしたがうようになることが予想される。

以上のように、事象の生起個数はポアソン分布にしたがうものの、生起時間間隔は、季節性を持つことから指数分布とはならない。このことから、わが国の極値水文事象は、ポアソン過程とは異なる過程から発生していることがわかる。

(3) 水文学の大きさの分布

流域平均2日雨量、洪水ピーク流量を標本として、3母数の一般化パレート分布(GP分布、L積率法)をあてはめた。適合度の指標であるSLSCは、それぞれ0.018と0.017である。適合度が良いとされている0.03以下⁷⁾であ

ることから、GP分布は標本との適合度が高いことがわかる。

次に、AMSを抽出しGEV（一般化極値）分布（L積率法）をあてはめた。SLSCIは0.028と0.0234であり、GEV分布は標本との適合度が高いことが分かる。

5. シミュレーションの方法と確率評価

(1) シミュレーションの方法

水文時系列の生起時間間隔の季節性に着目し、以下の2つの生起時間間隔の分布を考えた。

①生起時間間隔をポアソン過程にもとづき指数分布で発生させる

②季節性を考慮し、月別の生起時間間隔の分布にもとづいた経験分布で発生させる

水文量の大きさは、PDSに適合させたGP分布にしたがうように発生させた。いずれも乱数の発生個数は $n=10000$ 個とし、 $m=100$ 組発生させた。

(2) 記号の説明

本章では、水文量等の記号を以下のように記述する。

- $x_{o,pds}$: 収集したPDSの観測データ系列
- $x_{o,ams}$: $x_{o,pds}$ から抽出したAMS
- $x_{r,pds}$: GP分布にしたがう乱数を発生させて得られたPDS
- $x_{r,ams}$: $x_{r,pds}$ から抽出したAMS
- $GP_{o,pds}$: $x_{o,pds}$ にあてはめたGP分布
- $GP_{r,pds}$: $x_{r,pds}$ にあてはめたGP分布
- $GEV_{o,ams}$: $x_{o,ams}$ にあてはめたGEV分布
- $GEV_{r,ams}$: $x_{r,ams}$ にあてはめたGEV分布

あてはめたGP分布、GEV分布はいずれもL積率法を用いて推定した。

(3) 確率評価

a) 生起時間間隔が指数分布にしたがう場合

ピーク流量に関する結果について以下に示す。
模擬発生系列 $x_{r,pds}$ の分布が、もとのGP分布 $GP_{o,pds}$ とよく一致し、乱数発生 of 精度が高いことを確認した。

$m=1$ の場合、 $x_{r,ams}$ および $GEV_{r,ams}$ の分布を図-6に示す。10000個のPDSに対して、AMSは $m=1\sim100$ の平均で3869個得られた。

$x_{r,ams}$ と $GEV_{r,ams}$ とは比較的一致している。 $x_{o,ams}$ と $x_{r,ams}$ とは $1000\text{m}^3/\text{s}$ 以下では $x_{r,ams}$ が $0\text{m}^3/\text{s}$ となる場合があり一致度は低い。生起時間間隔が1年以上となる場合が約5%あり、洪水生起時間間隔が1年以上となり洪水が発生しない年は、平均的に3869年間のうち292年存在した。

生起時間間隔が指数分布にしたがう場合について、 $GP_{r,pds}$ および $GEV_{r,ams}$ のそれぞれの100年確率水文量を推定した結果を図-7に示す。水文時系列の発生過程が理想的なポアソン過程にしたがう場合、確率水文量は対角

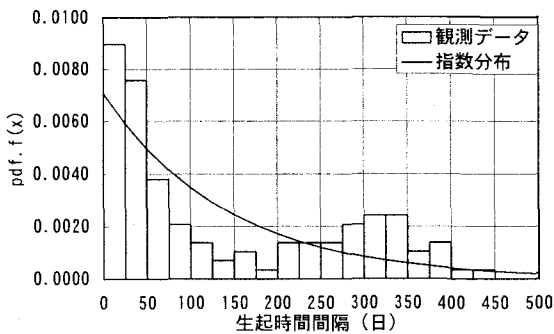


図-4 生起時間間隔の頻度分布（ピーク流量）

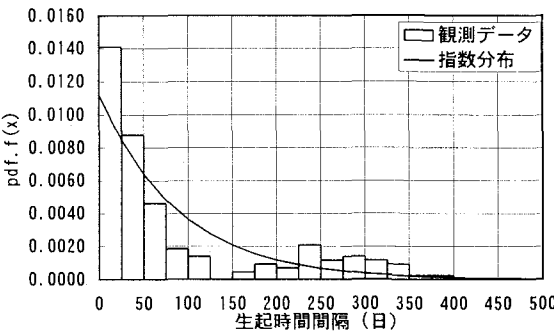


図-5 生起時間間隔の頻度分布（流域平均2日雨量）

線上にプロットされる。 $GP_{r,pds}$ および $GEV_{r,ams}$ のプロットは対角線付近にプロットされており、シミュレーションから得られたピーク流量時系列が、ポアソン過程にもとづき発生していることがわかる。一方、標本の発生過程は季節性を有しており、 $GEV_{r,ams}$ の推定値は $GP_{r,pds}$ よりも大きい値となっている。

b) 生起時間間隔が季節性を考慮した経験分布にしたがう場合

ピーク流量に関する確率評価の結果を以下に示す。
 $m=1$ について、模擬発生系列 $x_{r,pds}$ から抽出したAMS $x_{r,ams}$ にGEV分布を適合させ、 $m=1$ の場合をGumbel確率紙にプロットした結果を図-8に示す。10000個のPDSに対してAMSは平均的には3844個得られた。この方法によると、a)とは異なり、洪水は毎年発生する。

$x_{r,ams}$ は全般的に標本 $x_{o,ams}$ とよく一致している。
 $x_{r,ams}$ とあてはめたGEV分布 $GEV_{r,ams}$ とは、水文量の大きい部分での一致度が低い。ここで扱った洪水事象は、GEV分布の理論的背景であるポアソン過程とは異なるためである。

100年確率水文量を比較した結果を図-9に示す。 $GEV_{r,ams}$ は $GP_{r,pds}$ よりも大きい値を推定し、図-7よりも対角線から離れる。これは、事象の発生過程として、ポアソン過程と季節性を考慮した発生過程との違いを表している。

流域平均2日雨量の結果を以下に示す。
 $m=1$ について、 $x_{r,pds}$ から抽出したAMS $x_{r,ams}$ にGEV分布

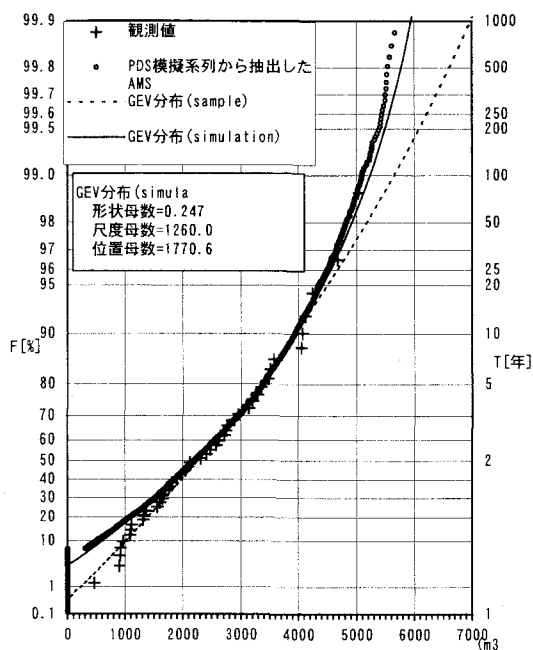


図-6 AMSの観測値にあてはめたGEV分布とPDSから抽出したAMSにあてはめたGEV分布の例
(生起時間間隔が指数分布にしたがう場合)

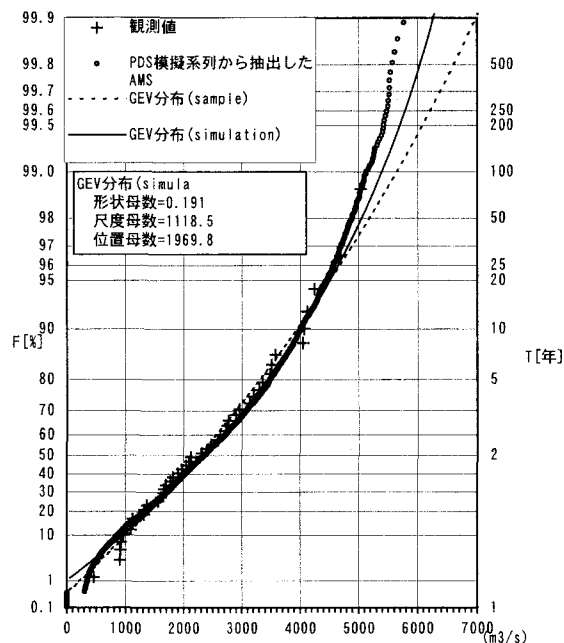


図-8 AMSの観測値にあてはめたGEV分布とPDSから抽出したAMSにあてはめたGEV分布の例
(季節性を考慮した経験分布に生起時間間隔がしたがう場合)

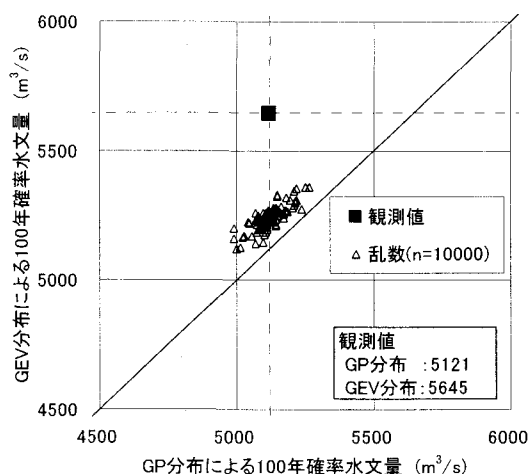


図-7 GP分布とGEV分布から推定した100年確率水文学量の比較
(生起時間間隔が指数分布にしたがう場合)

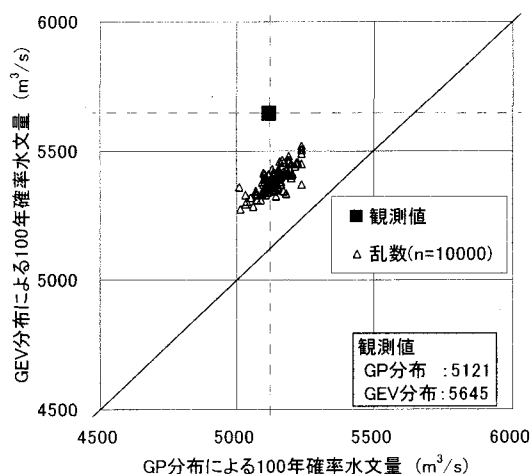


図-9 GP分布とGEV分布から推定した100年確率水文学量の比較
(季節性を考慮した経験分布に生起時間間隔がしたがう場合)

を適合させ、 $m=1$ の場合をGumbel確率紙にプロットした結果を図-10に示す。10000個のPDSに対してAMSは平均的には2463個程度得られた。また、 $x_{o,ams}$ 、 $x_{r,ams}$ 、 $GEV_{o,ams}$ 、 $GEV_{r,ams}$ の4つの分布は、 $x_{o,ams}$ の最大値である578mmの範囲でよく一致している。

100年確率水文学量を比較した結果を図-11に示す。ピーク流量の場合と異なり、GP分布による確率水文学量とGEV分布による確率水文学量はほぼ一致している。この要因として考えられるのは以下の2点である。

- ・事象の一年間の平均生起個数

一年間の平均生起個数は、流域平均2日雨量が4.1個に対し、ピーク流量は2.5個である。PDSの1年間に含まれる事象の数が大きいほど、それより抽出されるAMSが、理想的な毎年最大値の母集団により近づくためと考えられる。実際、生起時間間隔の頻度分布を比較すると、300日付近の極大値の相対頻度は、流域平均2日雨量の方が小さい。

- ・GP分布により推定した確率水文学量とGEV分布により推定した確率水文学量の差異

GP分布から推定した確率水文学量（ここでは100年確

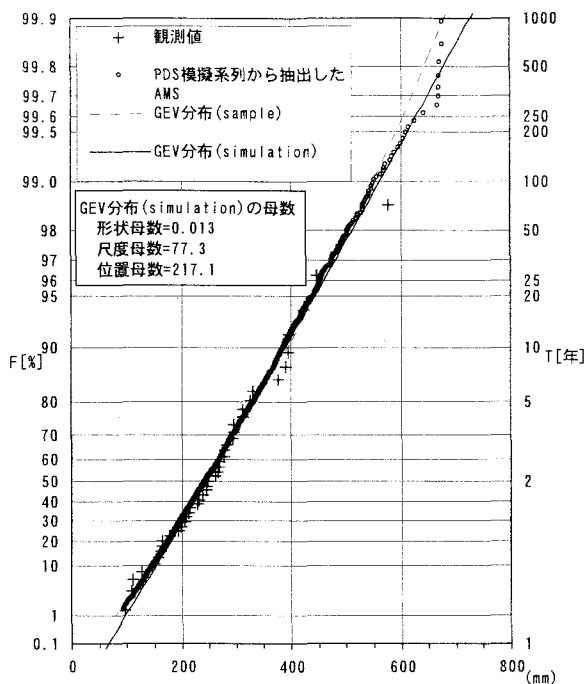


図-10 AMSの観測値にあてはめたGEV分布とPDSから抽出したAMSにあてはめたGEV分布の例
(季節性を考慮した経験分布に生起時間間隔がしたがる場合)

率)とGEV分布から推定した確率水量とを比較すると、流域平均2日雨量については、GP分布の推定値が560.2mmに対してGEV分布の推定値が549.3mm(誤差=2%)である。一方、ピーク流量については、GP分布の推定値が5121 m³/sに対し、GEV分布の推定値は5645m³/s(誤差=10%)である。

6. 結論

極値水文事象(流域平均2日雨量とピーク流量)の生起時間間隔に着目し、モンテカルロシミュレーションによる数値実験を通じて、PDSとAMSとの関係について調べた。本論文で得られた結果を要約すると以下のとおりである。

- ①本研究で取り扱った水文量の生起時間間隔は、その生起数が冬期には少なく夏期に多いため、季節性を持つ。これは、希な水文事象の発生過程として一般的に言われるポアソン過程とは異なるものである。
- ②乱数を発生させて得られたPDSから抽出したAMSの経験分布による100年確率水量とGEV分布による100年確率水量とを比較した。ピーク流量を対象とした場合、GEV分布による推定値の方が経験分布よりも大きい。乱数を発生させて得られたPDSから抽出したAMSによる確率水量の推定値が真値に近いと考えると、ポアソン過程にもとづくGEV分布による確率水量は、それに比べて過大評価となる。このことは、季節性をもつ水文事象に対してGEV分布をあてはめると、過大評価

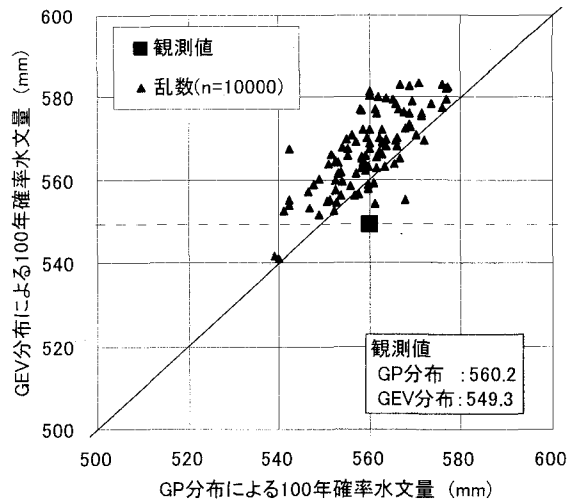


図-11 GP分布とGEV分布から推定した100年確率水量の比較
(季節性を考慮した経験分布に生起時間間隔がしたがる場合)

となる可能性があることを示している。

- ③流域平均2日雨量を対象とした場合には、②のような過大評価とはならなかった。この理由は、一年間の水文事象の生起数が平均的に4個以上存在すること、PDS解析によるGP分布の確率水量とAMS解析によるGEV分布の確率水量とが一致するためと推察される。
- ④上記②の結果は、わが国の極値水量に対して水文頻度解析を行う場合には、季節的な変動を考慮することが重要であることを示唆している。さらに、今後の地球温暖化による気候変動を踏まえると、長期の気候変動を考慮した水文頻度解析手法の開発の必要性がある。

参考文献

- 1) IPCC:第三次評価報告書第一作業部会報告、政策者決定向けの要約(気象庁訳)、2002。
- 2) 国土交通省水資源部:平成13年度版 日本の水資源、2001。
- 3) 葛葉泰久、友杉邦雄、岸井徳雄:降水量データの代表性、水文・水資源学会誌、第14巻6号、pp.461-471,2001。
- 4) 神田 徹、藤田睦博:新体系土木工学26 水文学-確率論的手法とその応用-、技報堂出版、pp.77-84,1982。
- 5) Maidment, D. R. (ED.): *Handbook of hydrology*, McGraw-Hill, New York, pp.19.5-19.9,1993。
- 6) 水文・水資源学会(編):水文・水資源ハンドブック、朝倉書店、pp.248-249,1997。
- 7) 宝 馨:水文頻度解析の進歩と将来展望、水文・水資源学会誌、Vol.11, No.7, pp.740-756,1998。
- 8) 伊藤 学、亀田弘行(訳):土木・建築のための確率・統計の基礎、丸善、pp.113-116,1977。
- 9) 前出5), pp.18.38-18.39,1993。
- 10) 星 清:洪水ピークの確率手法について、開発土木研究所月報、No.539, pp.34-47,1998。

(2002.4.15 受付)