確率水文量の実務的推定法

A PRACTICAL METHOD FOR PRECISE ESTIMATION OF QUANTILE

湧川勝己[1]・伊藤禎和[2]・兪　朝夫[3]・栗田秀明[4]
Katsumi WAKIGAWA, Sadakazu ITO, Asao YOO and Hideaki KURITA

[1]正会員　（財）国土技術研究センター　調査第一部（〒105-0001 東京都港区虎ノ門2-8-10）
[2]正会員　工修　（株）建設技術研究所中国支社（〒730-0013 広島市中区八丁堀2-31）
[3]正会員　工修　（株）建設技術研究所大阪支社（〒540-0008 大阪市中央区大手前1-2-15）
[4]正会員　工博　（株）建設技術研究所東京本社（〒103-8340 東京都中央区日本橋本町4-9-11）

When we design flood control plans or consider the management of emergency situations, quantiles are the most basic condition. So far, a successive record has been used to obtain parameters of distribution and to estimate quantiles in frequency analysis of extreme events. However, a successive record sometimes gives an excessively small quantile because of its distribution characteristics.

This paper suggests a practical method to estimate quantiles more precisely, taking historical records or probable maximum precipitation into account. The authors also verified the efficiency of this method by adopting it to actual records for rivers in Japan.

Key Words : *Frequency analysis of extreme events, historical record, probable maximum precipitation, probability distribution*

1．はじめに

我が国の治水計画において防御対象とする外力は，確率水文量で設定されることが多い．したがって確率水文量は，治水計画や危機管理を考える際に最も重要な基本量となる．この確率水文量を推定するための水文統計解析では，これまで時系列的に連続した資料の得られる期間を対象に実施されてきており，母数はその期間の水文量を標本として推定されてきた．当然ながらこの方法では，確率水文量はその期間の資料に依存することになる．

一方，時系列的に連続ではないが歴史的には大洪水があったり，東海豪雨のようにこれまでその地域で観測されていなかったような豪雨が生起することがある．岸原ら[1),2)]は地点雨量の再現期間曲線（以後R.P. 曲線と称す）を３タイプに分類し，そのうちの一つのタイプにあてはまる地点ではこれまで経験していないような豪雨が発生する可能性が大きいとしている．また角屋ら[3)]は「豪雨の発生状況をみると気象・地形条件の類似するかなりの広範囲の地域にゲリラ的に発生し，特定地点のみに着目するといずれも記録破りの豪雨となっている」と述べている．また牛山[4)]は，毎年多くのAMeDAS観測所で最大値が更新されていることを報告している．

このように統計期間やR.P.曲線の形状によっては，入手できる時系列的に連続な資料だけを用いて確率水文量を推定すると，過小な値となることがあり計画上は危険側となる．

本論文は，このような危険を回避しより精度の高い確率水文量を推定するため，歴史的洪水や可能最大降雨を考慮して確率水文量を推定する実務的な手法を提案したものである．

2．資料の判定方法

岸原ら[1),2)]は地点年最大日雨量のR.P.曲線を３タイプに分類し（図-1），A型の場合，これまでの最大値を上回る新極値が発生する可能性が高いと述べている．また，F型は資料の第1位と第2位の値の差が極めて大きいもの，A型は年最大日雨量の標準偏差がある値以下になるもの，B型はA型，F型以外と定義している．対象とする資料のR. P. 曲線がA型か否かは，まず標本値を超過確率図にプロットし直感的に判断することが重要であるが，数値的な基準としては，USGS（米国地質調査所）のOutlierの判定方法[5)]を参考にし，次式で定義されるKが小さい時にA型と判定する．なお，岸原らは標準偏差のみでA型

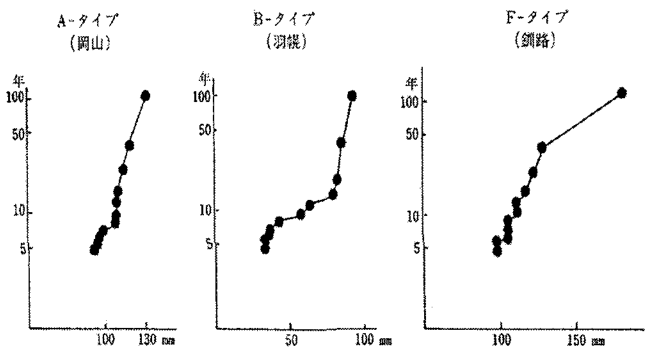

図-1 岸原らによるR.P.曲線の分類[1)]

の判定をしているが，次式のように極値と平均値及び標準偏差の関係で判断する方が合理的と考えられる．

$$K=\frac{X_p-\bar{X}}{S} \tag{1}$$

ここに　X_p: 標本（対数値）の最大値
　　　　S ：標本（対数値）の標準偏差

一級河川の年最大流量を標本として超過確率図を描き，R.P.曲線のタイプとK値の関係を検討したところ概ねK=2.0以下の場合はA型に分類可能であることがわかった．

したがって資料のK値が2.0以下の場合には，時系列的に連続な資料だけで確率水文量を推定すると過小な値を与える可能性が高い．よってこの場合は，歴史的洪水を標本に加えたり，可能最大降雨を考慮して確率水文量を推定することが望ましいことになる．

3．歴史的洪水を考慮した確率統計解析

USGSでは，連続する系統的記録よりも，はるかに古い歴史的洪水が存在する場合に用いる確率統計解析手法として，対数ピアソンⅢ型分布の母数推定法を紹介している[5)]．

本研究では，対数ピアソンⅢ型分布に加え，USGSの手法を対数正規分布（2母数）およびGumbel分布に適用し，日本の河川での事例を紹介するとともに，その有用性をモンテ・カルロ・シミュレーションにより評価する．

(1) 離散標本の履歴補正

a) 定 義

連続する流量資料より古く離散的に残されている歴史的洪水（年最大値系列）の個数を「Z」個とする．資料が残されている最も古い歴史的洪水年から連続する流量資料の最新年までの年数を標本拡大年間「H」年間と定義する．ここで「Z」個の事象には，1.0の重みを与える．連続する資料の残り「N」個の事象には，履歴拡大期間の残りの（H－Z）年間を代表すると仮定して（H－Z）/Nの重みを与える．

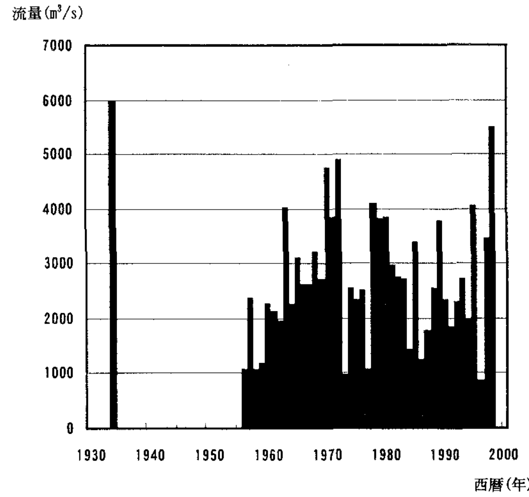

図-2 A水系基準点の年最大流量の記録

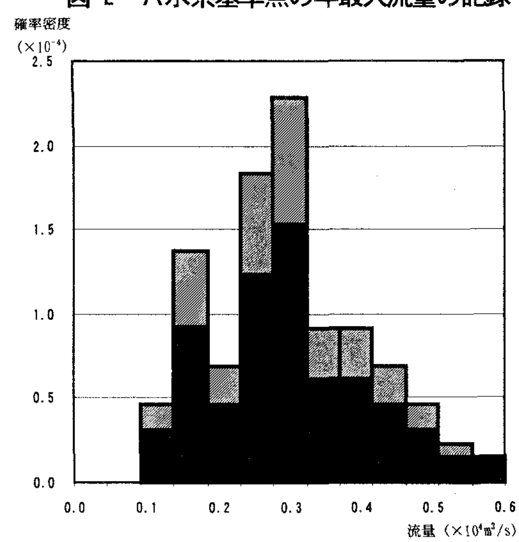

図-3 A水系基準点の年最大流量の確率密度分布

b) 実河川での実例

図-2に示すようにA水系の基準点では，1956年（昭和31年）～1998年（平成10年）までの43年間連続する年最大流量資料がある．一方，A水系における歴史的洪水は1934年（昭和9年）の室戸台風によるものである．

A水系の例では，歴史的洪水を含めたときの標本対象年は，1934年～1998年までの65年間となる．このうち，1935年～1955年までの21年間の資料がない．そのため，連続する系統的記録である1956年～1998年の43年間の確率密度を1935年から1998年の64年に拡張する（この場合には，Z=1，H=65，N=43となる）．

図-3はA水系基準点のピーク流量より算定される流量規模別の頻度を示したものである．ただし，縦軸は確率密度で表している．標本年数を1934年～1998年の65年とした場合には，黒色で示される確率密度の積分値$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx$は0.6769となる．このうち，1934年の室戸台風の確率密度は1/65＝0.0154であり，連続する記録1956年～1998年の43年間の確率密度は、43/65=0.6615で

ある．

一方，確率密度を$-\infty$から$+\infty$までの範囲で積分したときには必ず1となる必要がある．そのため図-3の黒色部から斜線部までの引き伸ばしで表現されるように連続する1951年～1998年の確率密度に（H－Z）/N＝（65-1）/43 を乗じ，歴史的洪水を含め$-\infty$から$+\infty$まで積分した確率密度の合計を1となるよう補正する．

$$\text{確率密度の合計} = \frac{1}{65} + \frac{43}{65}\,\frac{65-1}{43} = 1.0$$

c) 履歴補正後の平均・標準偏差・歪係数およびL積率の算定

統計的記録の重み，履歴補正した平均，標準偏差，歪係数，統計順序は式(2)～(6) より各年のデータに重みを与えれば，直接計算することができる．また，L積率とPMW（確率重みつき積率）は式(7)，(8)のように算定できる[6]．

$$W = \frac{H-Z}{N} \tag{2}$$

$$\tilde{M} = \frac{W\sum X + \sum X_Z}{H} \tag{3}$$

$$\tilde{S}^2 = \frac{W\sum\left(X-\tilde{M}\right)^2 + \sum\left(X_Z-\tilde{M}\right)^2}{(H-1)} \tag{4}$$

$$\tilde{G} = \frac{H}{(H-1)(H-2)}\left[\frac{W\sum\left(X-\tilde{M}\right)^3 + \sum\left(X_Z-\tilde{M}\right)^3}{\tilde{S}^3}\right] \tag{5}$$

$$\tilde{m} = \begin{cases} E & ;1 \le E \le Z \\ WE-(W-1)(Z+0.5) & ;(Z+1) \le E \le H \end{cases} \tag{6}$$

$$\beta_0 = \tilde{M}$$

$$\beta_1 = \frac{1}{H(H-1)}\sum(\tilde{m}-1)X + \sum(\tilde{m}-1)X_Z \tag{7}$$

$$\lambda_1 = \beta_0$$

$$\lambda_2 = 2\beta_1 - \beta_0 \tag{8}$$

ここに，X：歴史的洪水を除いた時系列的に連続な流量，X_Z：歴史的洪水流量，N：Xの個数，Z：歴史的洪水の個数，H：履歴期間の年数，W：統計的記録の重み，$\tilde{M}$：履歴補正した平均，$\tilde{S}$：履歴補正した標準偏差，$\tilde{G}$：履歴補正した歪係数，E：履歴補正前の統計順序，$\tilde{m}$：履歴補正した統計順序，β_r：履歴補正したr乗PMW不偏推定値，λ_n：n次L積率

d) A川での検討事例

図-2のA水系基準点における歴史的洪水を含んだ離散標本に対し履歴補正後の確率値を算定する．履歴補正後の平均値，標準偏差およびL積率を前述の式(2)～(8)により算定し，これにより得られる，対数ピアソンⅢ型分布，2母数対数正規分布，Gumbel分布の履歴補正後の確率値を表-1に示す．

これによると，対象とする3分布とも歴史的洪水を考慮した手法による値は，連続標本のみから求められた値より大きな値となる．

表-1　従来の手法と履歴補正手法による結果の比較

(m³/s)

	連続標本に対する結果			履歴補正後の結果		
標本	1956年～1998年			+1934年		
分布	LogP3注)	対数正規	Gumbel	LogP3注)	対数正規	Gumbel
母数推定	積率法	積率法	L積率法	積率法	積率法	L積率法
確率年	3母数	2母数	2母数	3母数	2母数	2母数
100	11,840	14,326	12,776	12,503	14,658	13,182
150	12,327	15,346	13,527	13,075	15,712	13,963
200	12,659	16,083	14,058	13,470	16,473	14,517

注) LogP3；対数ピアソンⅢ型分布

(2) モンテ·カルロ・シミュレーションによる考察

履歴補正による確率値の変動は，対象とする標本によって異なる傾向を示すと考えられる．

そこで，乱数により年最大流量を発生させ，その中より対象とする標本を作成し，各種標本について履歴補正の有用性を検証する．

a) 標本の作成

① 0 から1の標準正規乱数を100個（年最大値を標本と考えるため100年分）発生させる．

② (9)式により、正規乱数を対数正規クオンタイル値に変換する．

$$x_p = \exp(\mu + \sigma z_p) \tag{9}$$

ここに、x_p：対数正規クオンタイル値，μ：対数正規分布の平均値（与条件），σ：対数正規分布の標準偏差（与条件），z_p：標準正規変量（①の正規乱数）

③ 現実的な値で理解を容易にするため，得られた標準クオンタイル値を1,000倍する．

④ 乱数発生時の初期値を数ケース替えて標本群を作成する．

⑤ 標本群より最初の50個に最大値が含まれているもの，第2位までが含まれているもの，第3位までが含まれているものの3種の標本を確率統計解析の対象とする．

発生させた乱数の一例を図-4に示す．

b) 確率統計解析

確率統計解析に際しては，100年間の年最大流量を母集団と考え，100年間の標本で得られる確率値を真値とし，さらに後期50年間は年最大流量が得られており，前期50年は歴史的洪水のみ年最大流量が推定されているものとする．

母集団から取りだす標本は次の4ケースとする．

Case1：100年間全ての値を標本とする（真値）．

Case2：後期試料50個と前期試料n個の50+n個を標本とし，統計年を50+n年とする（従来の方法）．

表-2　履歴補正を考慮した確率統計解析結果　(m^3/s)

標本case	分布形	対数ピアソンIII型				対数正規分布（2母数）				Gumbel 分布			
	確率年	Case1	Case2	Case3	Case4	Case1	Case2	Case3	Case4	Case1	Case2	Case3	Case4
前期50年に上位1位を含む標本	100	3,230	3,339	3,244	3,117	3,417	3,536	3,469	3,396	3,484	3,613	3,540	3,470
	150	3,347	3,457	3,352	3,209	3,572	3,694	3,621	3,542	3,657	3,791	3,712	3,636
	200	3,428	3,539	3,426	3,272	3,682	3,806	3,728	3,645	3,779	3,917	3,833	3,754
前期50年に上位2位を含む標本	100	2,998	3,114	2,950	2,675	3,040	3,112	3,007	2,683	3,141	3,222	3,112	2,956
	150	3,116	3,247	3,062	2,751	3,167	3,245	3,130	2,798	3,291	3,378	3,259	3,090
	200	3,199	3,341	3,140	2,802	3,257	3,339	3,217	2,879	3,397	3,488	3,363	3,186
前期50年に上位3位を含む標本	100	3,113	3,607	3,280	2,868	2,967	3,019	3,162	2,950	3,094	3,340	3,278	3,068
	150	3,266	3,824	3,447	2,973	3,087	3,161	3,303	3,072	3,240	3,509	3,441	3,214
	200	3,375	3,981	3,567	3,046	3,172	3,261	3,402	3,158	3,344	3,628	3,557	3,318

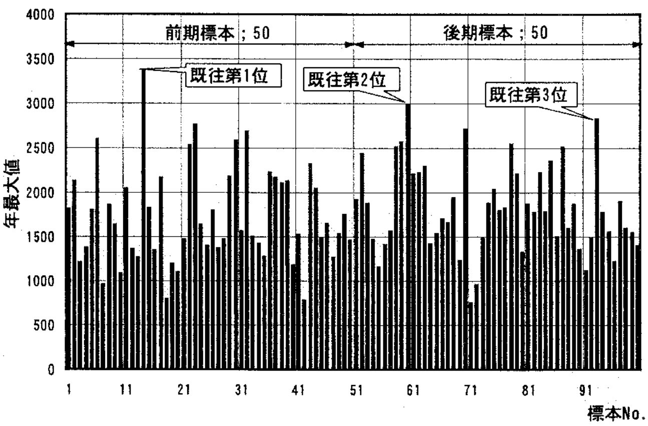

図-4　乱数発生させた年最大流量の一例

Case3：後期試料50個と前期試料n個の50+n個を標本とし，統計年を前期n個のうち最も古い発生年から最終年とする(履歴補正).

Case4：後期試料50個とし、統計年を50年とする.

なお，Case2は歴史的洪水を含めた統計解析でこれまで採用されてきた方法である.

結果の一例を表-2および図-5に示し，考察を以下にまとめる.

① 離散標本を考慮した推定値（Case1～3）は，連続標本のみの推定値（Case4）に対して大きくなる.

② 従来の方法（Case2）による確率推定値は，真値(Case1）による推定に対して過大となる.

③ 履歴補正（Case3）による推定値は，従来の方法と比べ，真値による推定値(Case1)に近似している.

これらのことから，歴史的洪水を考慮して履歴補正した値は，真値（100年間の母集団から推定値）にほぼ等しい結果となることが確認できた.

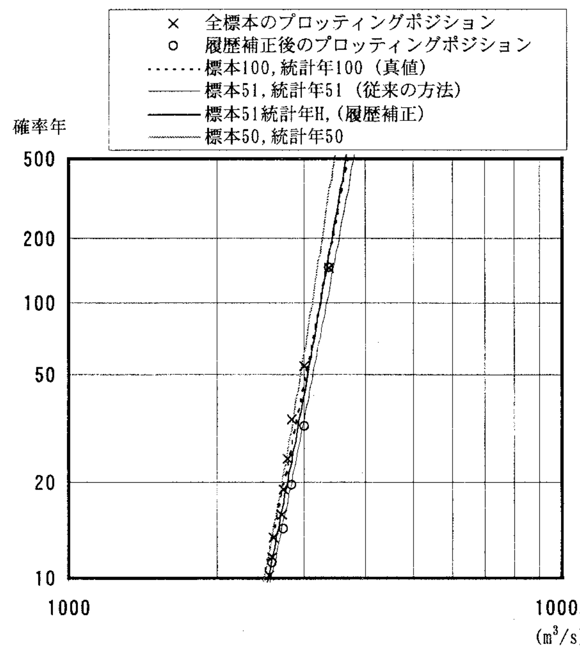

図-5　履歴補正の有無によるﾌﾟﾛｯﾃｨﾝｸﾞﾎﾟｼﾞｼｮﾝと超過確率値；対数ﾋﾟｱｿﾝIII型分布（前期50年に上位1位を含む標本）

4．可能最大降雨を考慮した確率統計解析

(1) 確率統計モデル

可能最大降雨を考慮して確率統計解析を行う場合，両側有界分布を用いることが水文量の特性から合理的である. 宝ら[7]は両側有界分布として4母数対数正規分布とEVLUB分布（Extreme Value Distribution with Lower and Upper Bounds）を適用し，その特性を論じている. 本研究でも宝らと同様にこの２つの分布形を用いたが，宝らの報告と同様にEVLUBより4母数対数正規分布の適合度が優れていたので，以下は4母数対数正規分布を適用した結果のみを示すことにする.

【4母数対数正規分布】

$$f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\exp\left[-\frac{1}{2}\xi^2\right] \tag{10}$$

$$F(x)=\frac{1}{\sqrt{\pi}}\int_{-\infty}^{\xi}e^{-\xi^2}d\xi \tag{11}$$

$$\xi=\alpha\log\left\{\frac{x-b}{x_0-b}\frac{g-x_0}{g-x}\right\}\quad b<x<g \tag{12}$$

(2) 可能最大降雨の推定

本研究では統計学的な方法により可能最大降雨を推定した. 統計学的な方法とは地域平均最大雨量（Depth），流域面積（Area）及び継続時間

(Duration）の関係（DAD 関係）を，既往の降雨により表現しようとするものである．現在，最も良く用いられかつ適合度が優れていると思われる DAD 式は，DD 式として Sherman 型[8]を用い，DA 式として拡張 Horton 型[8]を採用した(13)式と考えられる．よって，この式が有するパラメータを同定して可能最大降雨を算定する．なお，この式のパラメータが決定されれば，任意の流域面積，任意の継続時間に対して，可能最大降雨を簡単に求めることが可能となる．

$$P_a = a \cdot t^{1-c} \exp\left(-u \cdot t^{-v} \cdot A^n\right) \tag{13}$$

可能最大降雨を与えるDAD 式は，次の３つの過程を経て決定する．

①地域区分

②地域内の観測所雨量によるDD解析

③河川の流域平均雨量を用いたDA解析

a) 地域区分

DAD式が地域によって異なることは，自明であろう．したがって，同じ気候と考えられる地域にまず区分し，その地域毎にDAD式を決定していく．

b) 地域内の観測所雨量によるＤＤ解析

桑原，宝ら[9),10)]はいずれもDD解析によって，DD式の２つのパラメータを決定している．この方法は，地域内の最大地点雨量（Depth）を時間単位（Duration）毎に抽出し，この関係よりSherman型のDD式のパラメータa，cを定めるものである．ここでもこの方法をとった．

$$\text{DD式}：I = \frac{a}{t^c} \qquad P_0 = \frac{a}{t^c}t = at^{1-c} \tag{14}$$

c) 河川の流域平均雨量を用いたＤＡ解析

同一気候区域内の一級水系の基準地点上流域平均雨量の既往最大値を用いて，拡張Horton型のDA式の３つのパラメータを決定した．この際，DD式はb)のステップで同定したパラメータに固定する．

$$\text{DA 式}：P_a = P_0 \exp\left(-u \cdot t^{-v} \cdot A^n\right) \tag{15}$$

このように推定した可能最大降雨を，瀬戸内地域を例にとり図-6に示す．

(3) 実河川への適用

一級水系Ｂ川について可能最大降雨を考慮した両側有界分布を適用してその有効性を検証した．

a) 資料の分布

時系列的に連続な標本として，57年間の毎年年最大流量値が得られている．これを時系列的に並べれば図-7のように示される．たまたま1年目，3年目に大きな流量が発生している．この3年目までの資料がなく4年目からの流量時系列を仮想的に想定して，両側有界分布の有効性を論じる．なお，K値は57年間の標本では2.11，54年間の標本では1.32となっている．

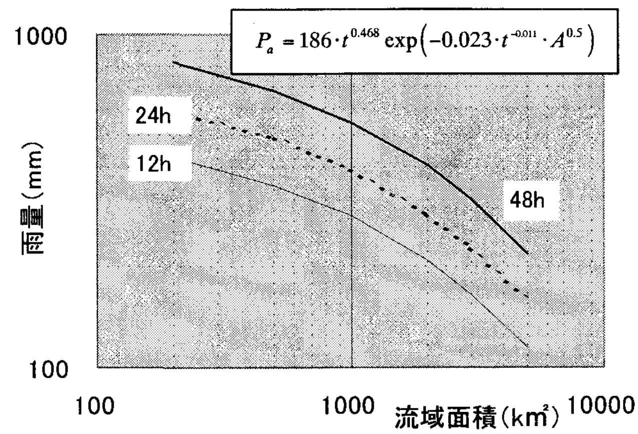

図-6 求められた瀬戸内地方のDAD曲線

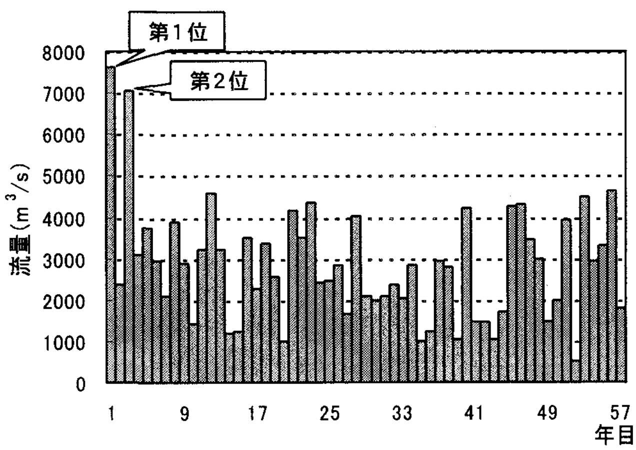

図-7　年最大流量の分布

b) 上限値の推定

実績降雨を可能最大降雨まで引伸し，これを流出モデルに入力して流出計算を行い，流量の上限値を推定した．また下限値は0m³/sとしている．

c) 解析結果

解析結果は表-3に示すとおりである．54年間と57年間の標本を比較すると，求められた1/100確率値はいずれの確率分布形でも大きく変化するが，4母数対数正規分布は比較的変動量が小さい．また54年間の仮想標本を用いた場合，上限値を与える4母数対数正規分布が最も大きな1/100確率値を与え，57年間標本を用いたGEV分布，対数ピアソンⅢ型分布などとほぼ同程度の値となっている．宝が述べているように上限値を与えて確率計算を行うことの意義は外挿問題を内挿問題に変化させることであるが，この例ではその意義が十分実証されている．

また，54年間標本ケースについて確率密度関数とヒストグラムを描いたものが図-8である．GEV分布，3母数対数正規分布（石原・高瀬法）では流量の大きい部分で確率密度が急激に低減する形状となっており，治水計画や危機管理の対象となる超過確率の小さい確率水文量を過小に評価する危険性の高いことがわかる．54年間標本により同定された分布形を用いて57年間標本の最大値7,640m³/sを評価すると，3母数対数正規分布（石原・高

表-3　B川流量の確率計算結果

		Gumbel	GEV	LogP3	石原	4母数
54年間	1/100	6,463	5,303	5,482	5,327	6,600
	SLSC	0.057	0.041	0.028	0.035	0.048
	JK推定値	6,463	5,280	5,553	5,326	6,672
	推定誤差	313	302	647	219	466
57年間	1/100	7,266	6,887	6,779	7,312	7,302
	SLSC	0.035	0.044	0.027	0.032	0.033
	JK推定値	7,266	6,826	6,772	7,387	7,380
	推定誤差	646	1,161	1,186	1,137	662

注）単位はSLSCを除いてm^3/s
GEV分布：一般化極値分布
LogP3：対数ピアソンⅢ型分布
石原：石原・高瀬法（3母数対数正規分布）
4母数：4母数対数正規分布
JK推定値：jackknife法により求めた推定値
推定誤差：jackknife法により求めた推定誤差

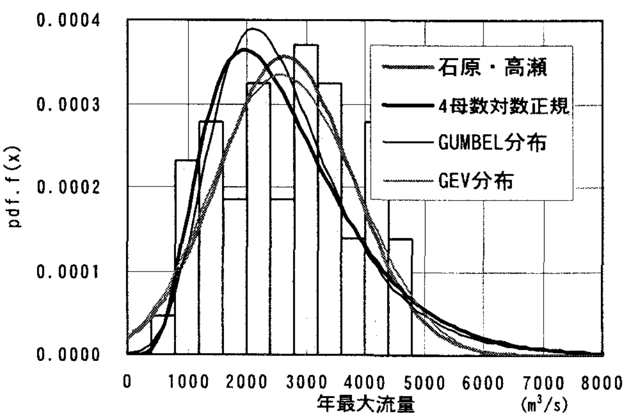

図-8　頻度分布図

瀬法）では1/12万，4母数対数正規分布では1/350，GEV分布では適用外となる．

この例より，K値が2.0を下回るような標本では得られる連続的な資料だけで確率水文量を求めることは危険であること，そのような標本特性を示す場合は両側有界分布を適用することが有効であることが検証できた．

なおA型を判定する基準としてのK値は，試料数によって変化すると考えられる．本研究では概ね40～60の試料数を持つ標本を用いて，K値を検討した．標本数によるKの閾値の変化については，今後の研究課題としたい．

5．結　論

確率水文量は治水計画や危機管理を考える際の基本量を与える．したがって精度の高い推定が不可欠であるが，そのためには得られる資料の特性に応じ，算定手法を工夫することが重要となる．本論文は，このような得られる資料の特性に応じて，確率水文量を実務的に精度よく推定する方法を提案したものである．本論文の結論を以下に列挙する．

① 雨量，流量などのR.P.曲線（再現期間曲線）が岸原らの分類によるA型を示すときには，時系列的に連続的な資料だけで確率水文量を推定することは危険であり，歴史的洪水や可能最大降雨を考慮して確率水文量を推定することが望ましい．その際，資料がA型か否かを判定する基準として，K=2.0を提案した．

② 歴史的洪水を考慮する確率計算手法として，USGSの手法を適用した．USGSの手法は積率法について示されているが，これをL積率法に拡張しGumbel分布にも適用可能とした．

③ モンテ・カルロ・シミュレーションで発生させた試料を対象に確率水文量を算定し，歴史的洪水を考慮して確率計算することの妥当性を示した．

④ R.P.曲線がA型の場合，可能最大降雨あるいは可能最大流量を与えて，両側有界分布を適用することが精度の高い確率水文量推定のためには有効であることを実河川への適用例により示した．

謝辞：本論文の作成にあたって，両側有界分布のプログラムは京都大学防災研究所の宝教授に提供していただいた．ここに記して謝意を表する．

参考文献

1)　岸原信義，武蔵哲夫：異常豪雨は予測できるか（Ⅰ），水利科学，No.141，pp.1-17，1981.
2)　岸原信義，法村俊郎，市川仁士，榎田充哉，斉藤裕久：異常豪雨は予測できるか（Ⅱ），水利科学，No.209，pp.1-17，1993.
3)　角屋睦，永井明博：洪水比流量曲線へのアプローチ，京都大学防災研究所年報，No.22 B-2，pp.195-208，1979.
4)　牛山素行：2001年の日本の豪雨災害，土木学会誌，Vol.87 No.3，pp.59-62，2002.
5)　US Department of the Interior Geological Survey：Guidelines For Determining - Flood Flow Frequency，pp.17-19，pp.5.1-6.7，1982.
6)　水文・水資源学会：水文水資源ハンドブック，pp.242-243，朝倉書店，1997.
7)　宝馨，土佐香織：両側有界分布の水文頻度解析への適用，水工学論文集，No.43，pp.121-126，1999.
8)　土木学会：水理公式集（平成11年版）p.19，1999
9)　桑原英夫：日本における最大級豪雨の時間的空間的集中特性に関する実証的研究，東京大学学位論文，pp.50-118，1988.
10)　宝馨，端野典平：レーダー雨量計を用いたDAD解析と那珂川における可能最大洪水の推定，京都大学防災研究所年報，No.43 B-2，pp.167-176，2000.

（2002.4.15受付）