

河道と帯水層の結合系における相互作用の水理解析

A Hydraulic Analysis on Stream-Aquifer Interaction for Improvement of River Environment

原 田 守 博 *

Morihiro HARADA

1. はじめに

自然の流域には、河川や湖沼など地表水だけでなく、地下水や土壌水分を含めた多様な水の循環系が存在する。そうした中で人間は、水田などの農耕と広葉樹林の育成によって流域の水循環を豊かに育んできた。しかし近年、都市化が進み、不浸透域の拡大によって地下水涵養量が減少するとともに、洪水流出が増大したことを受けて、各地で河川改修が行われてきた。通常の改修では不透水性の護岸が多用されるため、結果として河川と地下水の交流関係が絶たれる傾向にある。とりわけ都市河川が三面張り護岸によって雨水の排水路と化し、平水時には枯渇した状況にあることは衆知のとおりである。こうした河川環境を改善するには、流域本来の水循環である河水と地下水の連続性を回復し、河道に豊かな流れを取り戻すことが必要である。

筆者はこれまで、流域本来の水循環を回復するための基礎研究として、環境維持流量の評価に関連した河川水の河床への伏流現象を扱ってきた¹⁾。本研究ではさらに、河川と帯水層の結合系における動的な相互関係について検討する。とくに、近自然河川改修によって河床や護岸を透水性にしたとき、河道流量の変化を周辺帯水層が吸収する現象、いわゆる河岸貯留効果 (Bank Storage Effect²⁾) を取り扱うことにする。

2. 河川と地下水の相互作用

2. 1 解析の対象現象

流域上流部で見られる河道への地下水流出は、山体中の地下水が河谷に向かって大きな動水勾配をもって浸出するため、帯水層の状態が河川の流況を支配する関係にある。しかし、沖積平野や盆地など流域の中下流部では河川と帯水層の関係は対等に近づき、一方が他方を常に支配する関係はもはや見られない。とくに、出水時など河川水位が高いときには、河川が逆に周辺の地下水を涵養する状況すら生じる。さらに透水性の高い扇状地では、伏流によって水無し川となる河川も認められる。こうした河川と帯水層が相互に作用を及ぼす形態を解析するには、互いの境界条件をどのように取り扱うかが問題となる。すなわち、帯水層から河道への地下水流出は河川水位を境界条件として決まるものの、河川の水自体は河道流量に地下水流入が加わった結果として生じている。したがって解析では、それぞれの支配方程式を連続条件を満たしつつ同時に解く必要がある。本研究では、河道と帯水層の結合系における相互作用について、河道流れの貯留関数が線形な場合の解析解を示すとともに、非線形な場合について数値解析を行い、河道周辺の帯水層の存在が河川の流況にどのような係わりがあるかを定量的に評価することを目的とする。

キーワード：河道，帯水層，相互作用，河岸貯留，地下水流出

* 名城大学理工学部土木工学科 助教授 (〒468-8502 名古屋市天白区塩釜口 1-501, harada@meijo-u.ac.jp)

2. 2 基礎方程式と境界条件

図-1 に示すような河道と不圧帯水層の結合系を考える。河道は幅 B で勾配 I_0 であり、帯水層は水平な基盤上に河道から半無限に広がっているものとする。初期時刻 $t=0$ で上流から河道区間 L への流入量と末端から下流への流出量は等しく、河道水位と帯水層中の地下水位は平衡状態にあるものとする。 $t>0$ において区間の上流端から $I(t)$ なる流入量があるとき、下流端からの流出量 $O(t)$ が帯水層の存在によってどのような影響を受けるかを検討しよう。河道区間内の貯留量を $S(t)$ 、帯水層から河道への流入量を $Q_r(t)$ とすると、河道流れの支配方程式は、St. Venant の方程式の微小項を省略し積分することにより、

$$\frac{dS(t)}{dt} = I(t) - O(t) + Q_r(t) \quad (1)$$

$$S(t) = KO(t)^p \quad (2)$$

ここに、 K, p : 貯留関数の係数であり、Muskingum 法など洪水追跡法では $p=1.0$ 、Kinematic Wave 法では Manning 則により $p=0.6$ である。 $S(t)$ は河道区間の水面面積 A と河道水深 $f(t)$ を用いて示せば次式となる。

$$S(t) = A \cdot f(t) = BL \cdot f(t) \quad (3)$$

2. 3 地下水流出量 $Q_r(t)$

河道近傍の地下水流は鉛直成分をもった3次元流れであるが、不透水基盤までの深さが浅い（川幅の3倍未満の）場合には Dupuit-Forchheimer の準一様流の仮定が成り立ち、水平流とみなすことができる³⁾。さらに、地下水位の変化 $h(x,y,t)$ が平均的な水深 h_0 に比べて小さい場合には、不圧地下水の Boussinesq 方程式は線形化が可能である。地下水の流れが河道に直交する一次元流で、降雨浸透の無い状況を考えると、

$$n_e \frac{\partial h(x,t)}{\partial t} = k h_0 \frac{\partial^2 h(x,t)}{\partial x^2} \quad (4)$$

ここに、 k : 帯水層の透水係数、 n_e : 有効間隙率、 x : 河道から直交する方向にとった水平座標である。また、図-1 の状況から、初期・境界条件は $h(x,0)=0$, $h(0,t)=f(t)$, $h(\infty,t)=0$ となる。境界水位 $f(t)$ による $h(x,t)$ の変動は、デュアメルの定理により

$$h(x,t) = U(x,t)f(0) + \int_0^t U(x,t-\tau) \frac{\partial f(\tau)}{\partial \tau} d\tau = \int_0^t U(x,t-\tau) \frac{\partial f(\tau)}{\partial \tau} d\tau \quad (5)$$

$$\text{ここに、} U(x,t-\tau) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{\frac{x}{2\sqrt{\kappa(t-\tau)}}}^{\infty} e^{-\xi^2} d\xi = \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{\kappa(t-\tau)}}\right) = \operatorname{erfc}(u) \quad (6)$$

また、 $\kappa = \frac{kh_0}{n_e}$ 、 $\operatorname{erfc}(u)$ は補誤差関数 ($=1 - \operatorname{erf}(u)$)、 $u = \frac{x}{2\sqrt{\kappa(t-\tau)}}$ である。

よって、河道区間 L への地下水流出量 $Q_r(t)$ は、帯水層から河道へ流出する場合を正とすると、兩岸合わせて

$$Q_r(t) = 2 \times L h_0 \cdot k \frac{\partial h(x,t)}{\partial x} \Big|_{x=0} = -2L \sqrt{\frac{n_e k h_0}{\pi}} \cdot \int_0^t \frac{1}{\sqrt{t-\tau}} \frac{\partial f(\tau)}{\partial \tau} d\tau \quad (7)$$

上式より、河道の流れと地下水流出の相互に河道水位が係わっており、現象が連成問題であることが分かる。

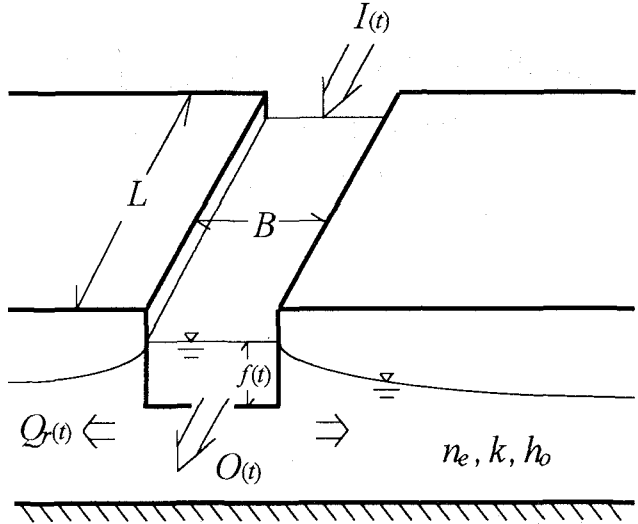


図-1 解析対象の模式図

3. 貯留関数が線形の場合における流出量の応答

線形貯留関数すなわち式(2)で $p=1.0$ の場合について、コロラド州立大学の Morel-Seytoux (1987) が解析解を示しているが⁴⁾、解に誤りが見られるため以下に正しいものを導出する。

流入量 $I(t)$ に対する $f(t)$ の応答関係を Unit Impulse Kernel : $k_y(t)$ を用いて次式で表す。

$$f(t) = \int_0^t k_y(t-\tau) I(\tau) d\tau \quad (8)$$

$p=1.0$ のとき式(2)(3)から $O(t) = S(t) / K = A \cdot f(t) / K$ であるから、流出量は

$$O(t) = \frac{A}{K} \int_0^t k_y(t-\tau) I(\tau) d\tau \quad (9)$$

上式の応答核 $k_y(t)$ が満たすべき基礎式(1)は、式(7)を代入すると、 $I(t) = I$ の場合

$$A \left(\frac{df(t)}{dt} + \frac{f(t)}{K} \right) = I - 2L \sqrt{\frac{nekh_o}{\pi}} \cdot \int_0^t \frac{1}{\sqrt{t-\tau}} \frac{\partial f(\tau)}{\partial \tau} d\tau \quad (10)$$

これは $f(t)$ に関する線形積分微分方程式であり、ラプラス変換によって解くことができる。 $f(t)$ に対して $\mathbf{L}\{f(t)\} = F(s)$ とおくと、式(10)は

$$A \left[(sF(s) - f(0)) + \frac{F(s)}{K} \right] = \frac{I}{s} - 2L \sqrt{\frac{nekh_o}{\pi}} \cdot \left[(sF(s) - f(0)) \sqrt{\frac{\pi}{s}} \right] \quad (11)$$

$f(0) = 0$ であることを考慮して $F(s)$ について整理すると、

$$\therefore F(s) = \frac{I}{As \left(s + \frac{1}{K} + \frac{2L}{A} \sqrt{nekh_o} \sqrt{s} \right)} \quad (12)$$

式(8)にラプラス変換を施すと、 $I(t) = I$ のときは

$$F(s) = \frac{I}{s} \mathbf{L}\{k_y(t)\} \quad (13)$$

式(12)と(13)を比較して

$$\mathbf{L}\{k_y(t)\} = \frac{1}{A \left(s + \frac{1}{K} + \frac{2L}{A} \sqrt{nekh_o} \sqrt{s} \right)} = \frac{1}{A \left(s + \frac{1}{K} + 2 \sqrt{\frac{nekh_o}{B^2}} \sqrt{s} \right)} \quad (14)$$

$$\text{よって、} k_y(t) = \mathbf{L}^{-1} \left\{ \frac{1}{A \left(s + \frac{1}{K} + 2 \sqrt{\frac{nekh_o}{B^2}} \sqrt{s} \right)} \right\} = \mathbf{L}^{-1} \left\{ \frac{1}{2A \sqrt{\frac{nekh_o}{B^2} - \frac{1}{K}}} \left\{ \frac{1}{\sqrt{s+b}} - \frac{1}{\sqrt{s+a}} \right\} \right\} \quad (15)$$

$$\text{ここに、} a = \sqrt{\frac{nekh_o}{B^2}} + \sqrt{\frac{nekh_o}{B^2} - \frac{1}{K}}, \quad b = \sqrt{\frac{nekh_o}{B^2}} - \sqrt{\frac{nekh_o}{B^2} - \frac{1}{K}} \quad (16)$$

上式に対して、ラプラス逆変換表⁵⁾から次の関係

$$\mathbf{L}^{-1} \left\{ \frac{1}{\sqrt{s+c}} \right\} = \frac{1}{\sqrt{\pi t}} - ce^{c^2 t} \operatorname{erfc}(c\sqrt{t}), \quad c: \text{定数} \quad (17)$$

を用いると、結局 $k_y(t)$ は次式で与えられる。

$$k_y(t) = \frac{1}{2A \sqrt{\frac{nekh_o}{B^2} - \frac{1}{K}}} \left\{ ae^{a^2 t} \operatorname{erfc}(a\sqrt{t}) - be^{b^2 t} \operatorname{erfc}(b\sqrt{t}) \right\} \quad (18)$$

したがって、これを応答関係式(9)に代入することにより、流入量 $I(t)$ の任意の変化に対する流出量 $O(t)$ の応答を算出することができる。ただし、上式は次の条件下でのみ有効である。

$$\frac{nekh_o}{B^2} > \frac{1}{K} \quad (19)$$

この条件は、河道の幅が狭く帯水層の透水性と間隙率がともに大きい状況に相当する。そこで、規模の小さい小河川と砂礫からなる帯水層を想定し、応答核 $k_y(t)$ を計算してみよう。パラメータの値は、便宜的に河道について $B = 10$ (m), $K = 1$ (hr), 帯水層について $n_e = 0.2$, $h_o = 10$ (m), $k = 50$ および 100 (m/hr) と設定する。図-2 は、このように透水係数の値を変えたときの応答核 $k_y(t)$ の差異を示したものである。図には、帯水層の存在しない河道のみの場合 ($k=0$) の解も合わせて描いてある。これによ

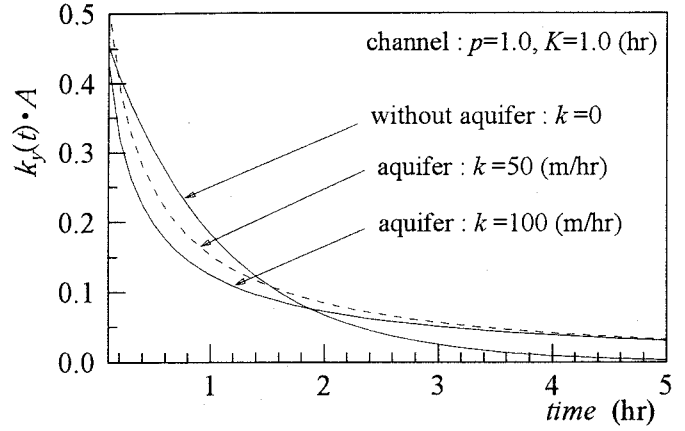


図-2 流入量に対する流出量の線形応答関数

ると、帯水層がある場合の応答核は、指数減衰である河道のみの場合に比べ、減衰ははるかに早いことが分かる。これは、上流からの流量変動が帯水層の存在によって吸収され、流出量への応答が小さくなることを示している。また、透水係数が大きい場合の方が応答関数の減衰がいつそう早まる様子が認められる。

従来の河岸貯留効果に関する研究では、上記の線形応答関係が多く用いられてきたが^{6),7)}、式(19)のような条件があるので、汎用的な解とは言えない。また、この解は線形貯留関数を仮定しているの、河道流量の増加に対し河道水位が比例して上昇するため、帯水層への地下水流出量を過大に評価する可能性がある。そこで次節では、より一般的な非線形 ($p \neq 1$) の場合を取り扱うことにする。

4. 非線形貯留関数の場合における流出量の応答

4. 1 解析手法

式(2)に Manning 則を用いると、 $K = n^{0.6} B^{0.4} I_0^{-0.3} L$, $p = 0.6$ となる⁸⁾。すなわち貯留関数は非線形であって、解析解を得ることは困難となる。そこで、式(1)で $y(t) = O(t)^p$ とおくことによって非線形方程式を線形近似し、数値解を得ることを試みる。

$$K \frac{dy(t)}{dt} = I(t) - y(t)^{1/p} + Q_r(t) \quad (20)$$

時刻 t より 1 ステップ前の時刻の $y(t)$ である y_* を用いて右边をテーラー展開し、高次項を省略すると⁹⁾

$$\frac{dy(t)}{dt} - ay(t) = \frac{1}{K} \{I(t) - b + Q_r(t)\} \quad (21)$$

ここに、 $a = -\frac{1}{Kp} y_*^{\left(\frac{1}{p}-1\right)}$, $b = \left(1 - \frac{1}{p}\right) y_*^{\frac{1}{p}}$ である。上式の左辺は $e^{at} \frac{d}{dt} (e^{-at} y(t))$ に等しいことを考慮して

変形し、両辺を 0 から t まで積分すると、

$$y(t) = e^{at} y(0) + \int_0^t e^{a(t-\tau)} x(\tau) d\tau \quad (22)$$

ここに、 $x(t) = \frac{1}{K} \{I(t) - b + Q_r(y(t))\}$ である。

$Q_r(y(t))$ は、地下水流出量の表現式(7)に $f(t) = \frac{S(t)}{A} = \frac{K}{A} y(t)$ を代入した次式である。

$$Q_r(t) = Q_r(y(t)) = -\frac{2LK}{A} \sqrt{\frac{n_e k h_o}{\pi}} \int_0^t \frac{1}{\sqrt{t-\tau}} \frac{\partial y(\tau)}{\partial \tau} d\tau \quad (23)$$

式(22)の時間 t を T ごとの離散時間 $i = 0, 1, 2, \dots, n$ に置き換え漸化式として表すと、解くべき方程式は

$$y_n = \phi^n y_0 + \sum_{i=1}^n \phi^{i-1} \gamma x_i \quad (24)$$

となる．ここに， $\phi = e^{aT}$ ， $\gamma = \frac{1}{a}(e^{aT} - 1)$ ， $x_i = \frac{1}{K}(I_i - b + Q_{ri})$ である．

4. 2 帯水層による河岸貯留効果の評価

貯留関数が線形な場合と同様に流量規模の小さい中小河川を想定して，帯水層の存在が河道の流況変化にどのような影響を及ぼすか解析を進める．方程式に含まれるパラメータ群のうち，透水係数 k の値は砂礫層で $1 \sim 10^2$ (m/hr) と変動幅が広いが，他のパラメータはオーダーが変わるほどではない．そこで，帯水層について $n_e = 0.2$ ， $h_o = 10$ (m)， $k = 0, 1, 10, 50, 100$ (m/hr) とおき，変化幅の大きい透水係数の違いが河岸貯留効果を通じて河道の流出量に及ぼす影響を調べる．河道については $B = 20$ (m)， $n = 0.03$ (m-sec 単位系)， $I_o = 1/1000$ ， $L = 4$ (km) とすると， K の値は $K = 100$ (m-hr 単位系) となる．

図-3 は，この $p = 0.6$ の場合について，河道の上流端からの流入量 $I(t)$ が図中左の細線のように変化したときの末端からの流出量 $O(t)$ を，帯水層の透水係数を変えて求めたものである．図中左の $I(t)$ は，河道流入量の一つの例として， $t = 2.0$ (hr) で $I(t)$ が最大値 $1.0 (\times 10^4 \text{ m}^3/\text{hr})$ をとる次の関数形で与えている．

$$I(t) = (2.5 \times 10^3) \cdot t^2 \cdot e^{2-t} \quad (25)$$

図-3 から，透水係数 k の値が大きい場合ほど河道流量の最大値は通減する一方で，ハイドログラフの通減部は緩やかになることが分かる．これは，帯水層の透水性が高くなるにつれて，河道と帯水層間の水の移動すなわち地下水流出量が，図-4 に示すように増大するためである．図-4 によると，地下水流出量 $Q_r(t)$ は河道水位の上昇・下降に応じて負から正へと変換し，帯水層の透水性の大小によって大きく変化する．このことは，河道が透水性の良い帯水層と連続している場合，河道水位が流量増加によって上昇する過程では河道から帯水層へ河川水が流入し，河道流量が減少する水位低下期には周辺の帯水層から河道へ地下水が長い時間をかけて流出すること，言い換えれば，河道が帯水層と連続していることによって，河道の流量変化が帯水層によって吸収され，安定した流況を生み出すことができることを意味している．

帯水層特性として透水係数の影響を調べたが，河道特性の違いによる影響についても見ておこう．図-5 は，河道の幾何形状を上記のままとし，粗度係数を $n = 0.01, 0.03, 0.06$ と変えたときの河道流量を，帯水層の透水係数が $k = 0$ と 10 (m/hr) の場合について示したものである．

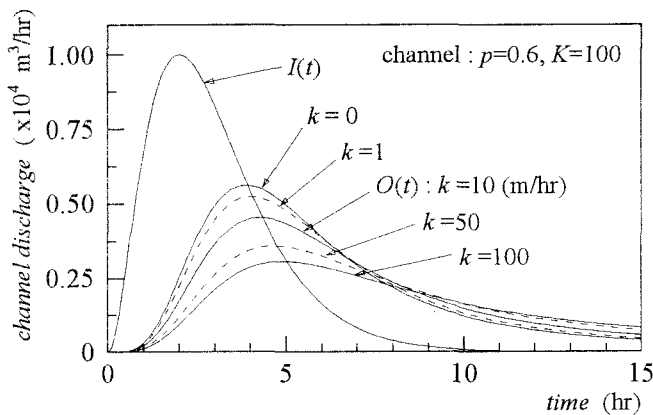


図-3 透水係数による河道流出量の差異

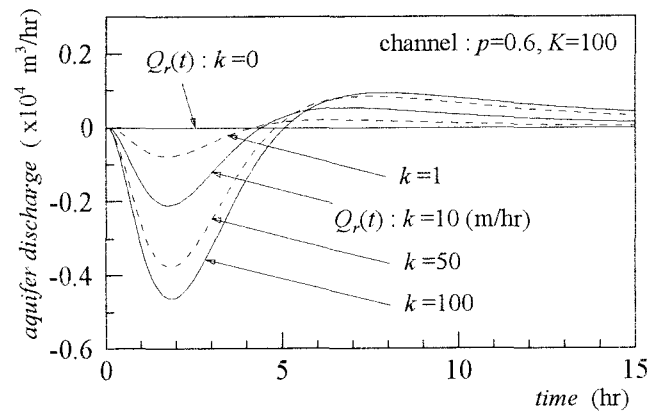


図-4 透水係数による地下水流出量の差異

n の値を上記のようにとると、 K の値は $K=50, 100, 150$ となる。図-5によると、粗度係数が増加するにつれて (K の値が大きい場合ほど)、 $O(t)$ は $I(t)$ よりも遅れて応答している。一方、帯水層の透水性の違いによる流出流量の減水効果は図中の実線と破線との差で示されるが、 K の値が変化しても類似した結果となっている。一般に、粗度係数が高い河道では流量変化による河道水位の変化が大きく現れ、帯水層との交流が盛んになるためと考えられるが、この図のケースでは明瞭には現れていない。今後、さらに検討が必要である。

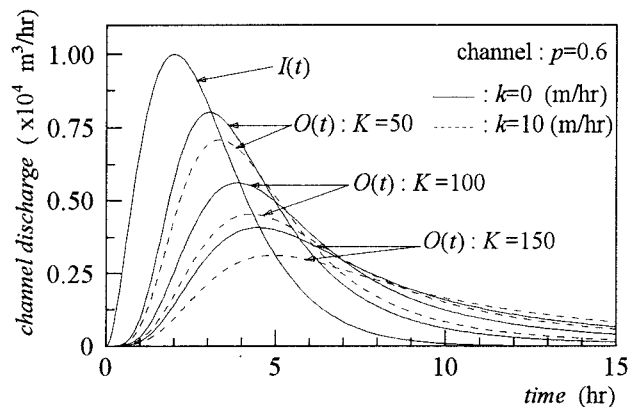


図-5 粗度係数による河道流出量の差異

5. おわりに

河川と地下水はともに連続した水循環系の中にあるにもかかわらず、従来それぞれの立場から一方のみが扱われてきた。水辺環境への関心の高まりとともに、自然に近い河川環境の整備が進められている今日、流域の水循環を本来の姿に回復する努力も併せて求められる。本研究ではこうした背景のもと、帯水層の存在が河岸貯留効果によって河道の流量変化を抑制し、安定した流況を生み出す一助となることを示そうとした。本論の内容は、河川と地下水の多様な動きにあって一側面を理想化して扱ったに過ぎないが、今後はこれを基礎としてより実用的な成果に繋がるよう研究を続けたいと考えている。

謝 辞：本研究は、在外研究にて滞在した米国カリフォルニア大学デーヴィス校における討議が発端となっている。この問題に関連した多数の文献をいただいた M. M. Hantush 博士および H. Basagaoglu 氏、種々の示唆を賜った M. A. Marino 教授に深く謝意を表します。

参考文献

- 1) 原田守博・高木不折：山地河川における河谷堆積層への伏流過程と河道流況の変化に関する研究，土木学会論文集，No.533/II-34，pp.21-29，1996.
- 2) Freese, R.A. and J.A. Cherry : *GROUNDWATER*, pp.226-227, Prentice Hall, 1979.
- 3) Bouwer, H.: *Groundwater Hydrology*, pp.268-279, McGraw-Hill, 1978.
- 4) Morel-Seytoux, H.J.: Cost Effective Methodology for Stream-Aquifer Interaction Modeling and Use in Management of Large-Scale Systems, Hydrowar Program Report, Colorado State Univ., 75p. 1981.
- 5) Oberhettinger, F. and L. Badii: *Tables of Laplace Transforms*, p.229 (3.24), Springer-Verlag, 1973.
- 6) Hantush, M. M.: Stochastic Model for the Management of a Stream-Aquifer System, M.S. Thesis, Univ. of California at Davis, 90p., 1987.
- 7) Barlow, P.M. and A.F. Moench : An Analysis Solution and Convolution Equation for Analysis of the Interaction of a Water-Table Aquifer with a Fully Penetrating Stream, H41A-6 (Poster Session), AGU Fall Meeting, 1996.
- 8) Chow, V.T., D.R. Maidment and L.W. Mays : *Applied Hydrology*, pp.282-283, McGraw-Hill, 1988.
- 9) 北海道開発局開発土木研究所：「現場のための水文学」，pp.67-69，1994.