

越流型水制工を有する河道内の流れの3次元数値解析¹

Three-dimensional calculation of flow with submerged spur dikes

河原能久²・彭 静³・藤井和之⁴

Yoshihisa KAWAHARA, PENG Jing and Kazuyuki FUJII

1. はじめに

水制工は、自然河岸保全や低水位の確保などの観点のみならず水環境の多様性の保全や創出の観点からも着目されている^{1, 2)}。すなわち、適切な場所に水制を適切に設置することにより、平水時に景観的にも生態環境的にも望ましい河岸や河岸付近の流れをつくり出すことができると考えられている。しかし、土砂輸送を伴う洪水時の水制工周辺の流れ場は剥離を伴い、非定常性と3次元性の強い複雑な流れ場となるため、流れのメカニズム自体が十分には理解されているとは言えない。このため、洪水時と平水時の水制工の機能を実現させることのできる設計方法は未だ確立されていない。信頼性の高い実験的研究と数値解析を用いた研究とを現地調査と組み合わせ進めることが不可欠な状況にあると考えられる。

本研究は、線形 $k-\epsilon$ モデルを用いた3次元の数値解析の可能性と問題点を明らかにすることを目的としており、現実の流れの3次元数値解析法に関する話題を提供することを意図している。内容は2つに分けられる。まず、詳細な流速分布との比較を通して数値解析手法の信頼性に関する問題点を述べる。これまでも水制工周辺の流れの数値解析に関する研究が行われてきた^{例えば3, 4)}。しかし、複雑な乱流特性を考慮し、非静水圧分布に対応した3次元数値解析は行われていない。ここでは、越流型水制工を有する水路の流れに3次元数値計算手法を適用し、数値解析手法の可能性と問題点を議論する。また、乱流モデルの差異や格子網の大きさの影響について触れる。次に、水制の配置や水深の変化により流れの特性がいかに変化するかを数値解析により定性的に検討した結果を報告する。ただし、土砂輸送を伴わず平坦な河床上の流れの計算にとどまっている。

2. 流れの基礎方程式と数値計算法

2. 1 基礎方程式と乱流モデル

図-1に対象とする流れと座標系を示す。基礎方程式は、連続式、3方向のレイノルズ方程式、およびレイノルズ応力を算出するために必要な乱流エネルギーとその散逸率に対する輸送方程式である。連続の式と運動量の式は次のように書かれる。

$$\frac{\partial U_j}{\partial x_j} = 0$$

$$\frac{\partial U_i U_j}{\partial x_j} = g_i - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\nu \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \overline{u_i u_j} \right) \quad (2)$$

(1)

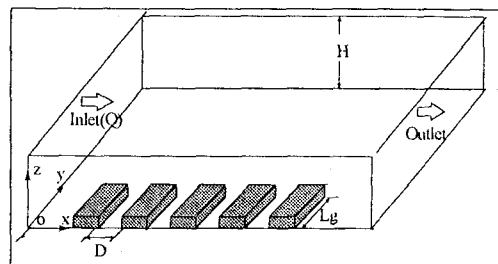


図-1 水路形状と座標系

ここで、記号は通常の使用に倣うものとする。座標軸については、主流方向に x 軸、水路幅方向に y 軸、水深方向に z 軸を設定する。越流型水制工周りの流れは強い非定常性を示すが、本研究では平均流の3次元解

1. キーワード：越流型水制工，剥離流， $k-\epsilon$ モデル，3次元数値解析

2. 東京大学助教授 工学系研究科社会基盤工学専攻 (〒113 文京区本郷 7-3-1)

3. 東京大学大学院社会基盤工学専攻博士課程

4. 東京大学大学院社会基盤工学専攻修士課程

析を試み、非定常項を基礎方程式から落としている。本研究では乱流モデルとして線形 $k - \varepsilon$ モデルを使用することとした。乱流モデルとしてはより汎用性や信頼性の高いモデルが提案されているが、複雑な形状を有する河道の流れへの適用を考えると、線形または非線形の $k - \varepsilon$ モデルの実用性が高いと判断される。線形 $k - \varepsilon$ モデルでは、レイノルズ応力は以下のように表現される。

$$-\overline{u_i u_j} = \nu_t \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \quad \nu_t = c_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (3)$$

上式にて ν_t : 渦動粘性係数, k : 乱流エネルギー, ε : 乱流エネルギーの散逸率であり, k と ε は次の輸送方程式から算出される。

$$\frac{\partial U_j k}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + P_{rod} - \varepsilon \quad (4)$$

$$\frac{\partial U_j \varepsilon}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + \frac{\varepsilon}{k} (c_{\varepsilon 1} P_{rod} - c_{\varepsilon 2} \varepsilon) \quad (5)$$

$$P_{rod} = -\overline{u_i u_j} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \quad (6)$$

本研究では、線形 $k - \varepsilon$ モデルの中でも再循環流の再現性を高めた Zhu-Shih モデル⁵⁾を、その簡便性と実現性(realizability)を満足する点から判断して使用する。モデル係数は次のように示される。

$$c_\mu = \frac{2/3}{5.5 + \eta}, \quad c_{\varepsilon 1} = 1.44, \quad c_{\varepsilon 2} = 1.92, \quad \sigma_k = 1.4, \quad \sigma_\varepsilon = 1.3 \quad (7)$$

$$\eta = \frac{Sk}{\varepsilon}, \quad S = (2S_{ij}S_{ij})^{1/2}, \quad S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \quad (8)$$

2. 2 数値解析法と境界条件

基礎方程式をスタガード格子網上で有限体積法により離散化した。収束解は SIMPLE アルゴリズムを用いて求めており、収束判定は無次元化された誤差の総和が 10^{-4} 未満となることとした。移流項の離散化には完全な 3 次元 QUICK スキームを用い、すべての基礎方程式に対して適用した。

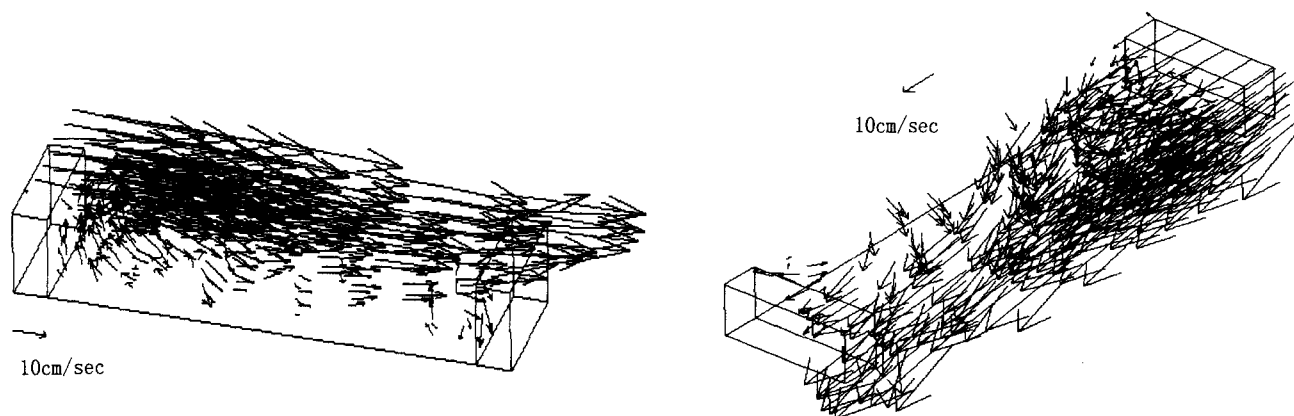
境界条件を領域の上下流端、固体壁、および水面で指定する。上流端では一様な値を、下流端では流出条件を、さらに、固体壁（底面、側壁、水制表面）では壁関数法を使用し、水面は平坦で対称面として取り扱った。流速と圧力の初期値は、すべての地点で連続式を満足するように、連続の式とオイラーの方程式を連立させて得られた収束解とし、計算時間の短縮をはかった。なお、計算では流れが十分発達した領域に 6 基の水制工を設置した。

3. 3 次元数値解析手法の可能性と問題点

3. 1 実験結果

実験では、幅 60cm、水路床勾配 1/750 の直線水路全体にわたって水制模型（水路幅方向の長さ 10cm、高さ 5cm、幅 3cm）一定の間隔で設置した。電磁流速計での詳細な流速測定が可能となるように定めたため、水制模型の高さは実物より高くなっている。流速 3 成分は（株）ケネック製の 2 成分電磁流速計 VM-801H と直径 4mm の I 型および L 型センサーを使用して計測した。数値解析結果との比較のために使用する実験結果は、水制間隔が 40cm のものであり、流量は 21.3 l/sec、水路中央での水深は 8.0cm であった。

図-2 は、計測された時間平均の流速ベクトルの一部を異なる方向から見たものである。水制工の背後には段落ち流れと同様に大規模な再循環領域が形成されている。また、水制工の前面の側壁側には別の循環流が発達している。水制間の中央部付近からは上流側の水制の先端部付近に向かう流れと下流側の水制工の先端部に向かう流れとが生じており、流れは強い 3 次元性を示している。水制先端部の僅かに下流部の底面付近ではその逆流と水制を迂回してきた流れとが干渉して流速の小さな領域を形成している。一方、底面から



図－２ 測定された流速ベクトル（水制間隔 40cm）

4cm 程度の高さになると、水制を越えてくる流れの影響を強く受け、底面に平行な平面内では、流れはほぼ流下方向を示すようになる。

3. 2 3次元数値解析の可能性と問題点

計算で使用した格子点数は x, y, z 方向に $134 \times 74 \times 18$ であった。図-3 に x 方向の速度成分の比較を示す。図中の記号が Zhu-Shih モデルによる 5 番目と 6 番目の水制に挟まれた領域の計算結果であり、実線が実験結果である。 x 座標は水制工の前面を原点にとっており、 $x=8\text{cm}$ での底面付近には再循環領域が存在する。一方、 $x=18\text{cm}$ の位置では再循環領域は殆ど認められない。 $z=1\text{cm}$ は水路床付近であり、 $z=5\text{cm}$ が水制模型の上面の高さである。この図より、数値解析結果が水制周辺の流速分布をほぼ算出していること、しかし、水制から離れるにつれて底面から離れた高さでの流速を過大に算出すること、実験では最大流速が $y=50\text{cm}$ 付近で生ずるが、計算では再現できていないことが知られる。差異の后者は水制の水剝効果が表現できていないことを意味している。これらの差異はレイノルズ応力の再現性が不十分であることに起因すると考えられ、使用した乱流モデルを改良することが必要であると考えられる。すなわち、線形 $k-\epsilon$ モデルでは第 2 種 2 次流を算出することが不可能であるが、実験では $y=50\text{cm}$ から 60cm の範囲では左岸に発達する 2 次流が顕在化している。また、2 次流による鉛直方向の流速の一様化が線形モデルでは過小評価されているものと推測される。さらに、水制工による剥離現象の再現性をより正確に算出することも必要である。

図-4 は鉛直断面 (xz 平面) 内の流速ベクトルを、水制工周辺の 3 断面 ($y=9\text{cm}$: 水制の先端付近, $y=5\text{cm}$: 水制中央部, $y=1\text{cm}$: 側壁付近) にて比較したものである。数値解析が流速ベクトルの特徴を捉えていることが確認される。しかし、水制工を越える流速ベクトルが正確には捉えられていないこと、実験結果の方が水制背後の再循環流の中心が下方に位置していることに相違が見られる。前者の理由は、水制上面の上流側では剥離が生じているが、それが数値解析では捉えられていないためであり、線形 $k-\epsilon$ モデルが渦動粘性係数を過大評価し、その結果として主流の運動量を水制上面付近に輸送させることが主因であると考えられる。また、後者の差異は、実験では観測される水制工周辺での水面変動を数値解析では正確には捉えていないことに起因するものと推測している。そうであるとすれば、移動境界を捉える計算スキームの利用が必要となることを意味する。

図-5 は河床から 1cm の高さでの xy 平面内での流速ベクトルを比較したものである。数値解析では、水制直後の循環流は算出しているものの、水制間の中央部に見られる側壁から水路中央に向かう流れや下流の水制前面の流向・流速には大きな差異が見られる。実際の流れの方がより複雑な 3 次元性を示唆している。

以上の結果より、線形 $k-\epsilon$ モデルを図示した程度の格子点数で 3 次元数値解析を行うと、水制工周辺の流れの特徴をほぼ捉えることができるが、水剝効果や河床付近の流速分布の再現性には改善の余地が大きい。

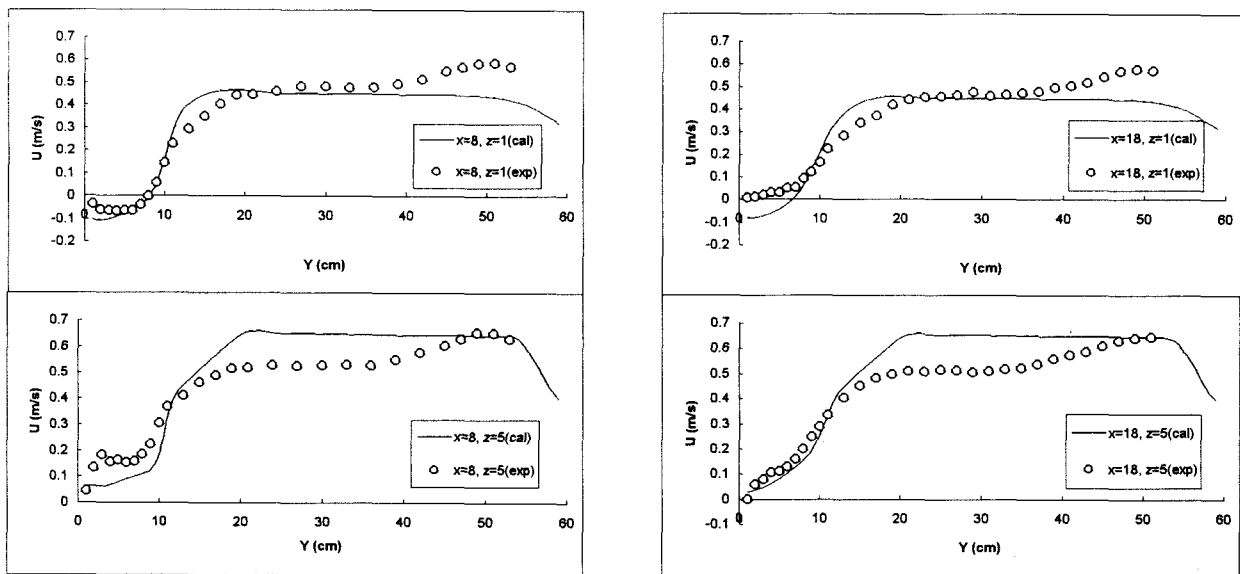


図-3 速度成分Uの比較

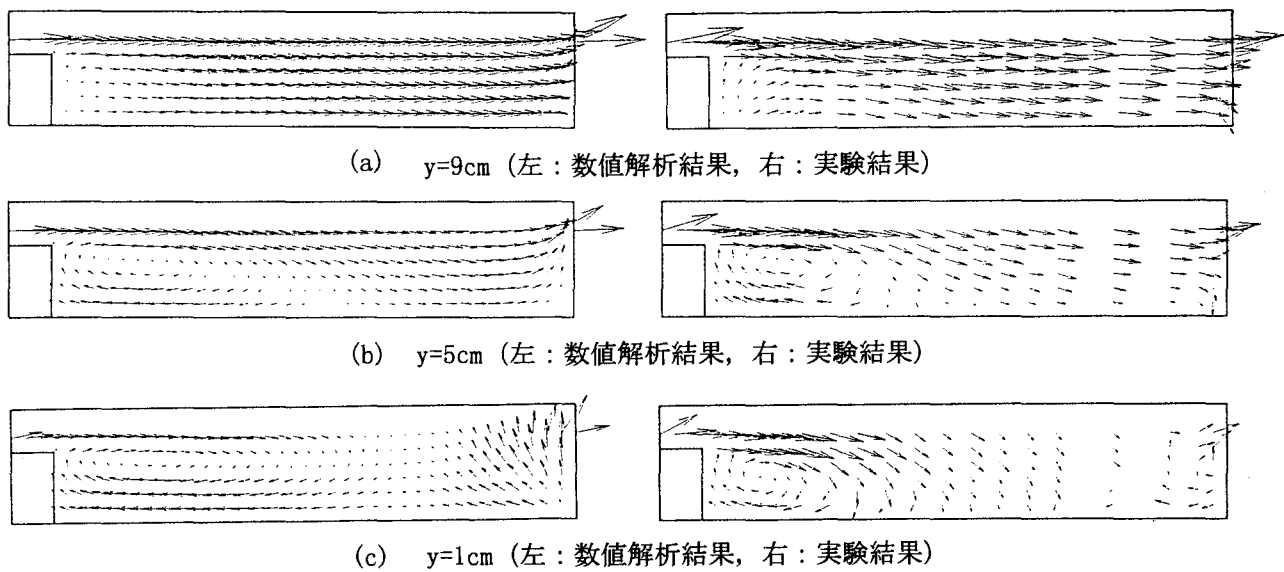


図-4 速度ベクトルU, Wの比較

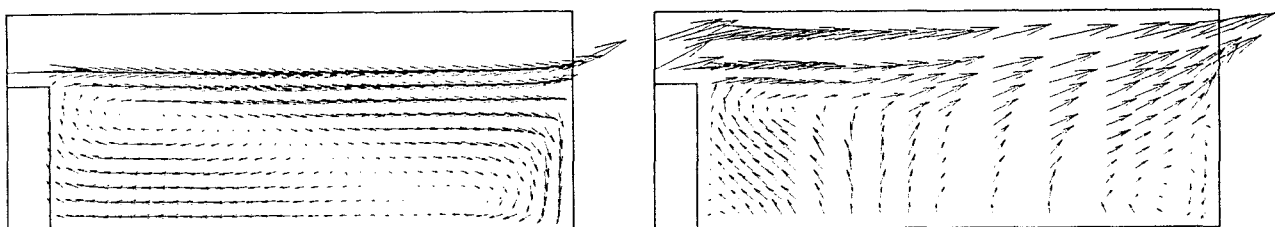


図-5 速度ベクトルU, Vの比較 ($z=1\text{cm}$)

3次元数値解析法の信頼性を向上させるために有効な方策を考える材料として2つのことを検討した。1つは、より複雑な乱流モデルの組み込みが必要であるかどうかを判断するために、線形 $k-\varepsilon$ モデルに属する他の改良モデルとの差異を検討することである。他の1つは、剥離点付近の空間的な解像度が現象のスケールに対して不足しているのではないかと考えられ、より細かな格子網を使用した解析を行ったことである。

RNG法(Renormalization Group Method)に基づく改良 $k-\varepsilon$ モデル⁶⁾の結果とZhu-Shihモデルの結果の比較を図-6に示す。水制間隔は20cmとしてあるが、他の条件は前述のものと同一である。河床付近で再循環流の存在する $x=5\text{cm}$ の位置に於いて、河床付近($z=1\text{cm}$)での平面と水制上面の高さ($z=5\text{cm}$)での平面で流速 U の分布を比較している。図から推測されるように、両モデルの与える流速分布における差異は小さい。RNGモデルの方がZhu-Shihモデルよりも水刳効果を過小評価する傾向が見られる。したがって、線形モデルの範囲では、乱流モデルの改良の効果は小さいと考えられる。

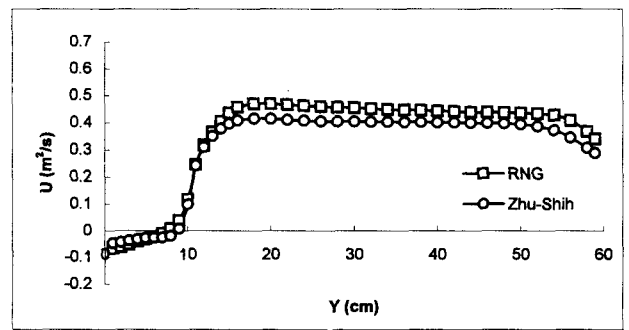
水制工付近のみ格子点数を増やし、かつ等間隔格子($\Delta x=\Delta y=\Delta z=0.5\text{cm}$)を使用して数値解の精度を高めた結果を図-7に示す。底面から1cmの高さでの流速ベクトル U, V の分布を水制工付近に限って表示している。図-5と比較すると、水制先端部に逆流域が現れ、水刳効果をより良好に表現している。また、水制の前面の側壁付近にも循環流領域が算出されており、水制前面の底面付近の流れは大いに改善されている。しかし、水制工の背面の流況は改良されておらず、乱流モデルの改良や水面変動の捕捉、非定常効果の導入などを検討することが必要であると考えられる。

4. 水制間隔と水深が流れ場に及ぼす影響

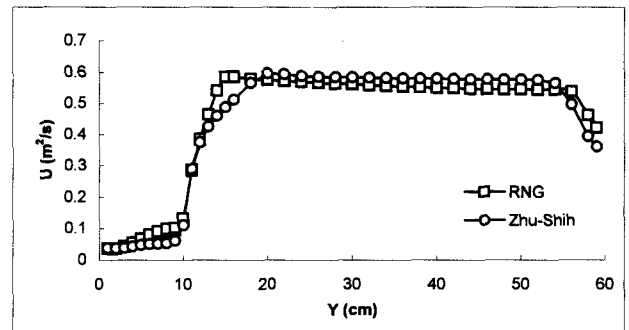
4. 1 計算条件

川幅 50m, 水制の長さ 5m, 幅 2m, 河道, 水制の粗度高さを 5cm とし, 水制間隔, 水制高さ, 水深を変化させた計算を行った。表-1に計算条件を示す。なお, 以下の計算結果は最下流端から1つ上流側の水制工の周辺についてものである。

4. 2 水制間隔の影響



(a) $z=1\text{cm}$



(b) $z=5\text{cm}$

図-6 乱流モデルの差異の速度 U への影響

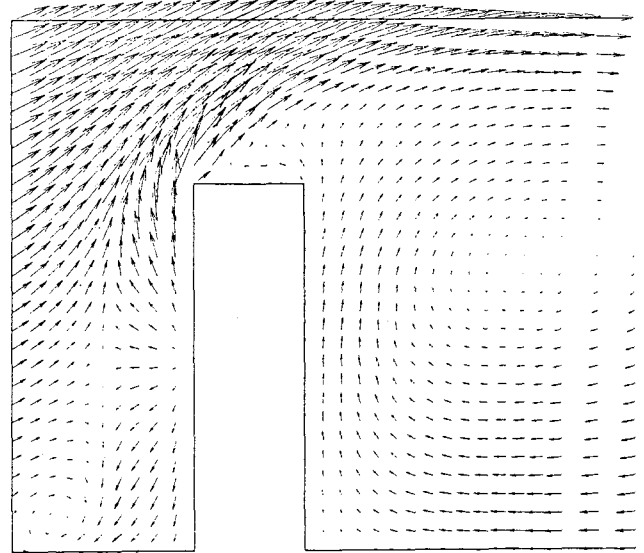


図-7 細かい格子網上での流速ベクトル U, V

表-1 計算条件

Case	水深 (m)	水制高さ (m)	水制間隔 (m)	格子点数
1	4.0	1.0	10.0	177×42×19
2	4.0	1.0	15.0	202×42×19
3	4.0	2.0	10.0	177×42×21
4	2.0	1.0	10.0	177×42×14

図-8, 9に河床付近の xy 平面内の流速ベクトルと底面せん断応力（正確には局所的な摩擦損失係数）の等値線を示す。水制間隔が10mから15mへと広がっても、流れのパターンに定性的な変化は認められない。せん断応力の最大値や発生箇所も類似しているが、水制間隔が広がるにつれて水制間にせん断応力の大きな領域（例えば3.0の等値線）が広がっていく。

4. 3 水制高さの影響

図-10に水制の高さを高くした場合の流速分布と底面せん断応力分布を示している。図-8と比較すると、水制の高さが高くなることにより水制背後の再循環領域が大きくなり、流速分布が変化している。また、せん断応力の小さな領域が水制間に広がってくる。水制先端部でせん断応力が大きな値をとることは変わらない。

4. 4 水深の影響

越流水深を小さくした場合の結果を図-11に示す。図-8と対比させると、流速分布そのものは殆ど変化しておらず、水制間のせん断応力分布も類似している。

5. おわりに

越流型水制工が連続的に設置された場合を数値解析した。その結果、水制工周辺の剥離現象や再循環流領域、水制効果を十分には再現しないこと、そのためには乱流モデルの改良、水制工周辺での細かい格子網、水面変動を捉えることなどが必要であると推測された。水制工背後に特徴的な再循環領域が形成される条件であれば水制間隔の変化は水制間のせん断応力に現れる。また、水制高さは水制工背後の再循環流に大きく影響し、したがって底面せん断応力を変化させる。今後は数値解析法自体の改良と河床変動を伴う場合の解析へと発展させる予定でいる。

参考文献

- 1) 秋草勲, 吉川秀夫ほか: 水制に関する研究, 土木研究所報告, pp. 61-153, 1960.
- 2) 山本晃一: 日本の水制, 山海堂, p. 447, 1996.
- 3) 崇田徳彦, 清水康行: 水制周辺の流れを算出する準3次元数値計算モデルの開発, 開発土木研究所月報, No. 489, pp. 2-17, 1994.
- 4) 福岡捷二, 西村達也ほか: 越流型水制工を有する流れの解析, 河道の水理と河川環境シンポジウム論文集, pp. 211-216, 1995.
- 5) Zhu, J. and T.H. Shih: Calculation of turbulent separated flows with two-equation turbulence models, Comp. Fluid Dynamics Journal, Vol. 3, pp. 343-354, 1994.

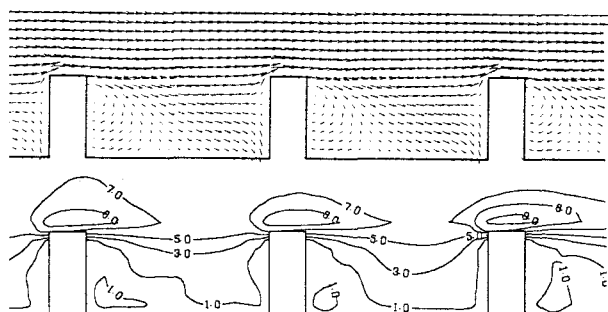


図-8 流速と河床せん断応力 (CASE-1)

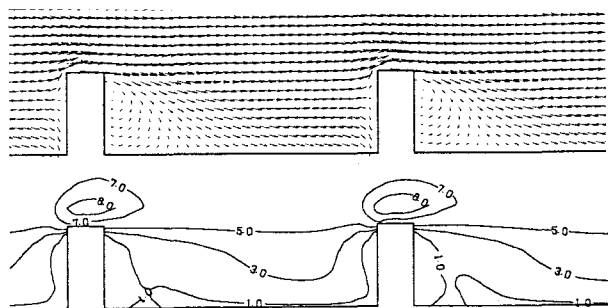


図-9 流速と河床せん断応力 (CASE-2)

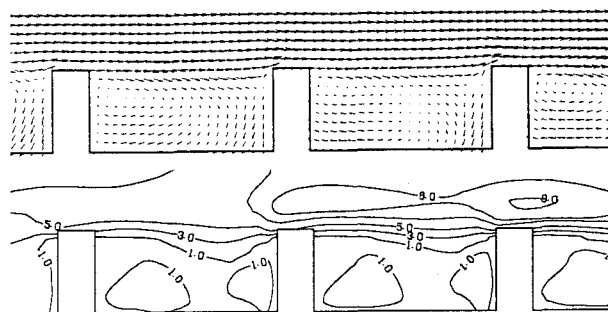


図-10 流速と河床せん断応力 (CASE-3)

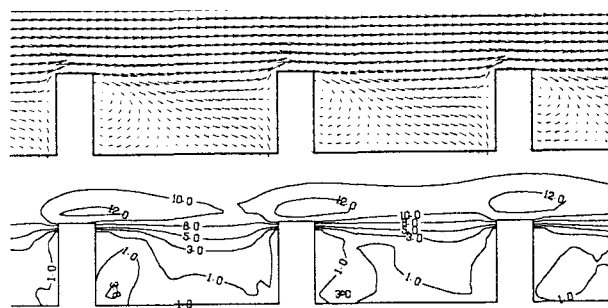


図-11 流速と河床せん断応力 (CASE-4)