

高水敷の粗度に関する研究

Evaluation of Roughness on Flood Plains

板倉忠興¹⁾ 黒木幹男²⁾ 森 明巨³⁾

by Tadaoki ITAKURA, Mikio KUROKI, Akio MORI

A person, as a hydraulic engineer, does not like to have any obstacles on the flood plains of river channels. On the other hand, he, as a citizen, likes to have more green environments especially in big cities.

An influence of trees or plants on the flood plain to the flood flows is investigated. The trees are simulated by groups of cylinders in open channel flows. The drag coefficients are investigated for various arrangements of cylinders and an analysis of the resistance to flows is made for the flood flows on the flood plains which have trees or plants on it.

Key words: Drag Coefficient, Group of Cylinders,

Resistance to Flow, Roughness, Flood Plain

結 言

流水の通水能力のみの観点からは、高水敷は平滑であり粗度は小さい方が望ましい。一方、オープンスペースが次第に少なくなって来ている今日、高水敷の有効利用が求められている。

本文は、高水敷の植生が水流に及ぼす影響を定量的に明らかにし、植生の種類、密度、配置等による高水敷の粗度の変化を算定することを目的としている。

粗度の要素としては立木の幹を想定し、円柱群を取り上げる。最初に、対象とする面積全体に均等に円柱群が配置されている場合の流れに対する抵抗を求める。次に、円柱群が均等ではなく、横断方向に偏って配置されている場合の抵抗を算出する方法を導く。最後に、これらの結果を用いて実際河川への適用を行い、植生のさまざまな配置に対する粗度の推定を行う。例えば高水敷に植樹をする場合、あるいは現有の植生を伐開する場合にその配置による抵抗の変化を見積る。

1. 均等配列の円柱群の抵抗

無限の拡がりの流れの中に単一の円柱がある場合の円柱の抗力係数 C_D は、レイノルズ数 $Re = ud/\nu$ (u : 平均流速、 d : 円柱の直径、 ν : 水の動粘性係数) の関数として図-1 の関係があることは良く知られている。

一方、円柱が複数ある場合は図-2 のように、その配列によって抗力が異なる (Hoerner¹⁾)。

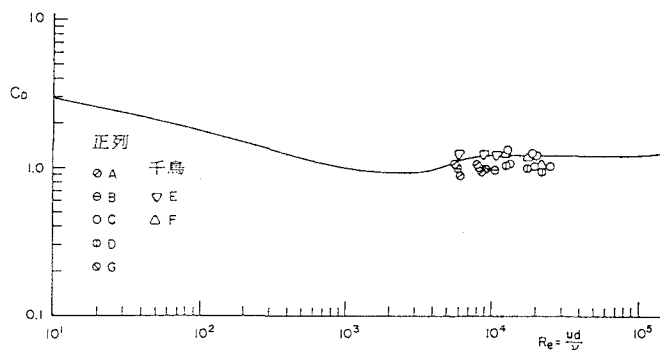


図-1 単一円柱の抗力係数

1) 北海道大学教授 2) 同助教授 3) 同助手 工学部土木工学科 (〒060 札幌市北区北13条西8丁目)

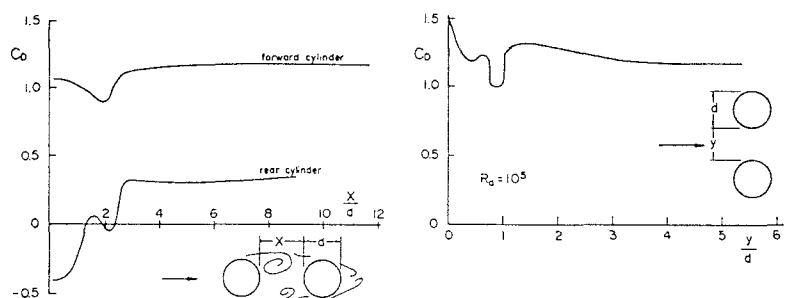


図-2 複数の円柱の抗力係数

次に、開水路流れの中に複数の円柱群がある場合を考察する。

(1) 基本式と計算方法

図-3のような流れの中に均等に配列された正列円柱の流体抵抗を考える。円柱の流れ方向の間隔を ℓ とし、 ℓ だけ離れた2断面I～IIを検査面として、流れを等流とすれば

$$\Sigma D + \Sigma \tau_0 = \rho g V i \quad (2)$$

ここに、 ΣD : 円柱の抗力の総和、 $\Sigma \tau_0$: 河床剪断力の総和、 V : 断面I, II間の水の体積、 i : 河床勾配、 ΣD は抗力係数 C_D を用いて次式のように表される。

$$\Sigma D = \frac{1}{2} N \rho C_D d h u^2$$

ここに、 N : 断面I, II間の円柱の本数、 h : 水深。

河床剪断力 $\Sigma \tau_0$ は、作用面積が V/h であるからManningの粗度係数 n_b を用いて表せば、 R を径深として

$$\Sigma \tau_0 = \frac{n_b^2 u^2}{R^{4/3}} \rho g V$$

したがって、流れに対する合成抵抗 f は

$$f = \frac{n_b^2 2gh}{R^{4/3}} + \frac{N C_D}{A - A_p} \frac{hd}{A - A_p} \quad (3)$$

ここに、 A_p : 円柱の断面積の総和、 A : 区間I, II間の河床全面積 ($A = B\ell$ 、 B : 水路幅)。

河床剪断力と円柱の抗力との合成粗度 n は(4)式となる。

$$n^2 = \frac{f R^{4/3}}{2gh} \quad (4)$$

(3)式の C_D を仮定して(4)式の n を求め、不等流計算を行って実測値と比較し、最適の C_D を求める。以上は、均等に配置された正列円柱の場合についての解析であるが、千鳥配列の場合もまったく同様であり、図-4のように断面I, IIについて同じ取扱いができる。

(2) 実験および計算の結果

本節の解析には、北海道開発局開発土木研究所で行われた実験の資料を適用する。実験の概要は次のようである。実験に用いた水路は幅50cm、長さ20mの可変勾配水路および幅100cm、長さ22mの可変勾配水路で、ベニヤ板床面の粗度係数 $n = 0.010$ である。円柱は外径18mmと38mmの塩化ビニール管および外径9mmのメッキ丸鋼である。円柱の配置および水理量は表-1の通りである。

A～Fのそれぞれについて不等流計算を行い、 C_D の値を変えて実測値に最も良く一致する C_D を求めた。

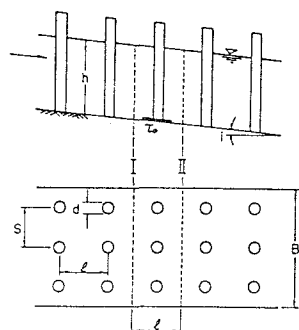


図-3 正列の円柱群

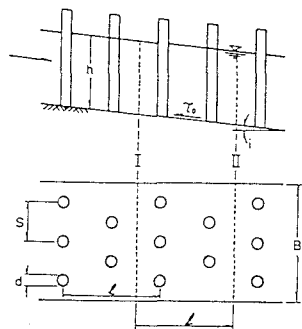


図-4 千鳥配列の円柱群

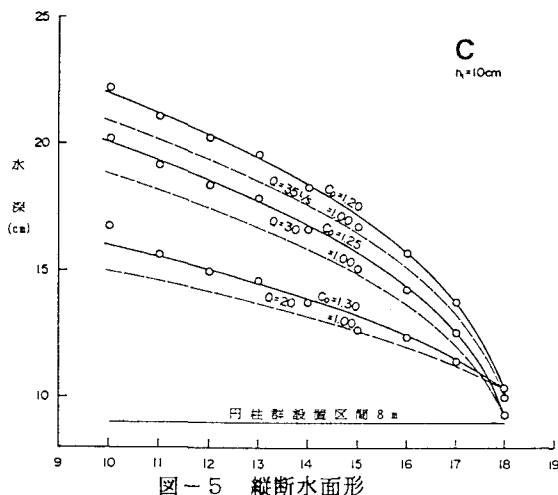


図-5 縦断水面形

結果の水面形の一例を図-5に示す。図中には比較のために $C_D=1.0$ の場合の水面形も合わせて示した。計算の始点は円柱群設置区間の最下流端における実測値 h_1 である。得られた C_D の値は表-1のとおりで、レイノルズ数との関係は図-1のようである。ここで、円柱の配列を考慮することになれば、それを代表する寸法は、円柱の流れ方向の間隔 ℓ 、横断方向の間隔 S 、水深 h 、円柱の直径 d の4個である。これらを組み合わせて次のようなパラメーターを考える。

$$C_D \sim \frac{\ell}{h} \cdot \left(\frac{d}{S}\right)^\alpha$$

α の種々の値と C_D との関係調べたところ、図-6のように $\alpha=0.1$ が最も良い相関を示した。ただし、実測値の範囲は次のようである。

$$\ell/h = 0.17 \sim 1.23$$

$$d/S = 0.11 \sim 0.44$$

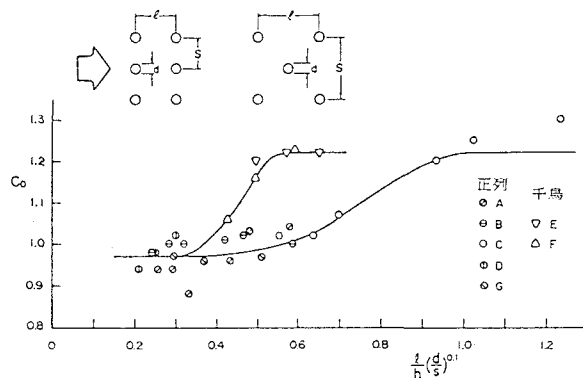


図-6 均等配列の円柱群の抵抗係数

2. 偏り配置の円柱群の抵抗

下図のように、ある区間（領域II）にだけ円柱群がある場合には、領域IIでは流れの流下とともに流速および流量が減少し、領域IIから領域Iへ水の移動流出が起こる。流れがさらに流下して円柱群がなくなり全断面が一様粗度になれば、反対に領域Iから領域IIへ水の移動が起きる²⁾。

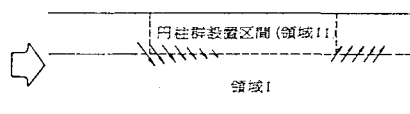
(1) 基本式と計算方法

領域Iおよび領域IIのそれぞれについて、水の流出流入を考慮した連続の式および運動方程式は図-7を参照して以下のようである。

○領域I（円柱群のない領域）

領域IIから領域Iへ流れの流下方向単位長さ当りの流入量を q_+ (>0) とすれば連続式は

$$\frac{dQ_1}{dx} = q_+$$



運動方程式には、通常の外力の他に領域Ⅰと領域Ⅱとの流速差に起因する剪断力が両領域の境界面に作用するとし、この剪断力を f を剪断力係数として次式のように定義する。

$$\tau = \rho f (u_1 - u_2)^2 \quad (5)$$

ここでは、 $u_1 > u_2$ であるから領域Ⅰには抗力として作用し、運動方程式は次式となる。

$$\rho u_1 \frac{dQ_1}{dx} + \rho Q_1 \frac{du_1}{dx} - \rho u_2 \frac{dQ_2}{dx}$$

$$= b_1 h_1 w \left(i - \frac{dh}{dx} \right) - \tau_0 (b_1 + h_1) - \tau h_1 \quad (6)$$

上式を整理すれば、この領域へ水が流入する場合について次式を得る。ただし、 w ：水の単位体積重量、 R_1 ：領域Ⅰの径深である。

$$\frac{dh_1}{dx} + \frac{1}{2g} \frac{du_1^2}{dx} = i - \frac{n_b^2 u_1^2}{R_1^{4/3}} - \frac{f(u_1 - u_2)^2}{g b_1} - \frac{q_* (u_1 - u_2)}{g b_1 h_1} \quad (7)$$

反対に、領域Ⅰから領域Ⅱへ水が流出場合は

$$\frac{dh_1}{dx} + \frac{1}{2g} \frac{du_1^2}{dx} = i - \frac{n_b^2 u_1^2}{R_1^{4/3}} - \frac{f(u_1 - u_2)^2}{g b_1} \quad (7)'$$

○領域Ⅱ（円柱群のある領域）

前述の領域Ⅰと同様であるが異なる点は、運動方程式に前節で述べた円柱の抗力が入ることと、両領域の境界面に働く剪断力がこの領域では推力として働くことである。

連続式は

$$\frac{dQ_2}{dx} = \pm q_* \quad (+ \text{流入}, - \text{流出}) \quad (8)$$

運動方程式は流入の場合

$$\frac{dh_2}{dx} + \frac{1}{2g} \frac{du_2^2}{dx} = i - \frac{n_b^2 u_2^2}{R_2^{4/3}} + \frac{f(u_2 - u_1)^2}{g b_2} - \frac{NC_D u_2^2 d}{2g b_2 \Delta x} - \frac{q_* (u_2 - u_1)}{g b_2 h_2} \quad (9)$$

同じく流出の場合

$$\frac{dh_2}{dx} + \frac{1}{2g} \frac{du_2^2}{dx} = i - \frac{n_b^2 u_2^2}{R_2^{4/3}} + \frac{f(u_2 - u_1)^2}{g b_2} - \frac{NC_D u_2^2 d}{2g b_2 \Delta x} \quad (9)'$$

さらに、断面全体の連続の条件は

$$Q = Q_1 + Q_2 \quad (10)$$

ここで、未知量は h_1 、 h_2 、 u_1 、 u_2 の4個であるが、すべての実測結果から

$$h_1 \doteq h_2 = h \quad (11)$$

が確認されているので、(11)式を含めれば方程式系としては閉じることになる。

以上の関係に実測の h 、 Q_1 、 Q_2 を適用し、2つの領域の境界面における剪断力係数 f を求める。ただし、 C_D の値には前節で得られた図-6の関係をを用いることとする。

計算は次のように行う。境界面における剪断力係数 f を仮定し、下流端では水位を、上流端では流量比を与える。他のすべての点では水深の推定値を与える。下流端から上流へ向かって逐次不等流計算を行い、最初に仮定した水深の値を補正する。この操作を繰返し各断面における計算の流量が実測流量の99%となった段階で計算を終了する。

(2) 実験および計算の結果

本節の解析に用いた実験の水路は前節と同一であり、水路の一部の片側に水路幅の27~60%の範囲で円柱を設置した。実験の水理量等は表-2のとおりである。

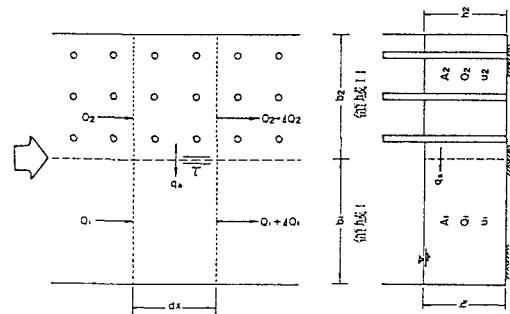


図-7 偏り流れの概念図

表-2 実験の水理量 (偏り配置)

記号	円柱の配列	水路幅 B (cm)	植生幅 (%)	水路勾配 i	下流端水深 h ₁ (cm)	流量 Q (l/sec)
H	d = 18mm 3本正列 60本/m ²	50	60	1/1,000	20	40
						60
						80
I	d = 18mm 2本正列 40本/m ²	50	40	1/1,000	20	40
						60
						80
J	d = 9mm 6本正列 67本/m ²	100	54	1/1,000	10	60
					15	90
					20	120
K	d = 9mm 3本正列 33本/m ²	100	27	1/1,000	10	60
					15	90
					20	120

H~Kのそれぞれの偏り配置について、領域I、領域II間の境界面の剪断力係数 f を仮定して不等流計算を行なった。計算の結果の一例として、図-8に円柱群設置区間 (領域II) 内の流量 Q_2 の縦断変化を示す。計算の始点は円柱群設置区間の最下流端における水深の実測値 h_1 、流量は上流端での実測値を与えた。

これらの結果を総合的に判断して、境界面の剪断力係数 f には (12) 式の値を採用することとした。

$$f = 0.02 \quad (12)$$

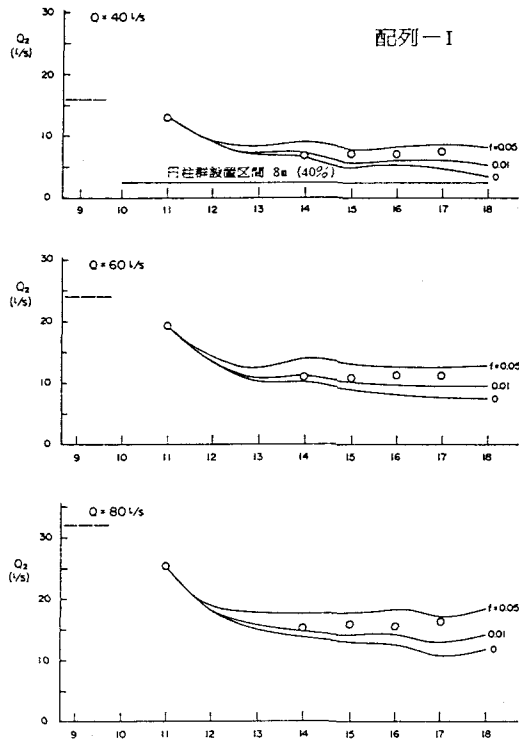


図-8 円柱設置区間内の流量変化

3. 実際河川での試算

本節では、前節で行った解析の結果を実際の河川に適用して試算を行う。高水敷に植生があり、例えばこれらを伐開する場合の伐開の方法による抵抗の変化を推定することとする。

石狩川の高水敷の中でも比較的植生の多い地点としてK.P.52km付近の左岸を選定した。現地は主としてヤナギ灌木、ヤナギ低木、ヤナギ高木、雑草からなっている。主な緒元は次のようである。

高水敷幅(左岸): 400m 低水路幅: 220m

高水敷の縦断勾配: 1/900

計算の条件

樹木群の区間: 縦断方向に2km

樹木群の配列: 配列-L, M, N, O, P (図-9)

樹木群の密度: 100m²当たり1, 2, 5, 10, 20, 50, 100本

樹木群の幅: 配列-N, O, Pは200m (高水敷全幅の50%)

樹木群の直径: 200mm

高水敷の粗度係数: $n_b = 0.04$

境界面剪断力係数: $f = 0.02$

下流端水深: 0.5, 1.0, 2.0, 4.0m

高水敷の流量: 樹木群がない場合の等流流量

(1) 基本式と平均粗度係数の算出

配列-L, M, Nの計算方法は前章のとおりである。その他の配列の場合も同様であるが、配列-Pの場合の例を以下に示す。

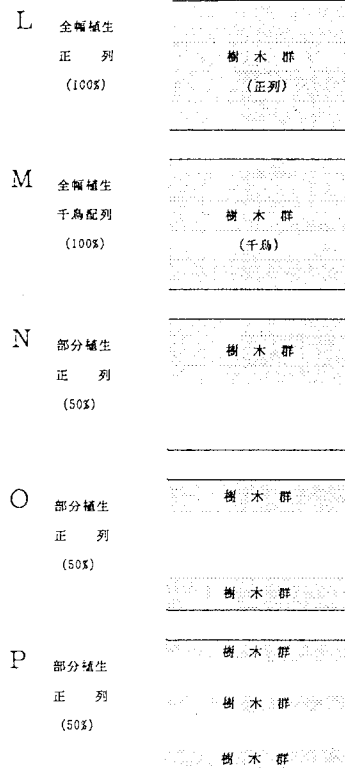
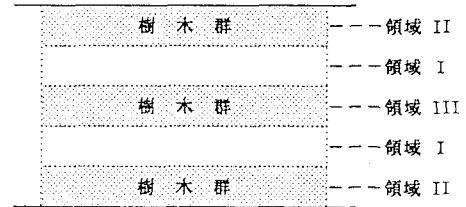


図-9 部分植生の配置

領域Ⅰ－運動方程式

$$\frac{dh}{dx} + \frac{1}{2g} \frac{du_1^2}{dx} = i - \frac{n_b^2 u_1^2}{R_1^{4/3}} - \frac{f(u_2 - u_1)^2}{g b_1} - \frac{f(u_3 - u_1)^2}{g b_1} - \frac{q_{*1}(u_1 - (u_2 + u_3)/2)}{g b_1 h_1} \quad (13)$$



領域Ⅱ－運動方程式

$$\frac{dh}{dx} + \frac{1}{2g} \frac{du_2^2}{dx} = i - \frac{n_b^2 u_2^2}{R_2^{4/3}} + \frac{f(u_2 - u_1)^2}{g b_2} - \frac{q_{*2}(u_2 - u_1)}{g b_2 h_2} - \frac{N_2 C_D u_2^2 d}{2g b_2 \Delta x} \quad (14)$$

領域Ⅲ－運動方程式

$$\frac{dh}{dx} + \frac{1}{2g} \frac{du_3^2}{dx} = i - \frac{n_b^2 u_3^2}{R_3^{4/3}} + \frac{2f(u_3 - u_1)^2}{g b_3} - \frac{q_{*3}(u_3 - u_1)}{g b_3 h_3} - \frac{N_3 C_D u_3^2 d}{2g b_3 \Delta x} \quad (15)$$

連続式

$$Q = 2Q_1 + 2Q_2 + Q_3 \quad (16)$$

$$2q_{*1} + 2q_{*2} + q_{*3} = 0 \quad (17)$$

$$q_{*1} = \frac{dQ_1}{dx}, \quad q_{*2} = \frac{dQ_2}{dx}, \quad q_{*3} = \frac{dQ_3}{dx} \quad (18)$$

C_D の算定には前章図-6の関係を適用する。以上の方程式を用いて偏り配置の場合の水面形を求め、一様断面一様粗度の不等流計算の水面形と比較して、全断面の見かけの粗度係数を得る。図-10に粗度係数と樹木の密度との関係の例を示す。

以上の計算結果を総合すると次のようである。

粗度係数は水深が大の程、また樹木の密度が大の程大となり、特に樹木の密度が10本/100㎡を超えると粗度が急激に増大する傾向を示す。正列よりも千鳥配列の方が抵抗は大きい、それは水深が $h_1=1.0\text{m}$ 以上で顕著であり、 $h_1=1.0\text{m}$ 以下では殆ど異差は認められない。

粗度係数は全断面に占める樹木群の割合による影響が大きく、その配置すなわち伐開の仕方(配列-N, O, P)による影響は小さい。図-11に配列-Nで $h_1=1.0\text{m}$ の例を示す。

また、伐開を行った場合は当然その部分の流速は大となり、その傾向は水深が大の程著しい。その一例を図-12に示す。樹木の密度が10本/100㎡の場合を例にとると、 $h_1=0.5\text{m}$ で流速比 $u_1/u_2=1.3$ (樹木の無い区間で樹木の無い場合の13%増)、 $h_1=4.0\text{m}$ で $u_1/u_2=3.3$ (同じく53%増)である。

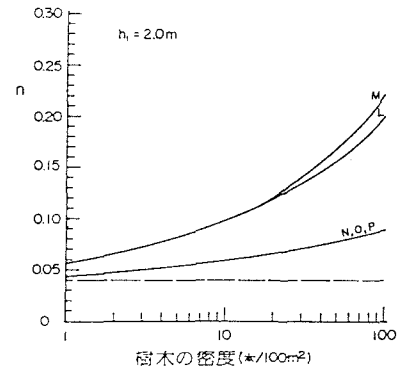
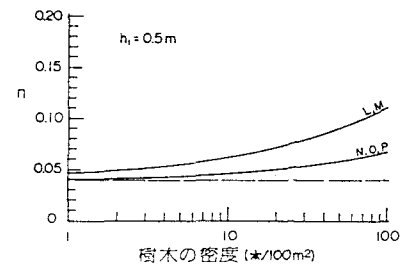


図-10 樹木の密度と粗度係数

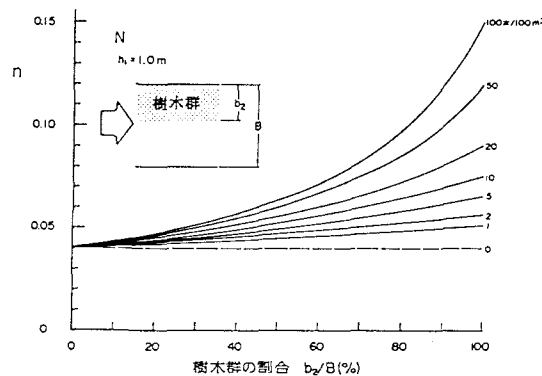


図-11 樹木群の割合と粗度係数

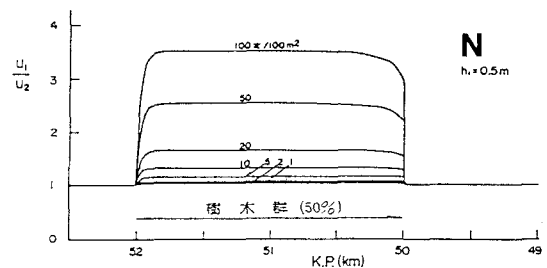


図-12 流速比の変化

4. 高さの低い植生の粗度

本節では、例えばツツジなどのように比較的高さの低い植生が密生している箇所を伐開した場合に、伐開の仕方による高水敷の粗度の変化を検討する。

(1) 植生の配置と規模

植生の配置は図のように、横断方向に伐開したもの（配列-Q、横縞型）および縦断方向に伐開したもの（配列-R、縦縞型）の2種類とする。簡単のため植生の高さと幅は次の一定の値とする。

植生の高さ： $k = 0.5\text{m}$

植生の幅： $t = 3.0\text{m}$

(2) 基本式

○横縞型

ツツジなどの群落は透過性を有するが、洪水時を想定すればゴミなどの影響でこれを無視しても支障

えないであろう。ここでは、足立^{33,4)}による栈粗度の結果を適用して試算を行う。ただし、植生表面の粗度は形状抵抗に比較して非常に小さいのでこの影響は無視するものとする。

○縦縞型

流れを等流と仮定し、下図を参照して境界面の剪断力を考慮した力のつり合を考えれば領域Iおよび領域IIについて、それぞれ次式となる。

$$\frac{\rho g n_1^2 u_1^2 b}{R_1^{\frac{1}{2}}} \cdot \frac{1}{2} + (H-k)\tau = \rho g H i \frac{b}{2} \quad (19)$$

$$\frac{\rho g n_2^2 u_2^2 t}{R_2^{\frac{1}{2}}} \cdot \frac{1}{2} - (H-k)\tau = \rho g (H-k) i \frac{t}{2} \quad (20)$$

τ には(5)式を用い、流速の比 $u_1/u_2 \equiv p$ とすれば

$$\left\{ -\frac{g n_1^2 b}{R_1^{\frac{1}{2}}} + (H-k)f + \frac{Hbf}{t} \right\} p^2 + \left\{ -2(H-k)f - \frac{2Hbf}{t} \right\} p + \left\{ (H-k)f - \frac{g n_2^2 Hb}{R_2^{\frac{1}{2}} 2(H-k)} + \frac{Hbf}{t} \right\} = 0 \quad (21)$$

$p > 1$ として(21)式から $u_1/u_2 \equiv p$ が得られる。次に領域Iおよび領域IIの粗度係数は、それぞれ(19)および(20)式より

$$\frac{u_1^2}{2gHi} \left\{ \frac{2g n_1^2}{R_1^{\frac{1}{2}}} + 4f \frac{H-k}{b} \left(1 - \frac{1}{p} \right)^2 \right\} = 1 \equiv \frac{u_1^2}{2gHi} \cdot f_1 \quad (22)$$

$$f_1 = \frac{2g n_1^2}{R_1^{\frac{1}{2}}} + 4f \frac{H-k}{b} \left(1 - \frac{1}{p} \right)^2 \quad (23)$$

$$f_2 = \frac{2g n_2^2}{R_2^{\frac{1}{2}}} + 4f \frac{H-k}{t} (p-1)^2 \quad (24)$$

したがって、領域Iおよび領域IIにおける見かけの粗度係数 N_1 、 N_2 はそれぞれ

$$N_1^2 = \frac{f_1 H^{\frac{1}{2}}}{2g}, \quad N_2^2 = \frac{f_2 (H-k)^{\frac{1}{2}}}{2g} \quad (25)$$

全断面の平均の粗度係数は次式によって得られる。

$$\frac{A}{N^{\frac{3}{2}}} I^{\frac{1}{2}} = \frac{A_1}{N_1^{\frac{3}{2}}} I^{\frac{1}{2}} + \frac{A_2}{N_2^{\frac{3}{2}}} I^{\frac{1}{2}} \quad (26)$$

計算の結果を表-3に示す。ただし、対象とした地点は前節と同じ石狩川 K.P.52km付近の左岸高水敷

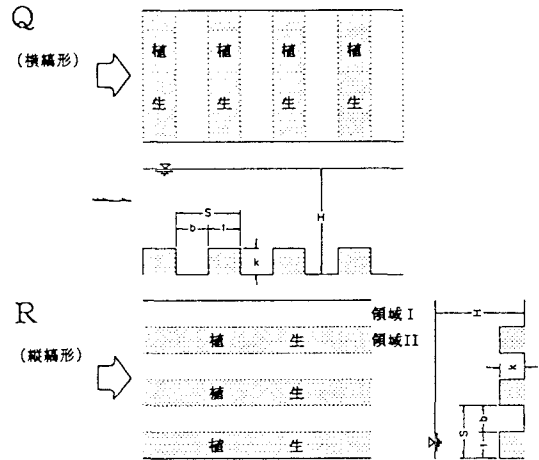
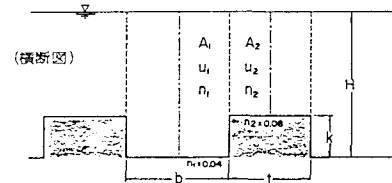


図-13 高さの低い植生の配置



で、 $n_1=0.04$ 、 $n_2=0.08$ とした。一般に横縞型の粗度係数は縦縞型に比較して大きく、特に $H/k \approx 2$ では4倍程度となるが、 $H/k \approx 12$ に達すると殆ど差はなくなる。

5. 複断面における試算

通常、複断面をもつ河道の不等流計算などを行う場合には、井田の方法⁵⁾による合成粗度係数が用いられるが、この方法には速度差のある境界面での剪断力の効果は取り入れられていない。

前節までの解析は高水敷のみを対象としたものであるが、ここでは、前節までの結果がそのまま、複断面河道の高水敷と低水路との境界にも適用できると仮定して試算を行う。

対象とする地点は前節と同様、石狩川 K.P.52km付近とし、右図のように高水敷の50%に直径200mmの樹木群が配列—Nの形で正列に存在すると仮定する。前節までと同様に

$$\frac{gn_1^2 u_1^2 b_1}{h_1^3} + f h_2 (u_1 - u_2)^2 = g b_1 h_1 i \quad (27)$$

$$\frac{gn_2^2 u_2^2 b_2}{h_2^3} + f h_2 (u_1 - u_2)^2 + f h_2 (u_2 - u_3)^2 = g b_2 h_2 i \quad (28)$$

$$\frac{gn_3^2 u_3^2 b_3}{h_3^3} + f h_3 (u_2 - u_3)^2 = g b_3 h_3 i \quad (29)$$

$$N = \frac{A_1 + A_2 + A_3}{Q_1 + Q_2 + Q_3} R^{\frac{2}{3}} i^{\frac{1}{3}}, \quad R^{\frac{2}{3}} = \frac{A_1 h_1^{\frac{2}{3}} + A_2 h_2^{\frac{2}{3}} + A_3 h_3^{\frac{2}{3}}}{A_1 + A_2 + A_3} \quad (30)$$

試算の結果を表-4に示す。表中のNは前節までの方法による粗度係数、 N_1 は井田の方法⁵⁾による合成粗度係数である。

本地点における試算の結果によれば、境界面の剪断力の効果を考慮した粗度係数は高水敷の水深が2mで3%（流量で3%減）、4mで4%（同じく4%減）程度合成粗度係数より大となっているが、高水敷の水深が1m以下では殆ど差は見られない。

表-5 高さの低い植生の粗度

b(m)	S/k	H(m)	H/K	横縞型	縦縞型
3 (50%)	12	1	2	0.188	0.048
		2	4	0.097	0.053
		4	8	0.071	0.056
		6	12	0.063	0.058
6 (33%)	18	1	2	0.154	0.044
		2	4	0.086	0.047
		4	8	0.064	0.050
		6	12	0.058	0.051
9 (25%)	24	1	2	0.136	0.043
		2	4	0.079	0.045
		4	8	0.060	0.047
		6	12	0.054	0.048
15 (17%)	36	1	2	0.114	0.042
		2	4	0.070	0.043
		4	8	0.054	0.044
		6	12	0.048	0.045
30 (9%)	66	1	2	0.089	0.041
		2	4	0.057	0.042
		4	8	0.044	0.042
		6	12	0.040	0.043

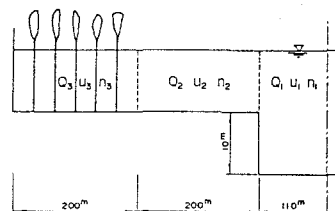


表-4 複断面河道における粗度係数の試算

$h_1=h_3$ (m)		樹木の密度 (本/100 m ²)						
		1	2	5	10	20	50	100
2.0	n_2	0.057	0.065	0.079	0.095	0.119	0.156	0.200
	N	0.0278	0.0279	0.0281	0.0282	0.0283	0.0285	0.0286
	N_1	0.0270	0.0271	0.0272	0.0274	0.0275	0.0276	0.0277
	Q_1	8,860	8,860	8,860	8,860	8,860	8,860	8,860
	Q_2	590	590	590	590	590	590	590
	Q_3	370	330	270	220	180	140	110
	n_3	0.065	0.079	0.101	0.122	0.153	0.219	0.294
	N	0.0307	0.0311	0.0316	0.0318	0.0321	0.0324	0.0326
4.0	N_1	0.0295	0.0299	0.0303	0.0306	0.0308	0.0311	0.0313
	Q_1	11,200	11,200	11,200	11,200	11,200	11,200	11,200
	Q_2	1,850	1,850	1,840	1,840	1,840	1,840	1,830
	Q_3	1,040	850	670	550	440	300	230

$n_1=0.025, n_2=0.040$

参考文献

- 1) Hoerner, S. F.: Fluid-Dynamic Drag, pp.8-1~8-3, Hoerner, 1958.
- 2) 秋草 勲・吉川秀夫・坂上義次郎・荻田和男・土屋昭彦：水制に関する研究、建設省土木研究所報告、第107号の6、1960.
- 3) 足立昭平：開水路における棧形人工粗度の実験的研究、京都大学防災研究所年報、第3号、1959.
- 4) 足立昭平：人工粗度の実験的研究、土木学会論文集、第104号、pp.33~44、1964.
- 5) 日本河川協会編：二訂 建設省河川砂防技術基準（案）、調査編、pp.186、1986.