

## 複断面水路の洪水流特性

### Characteristics of Flood Flows in Compound Channels

富永晃宏\*, 篠津家久\*\*, 長尾正志\*

By Akihiro TOMINAGA, Ichisa NEZU, Masashi NAGAO

Hydraulic characteristics of flood flows were investigated in compound open channels with large roughness and trees on the flood plains. The influence of such roughness and trees on lateral momentum transport are very large. Next, the effects of unsteadiness of flood flows were examined in compound open channels. The significant differences of flow structures are found between increasing and decreasing stages.

Keywords: compound channel, flood flow, roughness, vegetation

#### 1. まえがき

河川の高水敷は生態系の保全や親水空間としての価値が高まっている。自然形成された砂州や植生群落および低水路護岸等によって人工的に固定された高水敷がある河川では、洪水時に複断面流れとなる。高水敷の有効利用や生態系の保全のためには、このような広い意味での複断面水路の形状や粗度が洪水流の流動および抵抗特性に及ぼす影響について明らかにしておくことが必要である。複断面流れの最も重要な問題はいうまでもなく洪水時の抵抗則と水位予測である。次に、河道災害防止に関する河道安定の問題がある。これらの問題を解明するための基礎的研究としてこれまでに数多くの研究があり、基本的な水理特性はある程度明らかにされてきたが、今後さらにより複雑な境界条件に対しての研究が残されている。今後の研究課題としては以下のようないわゆるものが考えられる。

- (1) 複断面の断面形状の変化が抵抗に及ぼす効果
- (2) 高水敷の植生や粗度が抵抗に及ぼす効果
- (3) 低水路・高水敷境界の大規模組織渦の役割
- (4) 低水路護岸および高水敷の洗掘や浮遊砂の堆積問題
- (5) 低水路の湾曲および河道全体の湾曲がある場合の複断面流れの特性
- (6) 複断面水路における洪水時の流れの非定常性の効果

本研究では、(2)および(6)の問題について検討した。(2)の問題については、一般に河川の高水敷は植生等の存在によって粗度が大きいと考えられるが、これにも種々の状態が考えられる。第1は、単に河床粗度高さの増大と捉えられる場合と、第2に、洪水時も水没しない樹木などのように水深の増大に伴い形状抵抗が増大する場合がある。また、第3として、河床の粗滑や樹木群の非一様な配列の影響が問題となる場合がある。ここでは、第1の場合の、高水敷粗度の複断面流れの構造やせん断応力分布特性に及ぼす影響

\*)名古屋工業大学・工学部 (〒466 名古屋市昭和区御器所町)

\*\*)京都大学・工学部 (〒606 京都市左京区吉田本町)

と、第2および3に関わるものとして高水敷肩付近に存在する樹木群の影響を検討した。（6）の問題については、まだ研究例がないように思われる。洪水の増水期と減水期とでは流れの特性が著しく異なるといわれるが、複断面水路では増水時に高水敷への氾濫を伴うため非定常の効果がどのように現れるかが興味を持たれるところである。これらの研究から得られた結果はいずれも複断面流れの洪水流の特性として重要な問題を提起している。

## 2. 複断面水路の洪水流に及ぼす高水敷粗度の効果

滑面の複断面開水路流れの場合、低水路の高速流れと高水敷の低速流れとの相互作用による鉛直境界面に働くせん断応力は高水敷水深  $h$  の全水深  $H$  に対する比がかなり小さいときに特に大きくなり、この水深比  $h/H$  がある程度大きい場合はしだいに小さくなり、むしろ2次流の影響が卓越するようになるが、全体として横断方向の運動量輸送効果は減少していく<sup>1)</sup>。しかし、河川の高水敷は一般に植生等により粗度がかなり大きいと考えられる。この場合、福岡・藤田<sup>2)</sup>も述べているように、粗度による減速効果により水深比がある程度大きくなる場合でも大きな流速勾配が維持され、洪水時に  $h/H$  が0.5以上となるようなときでも大きな横断方向せん断応力が働くものと推測される。しかしながら、高水敷に粗度を設置した流れ構造の実験的研究は意外に少ない。ここでは、室田ら<sup>3)</sup>の研究と同様に高水敷に桟粗度を設置し粗面として乱流計測を行い、同一の幾何条件における滑面の複断面開水路の乱流計測結果と比較した結果について報告する。

### 2.1 実験装置および実験条件

実験水路は、長さ12.5m、幅40cmで、水路の片側に幅20cmの塩化ビニル製の高水敷を設置し、非対称複断面とした。高水敷粗度として、一辺の長さ  $k=5\text{mm}$ 、長さ20cmの正方形断面の角柱桟粗度  $k_s$  に換算すると、 $L/k=8$  のときが  $k_s/k=9$ 、 $L/k=4$  のときが  $k_s/k=4$  であった<sup>4)</sup>。また、マニングの粗度係数では  $L/k=8$  が  $n=0.028$ 、 $L/k=4$  が  $n=0.02$  程度であり、これは滑面低水路の値の約3倍および約2倍となる。ただし、これらの値は水深によって変化すると考えられ、高水敷では水深が小さいためあくまで参考値である。高水敷高さ  $d$  は2cm、4cm、6cmの4種類変化させた。流速は、ファイバー・レーザ・ドップラー流速計によって計測した。

### 2.2 主な実験結果

＜平均主流速＞  $L/k=8$  の場合の平均主流速  $U$  のコンターを高水敷滑面の結果とともに図-1に示す。高水敷粗面の場合は、高水敷上で非常に低速となり、この影響で低水路内の流れが著しく減速されている。この結果、最大流速位置は明らかに低水路中央から低水路側壁側に移動し、接合部の混合の影響領域は対岸側壁の影響領域よりずっと大きいことを示している。本実験では水路幅の制限からこの高水敷粗面の影響がどこまで及ぶかについては不明である。 $h/H=0.5$  のとき滑面の場合に顕著であった2次流の影響による等值線の歪みは形の上では明かではない。次に、図-2に  $h/H=0.5$  の場合の  $U$  の横断分布の滑面との比較を示す。滑面の場合は、2次流の斜め上昇流による極小値が現れ高水敷上で極大値をとる点が特徴である。高水敷粗面の場合は同じ水深比にもかかわらず、低水路と高水敷の流速差が非常に大きくなり、低水路内の接合部側の流速  $U$  の横断勾配が著しく増大している。粗面の場合は後に述べるように滑面同様の2次流があるにもかかわらず、この極小値はほとんど認められない。

＜2次流構造＞ 高水敷滑面および粗面の2次流ベクトル図を  $h/H=0.5$  の場合について図-3に示す。2次流の基本的構造は高水敷粗面の場合も滑面の場合とほぼ同様であり、高水敷高さがゼロの場合は粗面と滑面の境界部で逆に下降流が生じたこと<sup>5)</sup>と照らし合わせると、2次流の発生は複断面の形状の効果が支配的であることがわかる。ただし、高水敷粗度の影響により、斜め上昇流の上昇角度はより小さくなり、高水敷から低水路へ流れ出すような流れとなっている。低水路渦は滑面の場合に比べて横断方向に発達し対岸側壁側へ及んでおり、最大流速位置の移動と相關がある。このような2次流構造の変化は、高水敷粗度により乱れの非等方性の効果が変化したためと考えられる。

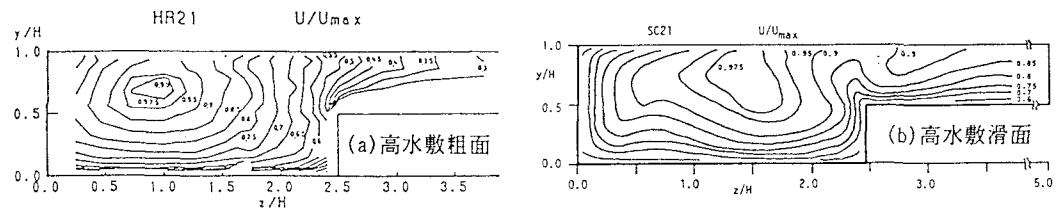


図-1 平均主流速コンター

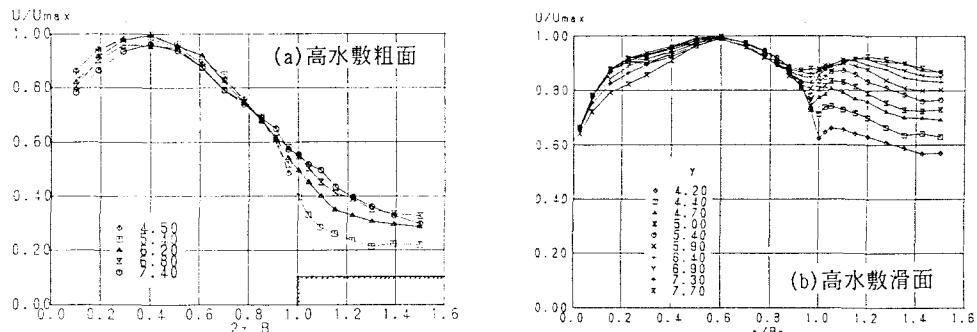


図-2 平均主流速横断分布

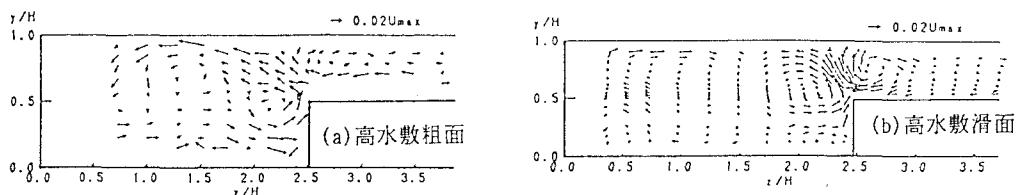


図-3 2次流ベクトル図

＜乱れ特性＞ 図-4に乱れ強度 $u'$ の水深平均値 $\bar{u}'$ の横断分布に及ぼす高水敷粗度の効果を示す。高水敷粗度が増大するにつれて低水路の混合領域の $\bar{u}'$ の値が大きくなるのが明かである。粗面の低速な高水敷上の流れとの相互作用が低水路の乱れを著しく増大させることがわかる。図-5は横断方向レイノルズ応力 $-\bar{u}w$ のコンターである。 $-\bar{u}w$ は接合部で負のピークをとり、等価線間隔が非常に密であり急な勾配を呈している。このピーク値は $-\bar{u}v$ の2倍程度に達する。横断方向のせん断応力 $-\bar{u}w$ の絶対値が大きくなつたことから、低水路内の乱れ発生率の増大がもたらされたものと見ることができ。高水敷粗度が比較的大きい場合は、 $h/H$ が比較的大きい場合でも強い見かけのせん断応力が働き、この抵抗が無視できないようになるといえる。

＜壁面せん断応力＞ 壁面せん断応力は、対数則法によって求めた。得られたせん断応力分布を滑面の場合とともに図-6に示す。高水敷粗面の場合、特徴的なことは高水敷上の接合部近くで鋭いピークを

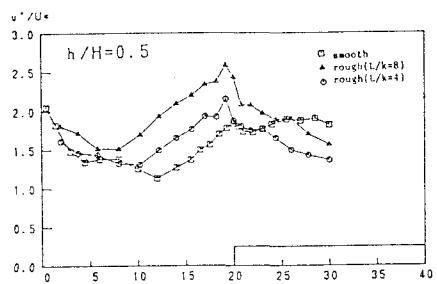


図-4 水深平均乱れ強度分布

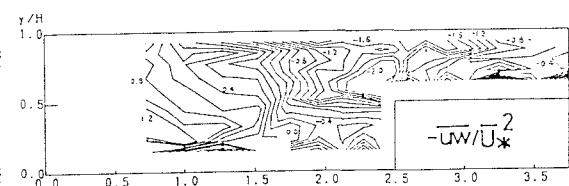


図-5 横断レイノルズ応力 $-\bar{u}w$ のコンター

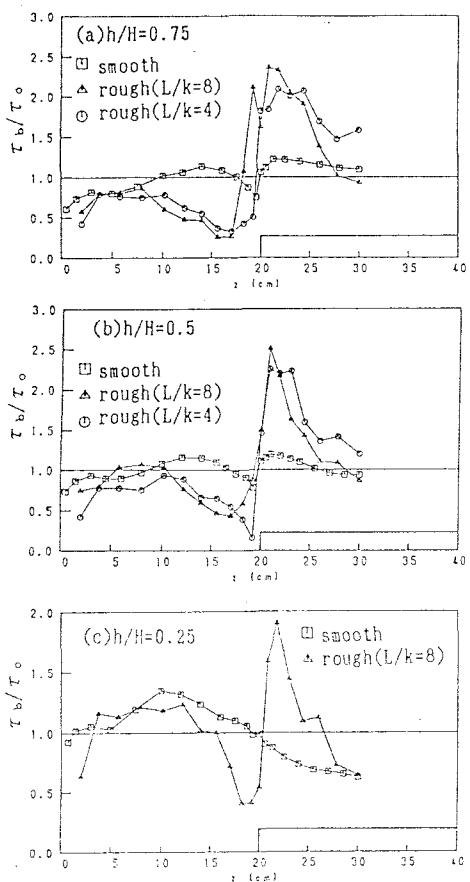


図-6 底面せん断応力分布

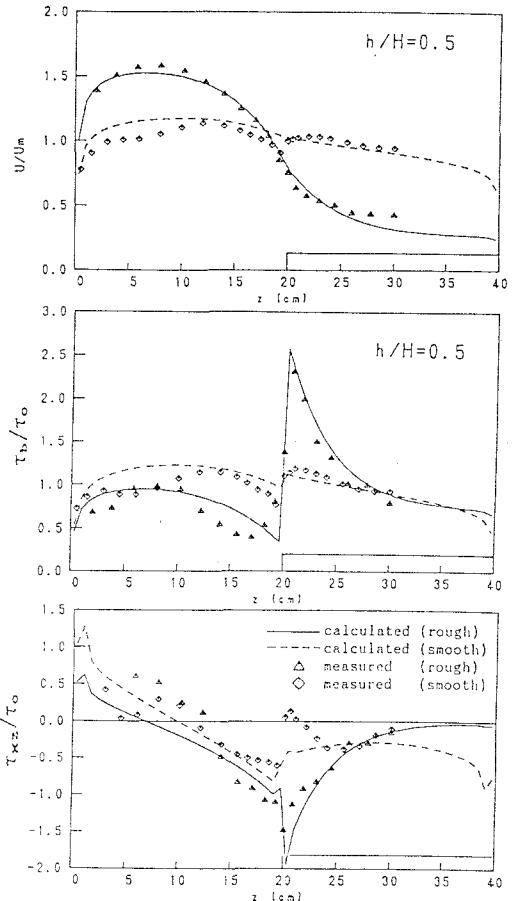


図-7 横断方向運動量輸送の計算結果

とことである。このピークの値は平均せん断応力の2から2.5倍程度にまで達する。この分布形状は水深比によらずほぼ同様である。 $h/H$ が大きくなるほど低水路の平均せん断応力に対するピークの値は大きくなる。このことは高水敷の肩付近では通常予想される平均的な値より非常に大きなせん断応力が働くことを意味し、複断面水路の低水護岸等の設置に当たっては注意を要する。この特徴的な高水敷肩付近の底面せん断応力の増加は、横断方向の運動量輸送の結果と考えられる。この点については、次に数値計算で検討したい。

### 2.3 複断面流れの横断方向運動量輸送に関する検討

複断面水路の水深比、水路幅比及び高水敷粗度が変化するときの流量配分、底面せん断応力、横断方向のせん断応力を算定するために以下のような数値計算を行った。定常な等流の流れ方向のレイノルズ方程式を河床高  $y_B$  から水面  $H$  まで積分し水深平均すると次が得られる。

$$\frac{d(\xi \tau_{xz})}{dz} + \rho g \xi l_s - \tau_b - A_w = 0 \quad \left( A_w = \frac{d}{dz} \int_{y_B}^H \rho U W dy \right) \quad (1)$$

ここに、 $\tau_{xz}$  は任意の鉛直断面に働く水深平均のせん断応力、 $\tau_b$  は底面せん断応力、 $\xi$  は水深で、低水路では  $\xi = H$ 、高水敷では  $\xi = h$  である。 $A_w$  は2次流による移流項を意味する。 $\tau_{xz}$  は渦動粘性モデルを用いて、 $\tau_{xz} = \rho \varepsilon_{xz} d\bar{U}/dz$  と表す。 $\bar{U}$  は水深平均流速、 $\varepsilon_{xz}$  は水深平均の横断方向渦動粘性係数である。全水深にわたって対数則が成立すると仮定し、底面せん断応力を表現することとする。とりあえず2次流項  $A_w$  を無視し、(1)式をコントロールボリューム法によって離散化し、数値計算を行った。両側壁の境界条件としては、側壁に最も近い格子点で対数則にマッチングさせた。長方形の複断面では低水路側壁のせん断応力も考

慮している。横断方向渦動粘性係数  $\varepsilon_{xz}$  は、代表長さスケール及び代表速度スケールに依存し、一般には底面摩擦速度と水深がとられるが、複断面では水深が場所的に大きく変化するので、ここでは長さスケールとして低水路水深を、速度スケールとして摩擦速度を用いて、

$$\varepsilon_{xz} = \varepsilon_0 U_* H \quad (2)$$

とした。ここに、 $\varepsilon_0$  は定数で、実験から 0.14 とした。この点についてはさらに幅の広い場合について検討する必要がある。一方、側壁近傍においては、長さスケールの減少を放物分布によって表現した。

図-7 は  $h/H = 0.5$  の水深平均流速  $U_m$ 、摩擦速度  $U_*$  及び横断方向せん断応力  $\tau_{xz}/\rho$  の横断分布の計算値と実測値の比較を示したものである。滑面の場合、2次流の影響を考慮していないので接合部付近でそれが大きくなる。高水敷粗面のケースではいずれの値も計算値は実測値をよく再現している。特に、高水敷粗面の場合の高水敷の底面せん断応力の接合部近くでの急激な増大がよく計算されており、横断方向の運動量輸送によって底面せん断応力の急増が説明されることが示された。ただし、 $h/H$  が小さくなると  $\tau_{xz}$  のピーク値の計算値は過大評価となった。 $\tau_{xz}$  に関しては、高水敷粗面の場合、接合部の値は対岸の低水路側壁の値と比較してかなり大きくなり、境界面のせん断応力が著しく増大することがわかる。

本計算方法を Wormleaton らの実験<sup>6)</sup>に適用してみた。ここでは  $\tau_b = \rho g n_e^2 / \xi^{1/3}$  とし、低水路及び高水敷の粗度係数  $n_{me}$  と  $n_{re}$  を与えた。図-8 は  $n_{me}/n_{re}$  を変化させたときの流量の  $h/H$  に対する変化の計算値と実験値の比較である。 $h/H \geq 0.33$  ではいずれの粗度比でもよく一致している。 $n_{me}/n_{re}$  が大きくなると、 $h/H$  が小さくなるにつれて計算値は過大評価となりズレが大きくなる。これは  $\varepsilon_0$  の値が  $h/H$  の減少に伴い増加する傾向を示唆していると考えられるが、この点については大規模渦構造も影響していることが予想されるので、今後より一層の検討が必要であろう。

### 3. 高水敷肩近傍の樹木列が洪水流に及ぼす水理的影響

福岡、藤田<sup>7)</sup>は河道内の樹木群の水理的影響を非常に多くの条件に対して詳細に検討し、合成粗度係数は水深の増加とともに増大することや、水路中央に置かれた樹木群はその幅が小さくても大きな抵抗を与えることを示した。そこで、高水敷を有する河川では樹木群の配列が重要な要素となると考えられる。実際、高水敷肩近傍に樹木群が存在する例は多く、先に述べた底面せん断応力の急増については抑制効果があると考えられるが、洪水時の流動および抵抗に及ぼす樹木群の影響を実験的に検討した結果について報告する。

#### 3. 1 実験装置及び実験方法

実験水路は、長さ 13m、幅 60cm で、水路右岸側に図-9 に示すような木製の 1:2 勾配を有する高水敷を設置し、勾配を 0.0011 と固定した。流速はピトー静圧管と差圧トランスデューサーを用いて計測した。樹木の幹部分のみを対象とし、直径 3.5mm の釘を横断方向に 2cm 間隔で 2 列並べて、図-1 に示す位置に上流から 5.5m の位置より 4m 区間にわたって設置した。流れ方向の間隔  $L$  は 4cm と 8cm の 2 通りとし、流量は 10.5 l/s と 20.8 l/s の 2 通りについて行った。

#### 3. 2 実験結果

<水位流量曲線> 図-10 に水位流量曲線を示す。釘列がある場合、同じ流量に対して水深が上昇しており、抵抗の増大を示している。また、水深の増加量は流量の増加とともに増大している。釘の間隔による違いはわずかである。これより合成粗度係数を計算して水深に対する変化を示したのが図-11 である。釘列がない場合には、水深が高水敷高さの 2 倍(約 8cm)で最大となり、水深が高水敷高さをわずかに越えたときに最大となる低水路側壁が直角の場合と異なる特性を示す。釘列がある場合、大きな値を示し、 $H=7 \sim 9$  cm で

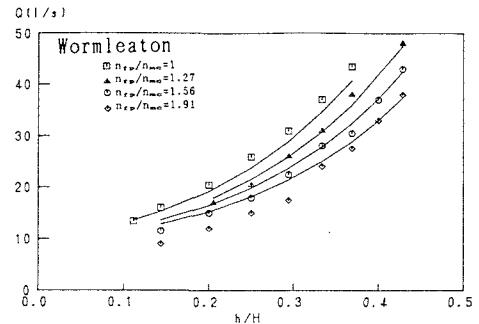


図-8 流量に及ぼす高水敷粗度の効果

ほぼ一定な最大値をとり、これ以上では減少する傾向を示す。

＜平均流速分布＞ 図-12に、釘列がない場合とある場合の主流速の横断分布を示す。本実験では、滑面の低水路において顕著な2次流の発生が認められ、主流速は横断方向に大きく変動している。釘列がある場合、釘列内の流れが形状抵抗により急減速され、これに伴い釘列の両側で大きな流速勾配が現れ、強い横断方向せん断層が形成されている。佐野らは<sup>8)</sup>、樹木2列の場合その影響は小さいと述べているが、流速が大きくなるとこれでもかなりの影響ができることがわかる。流量の増大によって、低水路内の分布は若干減速領域が拡がる程度で大きな変化はないが、高水敷上では、流量が大きくなると高水敷の特に底面近傍の流速が釘がない場合に比べてかなり大きくなっている点が注目される。

＜水深平均流速＞ 水深平均された流速 $U_h$ の横断分布を図-13に示す。流量 $10.5 \text{ l/s}$ の場合、釘列の両側で流速が減少しているが、傾斜面上のせん断層の流速勾配はほぼ平行で大きな変化はない。次に流量 $20.8 \text{ l/s}$ の場合、釘列の両側に対称に約 $10\text{cm}$ 区間が大きく減速され、低水路側の流速勾配も著しく増大している。最も注目すべき点は、高水敷上の $z > 45\text{cm}$ の領域で釘列のある場合の方が平均流速が増大していることである。このことは樹木の存在によって高速流が堤防側に押しやられることを意味し、治水上大きな問題である。また、釘の間隔が密な方が釘部分での減速が大きく、高水敷側壁寄りのピーク流速が大きくなる。

＜底面せん断応力＞ 高水敷上の対数則の適合性については問題が残るもの、対数則法によって底面せん断応力の評価を行った。図-14に流量 $20.8 \text{ l/s}$ の底面せん断応力分布を示す。この方法ではせん断応力は底面近傍の流速で決まるので水深平均流速分布とほぼ相似な分布となるが、高水敷上の値が相対的に大きくなる。したがって、釘のある場合の高水敷側壁寄りの底面せん断応力の増大も大きなものとなる。このピーク値は樹木がない場合の高水敷肩付近に発生するピーク値とほぼ同等であり注意を要する。

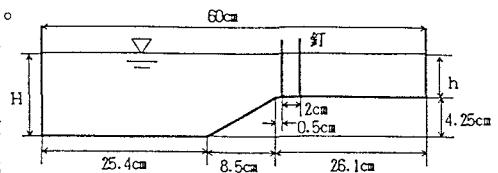


図-9 実験水路断面図

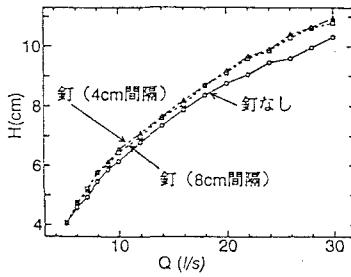


図-10 水位流量曲線

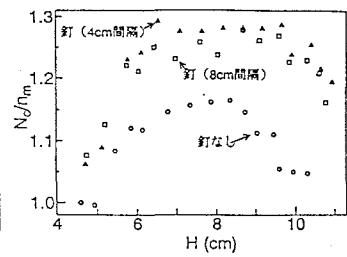


図-11 合成粗度係数

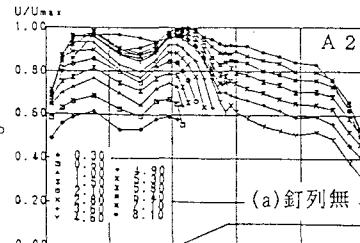


図-12 平均主流速横断分布

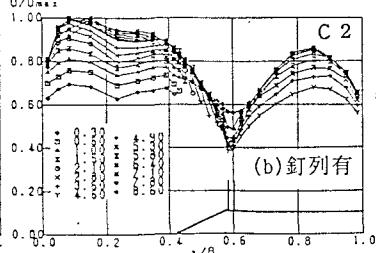


図-12 平均主流速横断分布

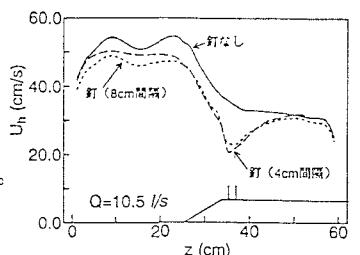


図-13 水深平均流速横断分布の比較

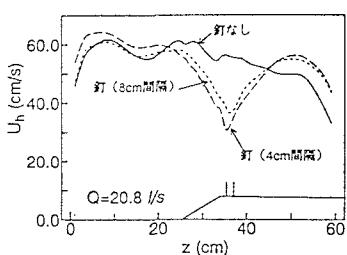


図-13 水深平均流速横断分布の比較

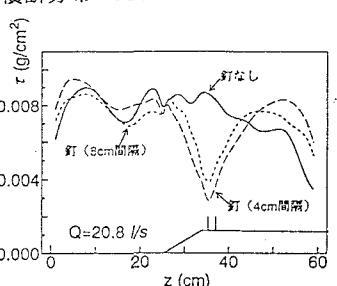


図-14 底面せん断応力分布

#### 4. 高水敷を越流する非定常流の流動特性

洪水時の増水期には流れが大きく荒々しく流れ、減水期には急に穏やかな流れになるといわれるよう、その流れ構造の違いが示唆される。複断面水路における洪水では、高水敷への氾濫と低水路への引き水といった現象が伴い、高水敷を越流する洪水流の非定常性の効果を明らかにすることは重要であると考える。複断面開水路において流量を時間的に変化させ、その流れ構造の時間的变化を調べた結果について報告する。

##### 4. 1 実験方法

実験は3.と同じ水路を用い、すべて滑面で行った。流量はインバータモーターと電磁流速計を組み合わせた流量制御システムを用い、コンピュータで任意のハイドログラフを与えることができる。水路勾配は $S = 0.001$ とし、基底流量を $Q_b = 5 \text{ l/s}$ とした。このとき、水深は3.9cmとなり流れは低水路内に限定される。ピーク流量 $Q_p = 20 \text{ l/s}$ までを $T_p = 60\text{s}, 120\text{s}$ および $240\text{s}$ で増加させ、同じ時間で基底流量まで減少させた。なお、ピーク水深 $h_p$ は約8cmであった。 $T_p = 60\text{s}$ および $120\text{s}$ は実スケールにすると現実の洪水に比べてかなり非定常性が強く、極端な例といえるが、 $T_p = 240\text{s}$ ではオーダー的に実際の急激な洪水を再現したケースといえる。 $T_p = 60\text{s}$ のケースの流量と水深のハイドログラフを図-15に示す。水深は水深立ち上がり点からの時間で示してある。流速は径3mmの超小型プロペラ流速計を用い、水深は容量式波高計を用いて計測した。

##### 4. 2 実験結果

<主流速分布の時間変化> 主流速は水深の立ち上がり点より前4秒間の区間平均値を定常時とし、その点から4秒間ごとの区間平均値の時間的变化を低水路と高水敷について検討した。図-16は $T_p = 60\text{s}$ の時の低水路および高水敷代表位置における平均流速 $U$ の時間変化を示したものである。これを図-15の水深の時間変化と比べると、水深は75秒付近でピークとなるのに対し、低水路の流速は約30秒から45秒にかけて最大となり、ピーク時間に非常に大きなズレがあることがわかる。また、減水期においては、水深は流量が減少しても高い水深を維持しているため、流速はピーク後しばらくしてから定常時の流速よりも小さくなっている。高水敷上の流速は水深のピークの少し前の60秒付近に現れ、低水路のピークよりも遅れることがわかる。従って増水期には低水路と高水敷で大きな流速差が発生し、境界部に強いせん断力が働くといえる。この傾向は $T_p$ を大きくした場合もほとんど同様であり、非定常性が極端に大きい時だけの特性ではないといえる。図-17は $T_p = 60\text{s}$ の増水期と減水期の水深がほぼ等しいときの主流速コンターを示したものである。増水期の $t = 40\text{s}$ のコンターをみると低水路の流速が定常時よりもかなり大きくなり、高水敷に向かって急激に減少し、境界面で非常に大きくな

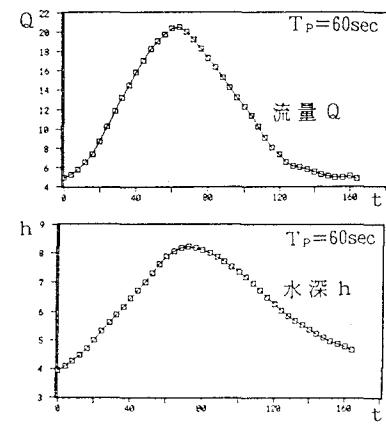


図-15 流量および水深  
ハイドログラフ

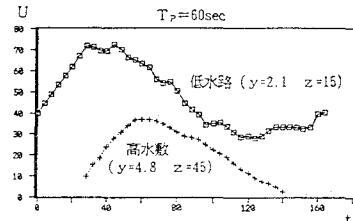


図-16 平均主流速の時間変化

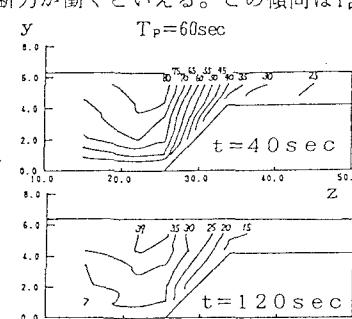


図-17 増水期および減水期の  
主流速コンター

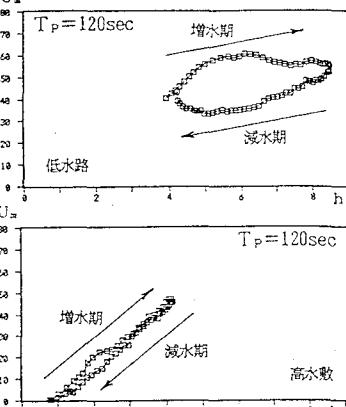


図-18 水深平均主流速と  
水深の関係

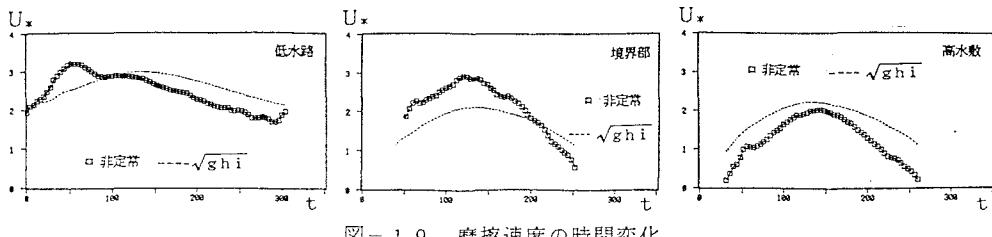


図-19 摩擦速度の時間変化

流速勾配が生じているのがわかる。一方、減水期の  $t = 120\text{ sec}$  では、定常時よりも流速は小さいが、分布形状は定常時の場合と類似している。

<水深平均流速と水深の関係> 図-18は  $T_p = 120\text{ sec}$  の水深平均流速  $U_m$  と水深  $h$  の関係を表したグラフである。このグラフからわかるように  $U_m$  は水深変化に対して時計まわりのループを描いている。ループの面積は非定常性の影響の大きさを表すと考えられ、 $T_p$  の減少とともにループの面積は大きくなつた。また、高水敷ではループの面積が小さくなり、高水敷内では非定常性の影響が小さく、定常流のものに近いといえる。

<摩擦速度分布> 主流速の鉛直分布は定常時、非定常時共に片対数プロットで直線にはほぼ一致しており対数則がほぼ成立していた。摩擦速度と時間との関係を示したもののが図-19である。非定常性を無視した摩擦速度  $U_* = \sqrt{g h i}$  を図中に示している。低水路・高水敷境界領域では対数則から求めた  $U_*$  と時間的にズレがみられ、増水期に定常流を仮定したピーク値よりも大きな値が発生し、特に境界付近ではこのピーク値が大きくなり、洗掘に対して危険となることがわかる。一方、高水敷ではそのズレはほとんどなくなり、定常流に近い流れになる。

##### 5. あとがき

高水敷に比較的大きな粗度を与えた場合、高水敷肩付近に樹木群をおいた場合の流れ構造や抵抗に及ぼす影響を検討した。高水敷の粗度により低水路の減速が顕著となり、低水路内全体の乱れが増大し、界面のせん断応力が増大する。最も特徴的なことは高水敷肩部分のせん断応力が著しく増大することである。

また、このような特性は横断方向の運動量輸送によって説明される。高水敷肩付近に存在する樹木群は、流水断面積に占める割合がわずかであっても大きな抵抗を引き起こし、洪水時に水位を上昇させる。特に水位が増大すると樹木群より外の高水敷上の流速、底面せん断応力が増大する危険性があることがわかった。

また、複断面水路の非定常流の場合、主流速は低水路で非定常生が著しくピーク時間がかなり早く現れるが、高水敷では水位変化と同期しており、増水期の流速差が著しい結果となった。また、摩擦速度は増水期に定常流を仮定した値を大きく上回ることがわかった。

以上、注目すべき知見が得られたが、あくまで限られた実験の結果であって、今後さらなる研究が必要であると考える。最後に、本研究は河川環境管理財團の補助を受けて行われた。記して謝意を表します。

##### <参考文献>

- 1) 富永・江崎・小葉竹：土木学会論文集、第417号／II-13、pp. 129-138、1990
- 2) 福岡・藤田：土木学会論文集、第411号／II-12、pp. 63-72、1989
- 3) 室田・福原・勢田：水工学論文集、第34巻、pp. 409-414、1990
- 4) 富永晃宏：水工学論文集、第36巻、pp. 163-168、1992
- 5) Tominaga, A. and Nezu, I.: Environmental Hydraulics, Balkema, pp. 415-420, 1991
- 6) Wormleaton, P.F. et al.: J. Hydraulic Div., ASCE, vol. 108(9), pp. 975-994, 1982
- 7) 福岡・藤田：土木研究所報告、180の3、1990
- 8) 佐野・野崎・濱谷・中井・管：水工学論文集、第35巻、pp. 483-488、1991