

一般座標系を用いた二次元浅水流モデルによる流況計算

2D Flow Calculation with General Coordinate System

松 木 賢 治¹⁾・清 水 康 行²⁾
by Kenji MATSUKI, Yasuyuki SHIMIZU

A two dimensional numerical model to calculate the flow field in a general non-orthogonal coordinate system is introduced. The two dimensional flow equations in co-orthogonal coordinate system are transformed into a general coordinate system. Here, the two coordinates are not necessarily co-orthogonal, and can be applied to any shape of channel geometry. The boundary conditions along the lateral boundary are easily to be set by introducing contravariant components of flow fluxes. The transformed equations are solved numerically by a finite difference method. The proposed model is tested using a channel with compound cross section where the low-water channel and flood plain of different curvature. Calculations are demonstrated using two different coordinates, the traditional co-orthogonal coordinate system and channel fitted general coordinate system. The calculated results are compared with observed ones and the characteristics and benefits of the proposed method is discussed.

1. まえがき

実際の洪水時の流速と流向、水位、水衝部の範囲などを再現することや、河道整備後あるいは洪水による河道変動後の流況を予測することは、河川構造物の設計や河道計画を策定するうえで重要な課題である。

このため、二次元流況モデルによる流況計算手法の研究・開発が進められており、従来のモデルは直交座標系を用いて、縦横断・平面形状、粗度係数などの境界条件から任意の流量に対して平面的な流速、流向、水位を計算するものであることから、計算格子がすべて直交している必要があり、実河川のように複雑に湾曲し河道幅も一様でない河道に対しては計算が困難であった。

そこで、ここでは二次元流況モデルの実河川への適用を目的とし、従来の直交座標系モデルによらず、計算格子の配置に制約のない任意の河道形状で計算可能な一般座標に変換したモデルを開発するとともに、模型実験を行い開発モデルによる計算値との比較、検証を行った。

開発モデルによる計算は複断面水路を用い、格子点の配置を低水路と高水敷に分けそれぞれを均等に分割して設定した場合と、低水路、高水敷の別なく川幅全体を均等に分割し、各分割区間毎に粗度係数を与えた場合の2通りを行った。前者は従来の分割方法であり、後者は今回新たに試みた方法で、複列河道のように低水路、高水敷が交互に存在する河川への適用に配慮したものである。

1) 株式会社 松木設計事務所 (〒065 札幌市中央区北1西19)

2) 北海道開発局 開発土木研究所 (〒063 札幌市豊平区平岸1-3)

この格子点の配置の違いによる2通りの計算結果を模型実験河道における計測値と比較、検討し、各々の実河川への適合度を評価する。

さらに、中州の存在する実河川への適用例として、実際に起こった洪水の流況再現と、同洪水時に中州が存在しなかった場合の流況予測を行い、河道改修効果の検討を行った。

2. 基礎式の一般座標系への変換

(x, y) を直交座標軸、 (ψ, ϕ) を一般座標軸とし、直交座標系の基本式を一般座標系へ変換する。
直交座標系における運動方程式を(1),(2)式、連続の式を(3)式で与える。

$$\frac{\partial(u^x)^2}{\partial x} + \frac{\partial(u^x u^y)}{\partial y} = -g \frac{\partial H}{\partial x} - \frac{\tau_{bx}}{\rho h} + 2 \frac{\partial}{\partial x} \left(\epsilon \frac{\partial u^x}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\epsilon \frac{\partial u^x}{\partial y} \right) \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\frac{\partial(u^x u^y)}{\partial x} + \frac{\partial(u^y)^2}{\partial y} = -g \frac{\partial H}{\partial y} - \frac{\tau_{by}}{\rho h} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\epsilon \frac{\partial u^y}{\partial x} \right) + 2 \frac{\partial}{\partial y} \left(\epsilon \frac{\partial u^y}{\partial y} \right) \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$\frac{\partial(u^x h)}{\partial x} + \frac{\partial(u^y h)}{\partial y} = 0 \quad \dots\dots\dots (3)$$

ただし、 u^x, u^y は x 軸、 y 軸方向の流速成分、 τ_{bx}, τ_{by} は x 軸、 y 軸方向の河床剪断力、 g は重力加速度、 H は水位、 h は水深、 ρ は流体の密度、 ϵ は渦度粘性係数である。

次に2つの座標系間の座標変換を次式で定義する。

x, y に関する変微分は ψ, ϕ を用いて次式の関係で与えられる。

$$\frac{\partial}{\partial x} = \psi_x \frac{\partial}{\partial \psi} + \phi_x \frac{\partial}{\partial \phi}, \quad \frac{\partial}{\partial y} = \psi_y \frac{\partial}{\partial \psi} + \phi_y \frac{\partial}{\partial \phi} \quad \dots\dots\dots (4)$$

ここで、 $\psi_x = \partial \psi / \partial x$, $\phi_x = \partial \phi / \partial x$, $\psi_y = \partial \psi / \partial y$, $\phi_y = \partial \phi / \partial y$ である。
直交座標系の流速 u^x, u^y と一般座標系の流速の反変成分 u^ψ, u^ϕ の関係は次のように表される。

$$\left. \begin{aligned} u^\psi &= \psi_x u^x + \psi_y u^y \\ u^\phi &= \phi_x u^x + \phi_y u^y \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (5) \quad \left. \begin{aligned} u^x &= -(\phi_y u^\psi - \psi_y u^\phi) \\ u^y &= \frac{1}{J} (\phi_x u^\psi - \psi_x u^\phi) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (6)$$

ただし、 J は座標変換のヤコビアンで、 $J = \psi_x \phi_y - \psi_y \phi_x$ である。

上記の関係を用いて(1),(2)式を書き換えたものを(7),(8)式のように示すと、一般座標系における ψ 方向、 ϕ 方向の運動方程式は(9),(10)式のように表される。また、連続の式は(11)式ようになる。

$$X_L = X_R \quad \dots\dots\dots (7) \quad Y_L = Y_R \quad \dots\dots\dots (8)$$

【一般座標系における運動方程式】

$$\langle \psi \text{方向} \rangle \quad \psi_x X_L + \psi_y Y_L = \psi_x X_R + \psi_y Y_R \quad \dots\dots\dots (9)$$

$$\langle \phi \text{方向} \rangle \quad \phi_x X_L + \phi_y Y_L = \phi_x X_R + \phi_y Y_R \quad \dots\dots\dots (10)$$

$$\langle \text{連続の式} \rangle \quad \frac{\partial}{\partial \psi} \left(\frac{u^\psi h}{J} \right) + \frac{\partial}{\partial \phi} \left(\frac{u^\phi h}{J} \right) = 0 \quad \dots\dots\dots (11)$$

ここで、 X_L, X_R はそれぞれ(1)式の左辺、右辺を ψ, ϕ を用いて書き換えたもの、 Y_L, Y_R はそれぞれ(2)式の左辺、右辺を ψ, ϕ を用いて書き換えたものである。

計算は上記の基礎式を差分化し、境界条件として下流端の水位、上流端で流量を与え、初期条件からすべての格子点で流量の連続条件が満足されるまで繰り返し計算を行う。

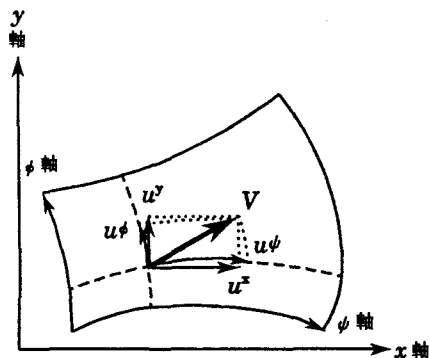


図-1 座標系模式図

3. 河道模型における流況計算

上記計算法を実河川に適用し、格子点の配置の異なる2ケースについて流況計算を行い、計算結果の比較及び模型実験による計測値との比較をし、作成モデルの検証を行う。実験は十勝川中流部1/200縮尺で行われ、流量が 16.44 l/sec (現地換算で $9,300 \text{ m}^3/\text{sec}$)のときの計測値を使用する。模型の平面・横断面形を図-2に示すが、図中の1~6の断面で流速を測定した。

開発モデルによる流況計算は同一条件で格子点の配置を換えた2ケースを行った。図-3に示すケース1は、格子点の配置を低水路・高水敷別にそれぞれ均等に分割したもので、従来から一般的に使われていた配置である。しかし、実河川における解析を行う際には複列河道のように容易に低水路・高水敷に分割して計算出来ない場合がある。そこでそのような場合を考えて低水路・高水敷の境界に関係なく川幅全体を均等に分割し、各格子点ごとにそれぞれ粗度係数を与える方法が図-4に示すケース2である。両ケースとも1断面の分割数は同じになるようにしてある。

模型実験による計測流速を図-5に、ケース1の場合の計算流速を図-6に、ケース2の場合の計算流速を、図-7に示す。図-8は実験における計測断面1~6について流速成分を図示したものである。上から、実験値、ケース1、ケース2の流速分布、横断方向の流速、流下方向の流速、河道横断形状を示した。横断方向の流速に関しては左岸から右岸に向う流れを正とした。

ケース1とケース2の計算結果を比較すると、低水路の流速と河道粗度の境界部分に大きな違いが見られる。流速に関しては、ケース1の計算値の方がケース2の計算値に比べて、低水路内の流速が大きくなり、低水路幅が狭くなるにつれてその差が大きくなる結果となった。低水路と高水敷の境界部分では、流速、流向とも違いがあらわれ、ケース1では境界部分で急に流速が変わるのに対し、ケース2ではケース1に比べて低水路部分と高水敷部分の流速の変化が連続的に変化しており、高水敷に水が乗り上げやすい傾向にあることがわかる。高水敷部の流速についてはケース1の方が多少小さくなる傾向にあるが、ほとんど同じであるといえる。

これらの計算流況と実験値と比較すると、低水路内の流速についてはケース1の方が直線部分である断面5、6での再現性が良いが、湾曲部分ではケース2の方が

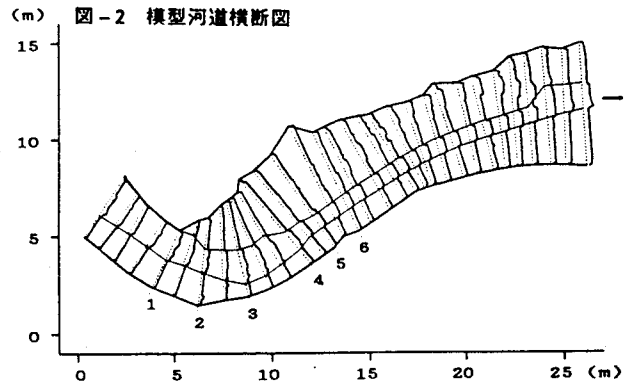


図-2 模型河道横断面図

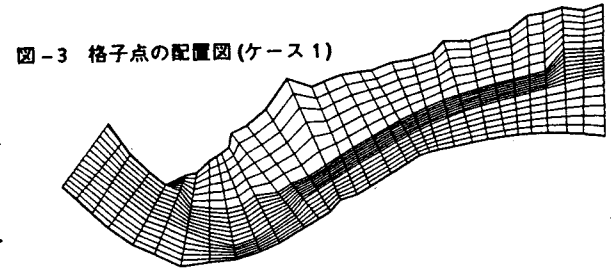


図-3 格子点の配置図(ケース1)

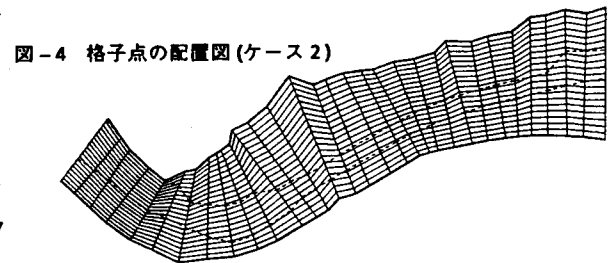


図-4 格子点の配置図(ケース2)

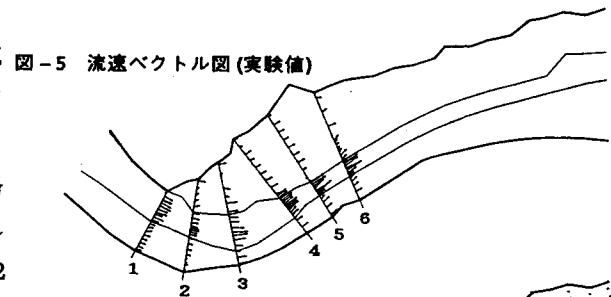


図-5 流速ベクトル図(実験値)

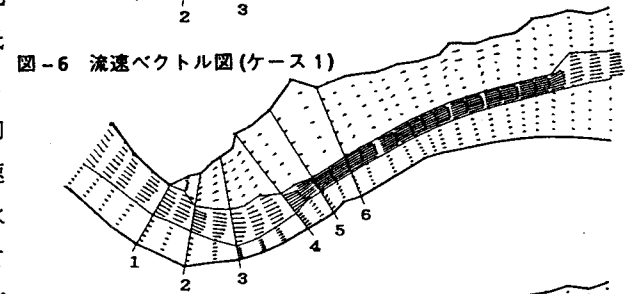
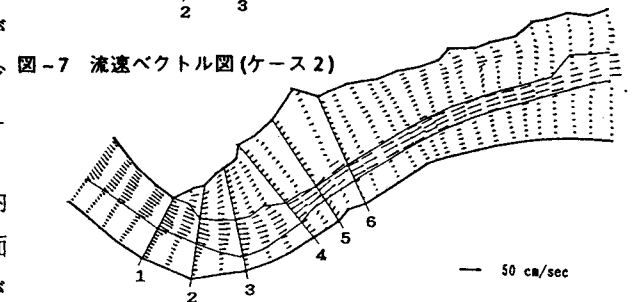


図-6 流速ベクトル図(ケース1)



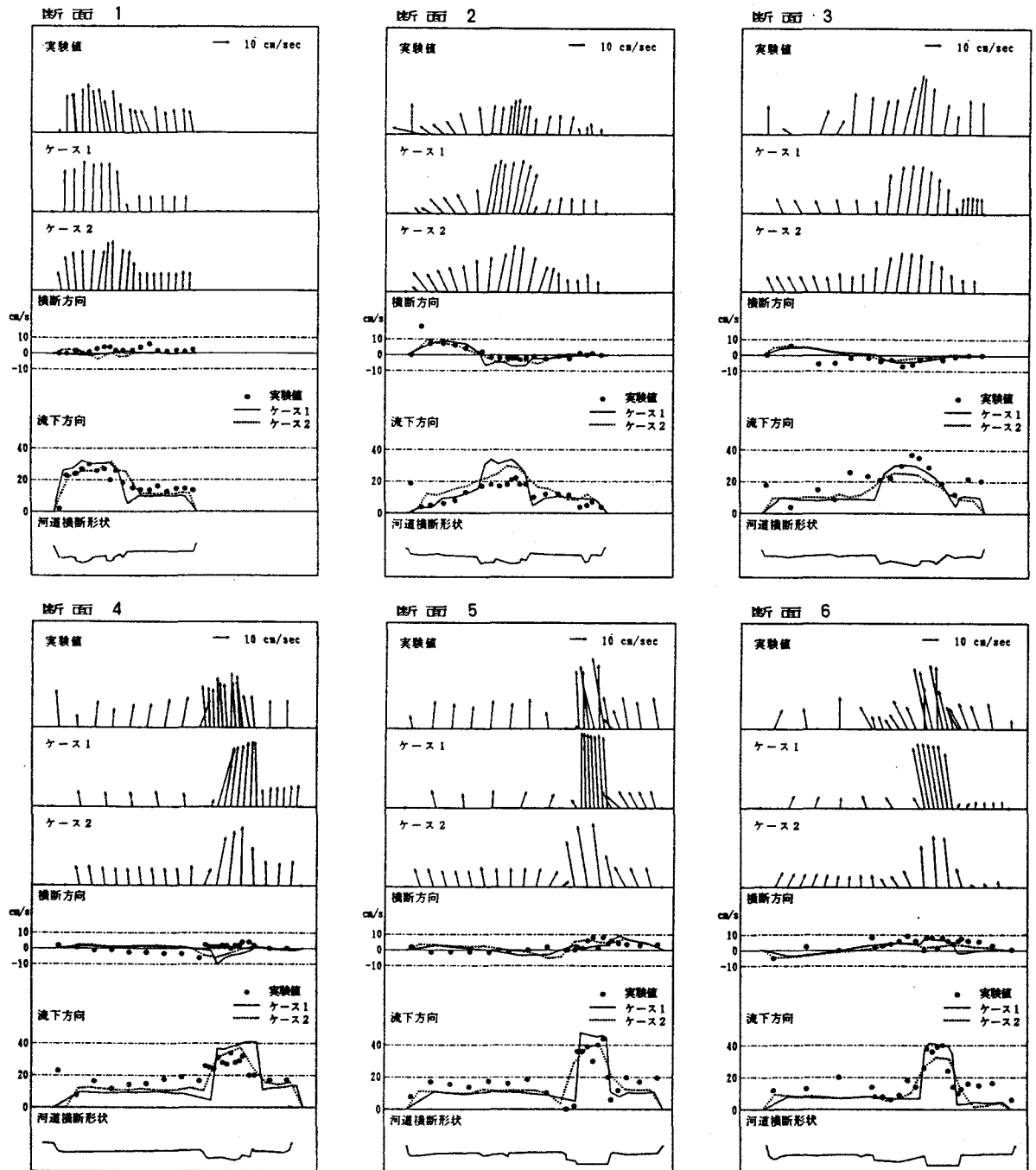


図-8 流速成分図

良く再現されている。ケース1とケース2の計算結果が最も異なる境界部分については、ケース2の方が再現性が良い。高水敷部における流速は、ケース1とケース2ではほとんど差はなく、実験値の一部に乱れがある箇所を除くと、概ね再現されている。これらのことより、ケース1、ケース2ともに流れの傾向はほぼ再現されているが、境界部分も含めた全体的な流況形状はケース2の方が良く捉えている。

今回、開発モデルによる検証の結果、模型実験による流況を良好に再現できることが確認された。特に今回試みたケース2のような格子点の配置であっても計算精度の低下は認められないため、従来の格子点の配置法では計算が困難であった複列河道についても容易に計算することが可能となり、実河川への適用範囲が広がられた。

4. 実河川への適用

ここでは、中州の存在する実河川について洪水時の流況再現計算と中州を除去した場合の流況予測計算を行い、中州の有無によって流況がどのように変化するか検討した例を示す。対象河川は図-9に示す沙流川河口部についてKP4/0~KP6/2の区間を対象に流況計算を行った。この区間のうちKP 0/1~KP 8/1の間の低水路内に大きな中州が存在しており、低水路が2つに分かれているため、従来の格子点の配置法では適切な配置ができない状態になっている。この対象区間を縦断方向に50m毎に分割し、横断方向には川幅全体を均等に40分割した。粗度係数は低水路で0.035、高水敷で0.055とし、中州部分は高水敷と同じ値とした。この河道に平成4年8月洪水時におけるピーク流量 $4,000.7\text{m}^3/\text{s}$ 流下時の流況計算を行った。中州が存在する場合の平面・横断面を図-10に、流況計算結果を図-11に示す。中州を除去した場合の平面・横断面を図-12に、同条件で流況計算を行った結果を図-13に示す。ここで除去する中州はKP 0/1~KP 8/1の区間に存在するものとし除去後の河床高は計画河床高+1mとした。またその部分の粗度係数は低水路の値を使用した。

図-9 対象河川平面図



図-14は中州が有る場合と無い場合の各断面の平均水位について図示したもので、図-15はKP 0/1, KP4/1, KP 8/1の断面について流速成分を図示したものである。上から中州が有る場合、無い場合の流速分布、横断方向、流下方向の流速成分の比較図、水位と河道横断形状を示している。

計算の結果中州を除去した場合、中州の存在区間及びその上流で水位が大きく低下している。中州下流については水位の変化はほとんど無いが、中州存在区間直下の水位がわずかに上昇している。これは、中州の存在する区間の流下能力が向上したためと考えられる。流速については、低水路内の流速が大きくなり、高水敷部の流速は大幅に低下する結果となった。

検討の結果、この洪水発生時には中州が存在し河岸欠壊を起こしているが、流下能力に支障を与えている中州を取り除くことにより流向は安定し、高水敷部の流速も弱まることから、同洪水が発生しても河岸欠壊

図-14 水位図

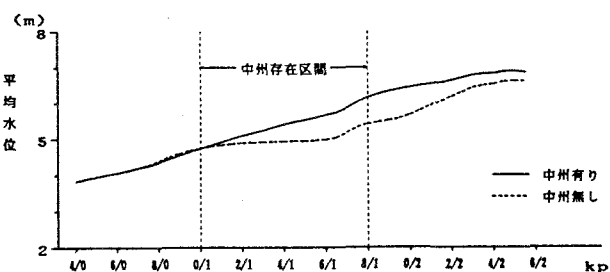


図-10 河道横断面図(中州有り)

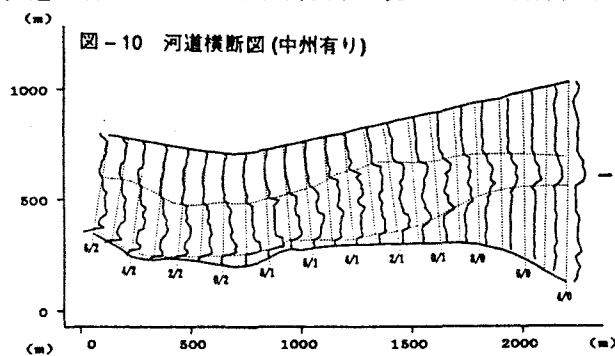


図-11 流速ベクトル図(中州有り)

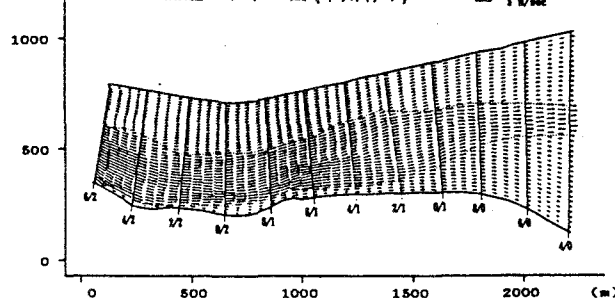


図-12 河道横断面図(中州無し)

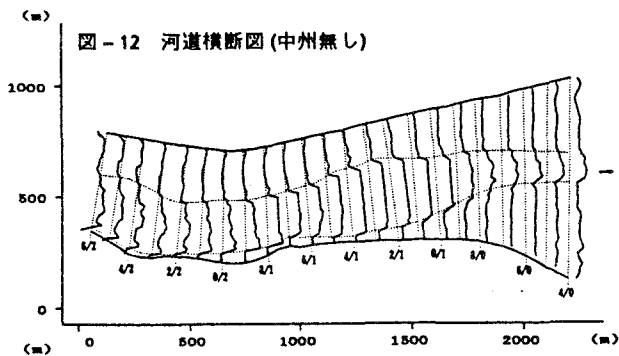
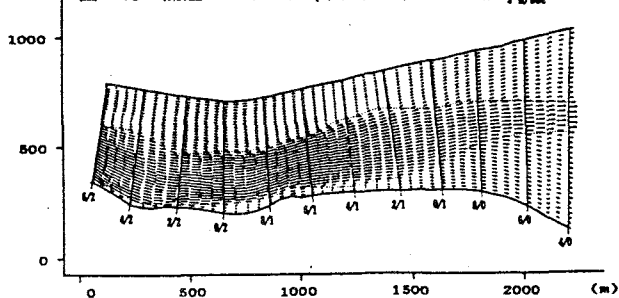


図-13 流速ベクトル図(中州無し)



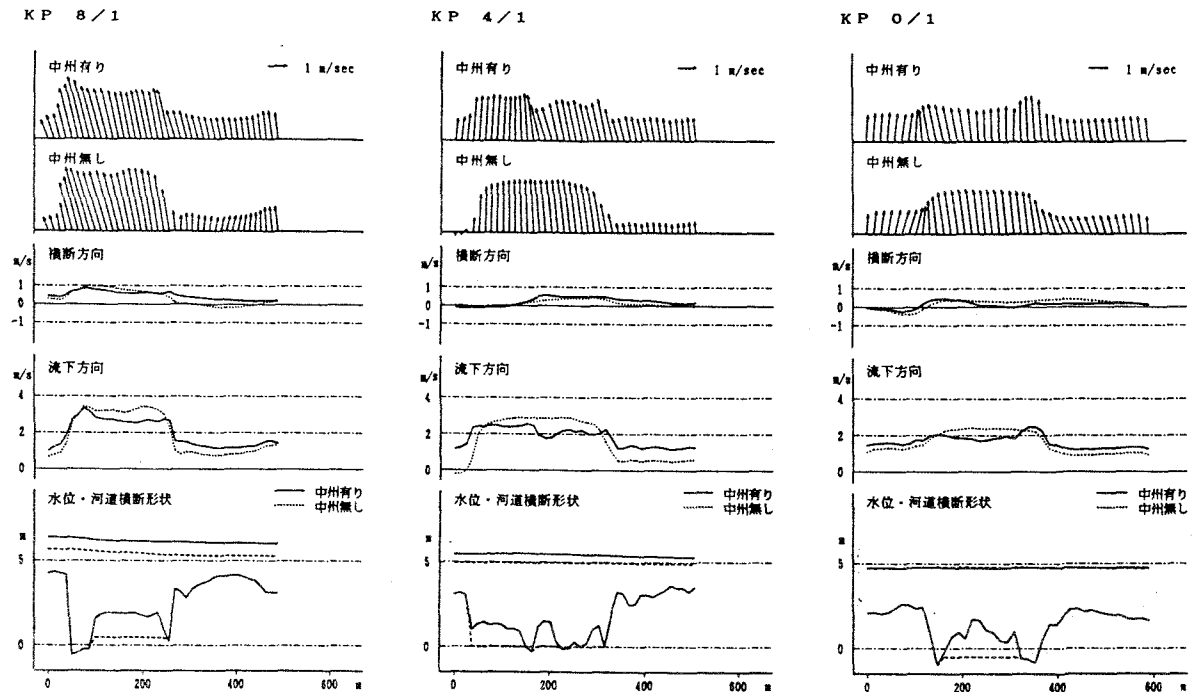


図-15 流速成分・水位・河道横断図

の発生はないものと予測される。

今回の検討では、実績データが不足していたため、実測値と再現計算結果の比較は行えなかったが、検討結果は、経験的に考えられる内容と一致しており、再現値及び予測値は河道の流下特性を良く捉えているものと考えられる。

5. あとがき

今回の研究は、二次元流況モデルを実河川に適用することを目的に、従来方法では計算が困難であった河道形状に対する計算方法として一般座標系を用いた流況計算モデルを検討し、格子点の配置方法を変えて計算し検証を行った。模型実験における計測結果により、計算格子点の配置により計算結果が異なることがわかり、計算に用いる格子点の配置には十分に検討する必要がある。また、ここで複雑な河道形状に対し、容易に計算できるよう新たに試みた格子点の配置方法も有効であることがわかり、より実河川への適用が容易に行えるようになったと言える。今後は、実河川における洪水時の実測データを用いて流況計算の精度を検証し、より実河川への適用性にむけて研究・開発を行っていきたい。

参考文献

- 1) 畑 敏夫、清水康行、崇田徳彦：一般座標系を用いた2次元流れと河床変動の計算、第34回北海道開発局技術研究発表会資料、平成3年2月
- 2) 崇田徳彦、清水康行、山下恭正：一般座標系を用いた常射流混在流れの計算法の開発、第34回北海道開発局技術研究発表会資料、平成3年2月
- 3) 清水康行：沖積河川における流れと河床変動の予測手法に関する研究、北海道開発局開発土木研究所 平成3年2月
- 4) 河道設計論(案)、河道変化予知研究会、平成元年3月