

開水路主流・死水域境界付近の流れ解析

Characteristics of Temporal Velocity Variations along Interface
between Main Flow and Dead Zone in Open Channels

木村 一郎¹⁾ , 細田 尚²⁾

by Ichiro KIMURA and Takashi HOSODA

The characteristics of the velocity fluctuations at the interface between the main flow and the dead zone are investigated both experimentally and numerically in the paper. The vortex formation processes in the mixing layer between two flow regions (main flow and dead zone) are reproduced numerically by means of the 2D plane open channel flow equations in the variable grid system. It will be pointed out through the comparison of the results of the numerical simulations to the laboratory tests that the velocity fluctuations can be divided into the two components of the seiche and the shear layer instability and that the later component is amplified to the large scale vortex, as shown in the photograph of visualization, when the resonance of both the components occurs.

Keywords: Numerical Analysis, Open Channel Flow, K-H Instability

1. はじめに

自由せん断流中では流れのK-H不安定性に起因して組織的な渦運動が起こることが知られており、この現象については従来から多くの研究がなされてきた。水表面を有する開水路流れにおいても、流れの合流部、複断面水路の流れおよび植生を伴う流れなどで同様の現象が観察され、実験的、理論的研究が行われている[1, 2]。これらの現象の数値解析については、種々の乱流モデルを用いた解析例が報告されているが、比較的簡単な平面2次元モデルについても基礎式の線形安定解析、および急拡部の渦現象の数値解析結果等より渦現象への適用可能性が確認された[3]。平面2次元モデルは基礎式が単純で計算に要する時間も比較的短いため、実用的な手法であると考えられる。本研究ではこの平面2次元モデルを開水路主流・死水域界面の組織渦現象に適用し流れの再現を試みる。死水域界面では下流側の壁面で渦の成長がおさえられること、死水域内のセイシュの影響を受けることなど、急拡部等他の混合層での組織渦にはみられない特有の現象が生ずる。特に、セイシュとの相互作用は渦の発生・発達に大きく影響を与える。これらの現象に対する平面2次元モデルの適用性を、水理実験結果と比較することにより検討する。

2. 流れの対象領域および水理実験

図-1に示すような開水路矩形死水域と主流との界面付近の流れを対象とし、流れの特性を把握するために水理実験が行われた。実験には、幅25cm、長さ10m、勾配1/500の長方形断面の水路が用いられ、水路の中

- | | | |
|------------------|-----------|-------------------|
| 1) 和歌山工業高等専門学校助手 | 土木工学科 | (〒644 御坊市名田町野島77) |
| 2) 京都大学講師 | 工学部土木工学教室 | (〒606 京都市左京区吉田本町) |

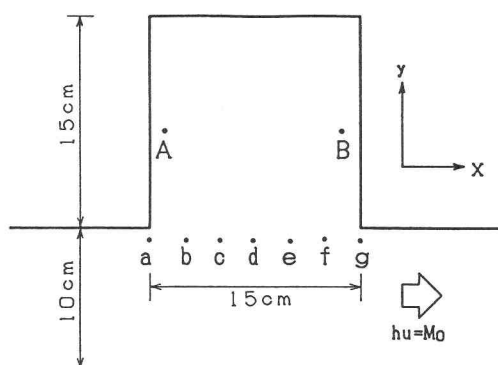


図-1 死水域および流速測定点

表-1 実験・計算の諸条件

流量フラックス M_0 (cm ² /s)	下流端水深 h_e (cm)	動粘性係数 ν (cm ² /s)	水路床勾配 $\sin \theta$	定数 α
25.5	1.0	0.917×10^{-2}	1/500	RUN1, 2 0.3 RUN3 0.6
フルード数 $Fr=0.81$	格子サイズ RUN1 1.25mm等メッシュ RUN2, 3 可変メッシュ (最小格子幅0.22mm)	時間ステップ Δt RUN1 3×10^{-4} (s) RUN2, 3 5×10^{-5} (s)	レイノルズ数 $Re=2781$	

$$Pr = M_0 / (h_e \sqrt{g \cdot h_e})$$

中央付近に15cm×15cmの正方形の死水域が設けられた。また、主流の幅は10cmとした。図-1中のa～gの7点は流速測定点で、流速測定は直径3mmの超小型プロペラ流速計を用いた。各点は界面より1cm主流よりとしたが、これはプロペラ流速計の測定可能最低流速を考慮してのことである。実験の条件は計算条件とともに表-1に示した。流れの様子を定性的に把握するため、アルミニウム粉末により可視化し、シャッタースピードを遅くして流れの写真撮影を行った。写真-1は死水域内の流れの様子で、大きい主循環流と隅角部の副循環流の2種類のスケールの循環流が生じていることがわかる。写真-2は死水域・主流界面を撮影したもので、大規模渦の発生が見られる。死水域内には後述(図-9)の流速変動に対応した約1秒周期の水面変動が観察された。閉鎖性水域の固有振動周期は一般に次式で表される。

$$T_0 = \frac{2L}{m\sqrt{gh}} \quad (m=1, 2, \dots)$$

ただし、L：閉鎖性水域の長さ、h：水深、g：重力加速度である。これに本研究で対象とした死水域の幅L=15cm、水深h=1cmを代入すれば、m=1の場合 $T_0 \approx 0.958$ (s)であり、実験での水面変動周期とほぼ一致している。従って、約1秒周期の水面変動は死水域内に主流と平行な方向に生じているセイシュであると考えられる。さらに、ビデオ撮影を行い、渦の発生周期、発生位置、渦の規模等について観察を行った。その結果、写真-2に示した大規模な渦の発生周期は約1秒であり、セイシュの周期とほぼ一致していること、この大規模な渦の上流側に小規模な渦が連なっていることが観察された。すなわち、せん断不安定による渦の発生周期はセイシュの周期より短く、セイシュと共鳴したときに写真-2に示した大規模な渦に増幅していると考えられる。なお、流速の測定結果については数値解析結果と比較しながら後ほど検討を行う。

3. 基礎式

本研究で用いた平面2次元モデルの基礎式を以下に示す。

連続式：

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial M}{\partial x} + \frac{\partial N}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

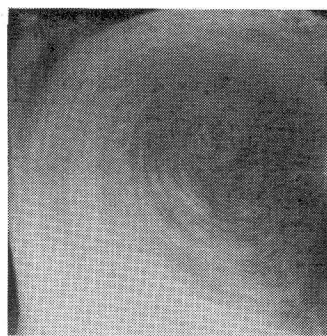


写真-1 死水域内の流れ

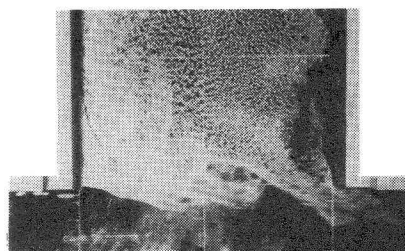


写真-2 界面の流れ

運動方程式：

$$\frac{\partial M}{\partial t} + \frac{\partial \beta u M}{\partial x} + \frac{\partial \beta v M}{\partial y} + g h \frac{\partial h}{\partial x} = g h \sin \theta - \frac{f}{2} u \sqrt{u^2 + v^2} + \frac{\partial -\overline{u'^2} h}{\partial x} + \frac{\partial -\overline{u'v'}}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial}{\partial x} h \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} h \frac{\partial u}{\partial y} \right) \quad (2)$$

$$\frac{\partial N}{\partial t} + \frac{\partial \beta u N}{\partial x} + \frac{\partial \beta v N}{\partial y} + g h \frac{\partial h}{\partial y} = -\frac{f}{2} v \sqrt{u^2 + v^2} + \frac{\partial -\overline{u'v'} h}{\partial x} + \frac{\partial -\overline{v'^2} h}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial}{\partial x} h \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} h \frac{\partial v}{\partial y} \right) \quad (3)$$

ここに、 h ：水深、 (u, v) ：水深平均流速ベクトルの (x, y) 方向成分、 (M, N) ：各々 $M = h u$ 、 $N = h v$ で定義される流量フラックス、 (u', v') ：変動流速の (x, y) 方向成分、 ν ：動粘性係数、 θ ：水路床勾配、 f ：摩擦損失係数でレイノルズ数の関数、 β ：運動量係数で層流の場合1.2で乱流で1.0、 (x, y) ：空間座標、 t ：時間を表す。水深平均レイノルズ応力テンソル $-\overline{u'_i v'_j}$ は、平面2次元の $k-\epsilon$ モデル、あるいはより簡単に次式で表される。

$$-\overline{u'_i u'_j} = D_h \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} k \delta_{ij}, \quad D_h = \alpha h u_*$$

ここで、 u_* ：摩擦速度 $(= \sqrt{f(u^2 + v^2)/2})$ 、 k ：水深平均乱れエネルギー、 α ：係数である。また、 i, j はともに1, 2の値をとり、1は x 方向、2は y 方向を意味する。なお、乱れエネルギー k については欄津による実験式を水深方向に積分して得られる $2.07 \cdot u_*^2$ で評価した[4]。

4. 計算条件および数値解析

数値解析は2節で述べた水理実験の条件とはほぼ一致するように行われた。表-1に計算の条件を、表-2に初期条件と境界条件を示す。計算はRUN1~3の3ケースで行った。RUN1は格子幅1.25mmの等メッシュ系を用い、RUN2, 3は界面付近と壁面近傍を細かくした可変メッシュ系（最小格子幅0.22mm）を用いた。また、渦動

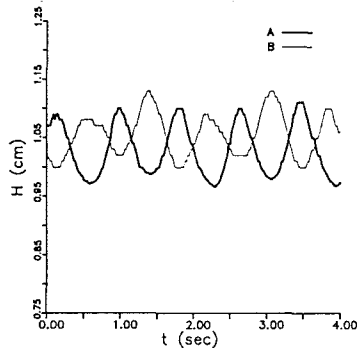


図-2 水深変動(RUN1)

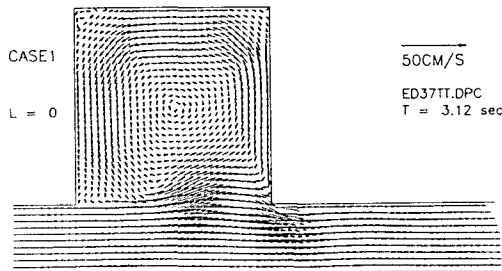


図-3 流速ベクトル(RUN1)

表-2 計算の初期条件・境界条件

初期条件	死水域内 主流部	$M=0, N=0, h=h_e$ $M=M_e, N=0, h=h_e$
境界条件	上流端 下流端	$M=M_e, N=0,$ $h=h_e, \partial M/\partial x=0, \partial N/\partial y=0$
壁面のせん断応力		
RUN1 $u_* \Delta/2/h \leq 10$: non-slip		
$u_* \Delta/2/h > 10$: 対数則で u_* を評価		
RUN2, 3 non-slip (Δ:格子サイズ)		

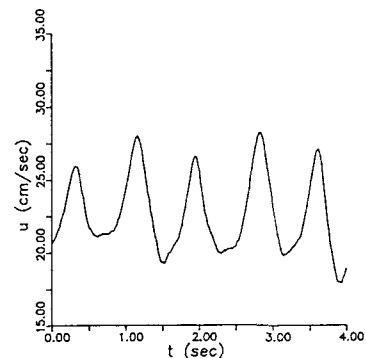


図-4 d点の流速変動(RUN1)

粘性係数にかかる定数 α としてはRUN1,2では0.3、RUN3では0.6とした。計算法はコントロール・ボリューム法を用い、陽解法により計算を進めた。計算スキームとしては運動方程式の慣性項にはAppendix Aに示した可変メッシュ系の2次元QUICKスキームを用い、時間積分にはアダムス・バッシュフォース法を採用した。x-方向運動方程式(2)式の差分スキームをAppendix Aに示した。

図-2は図-1におけるA, B点のRUN1における水深変動の計算結果である。1秒弱の周期で逆位相となっており、死水域内に主流と平行な方向に生じているセイシュが再現されていることがわかる。図-3はRUN1による流速ベクトルを示したものである。死水域内には主循環流、隅角部には副循環流が再現されている。しかし、界面には周期的な変動が生じているものの大規模渦は再現されていない。図-4は図-1の点dでの流速変動で、1秒弱の周期的変動がみられるが、後に図-9に示す実験結果にみられる短周期変動は再現されていない。

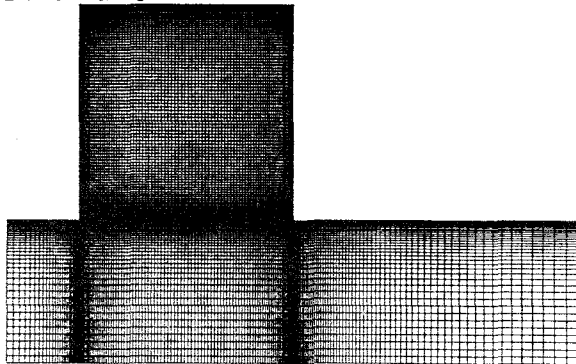


図-5 可変メッシュ系

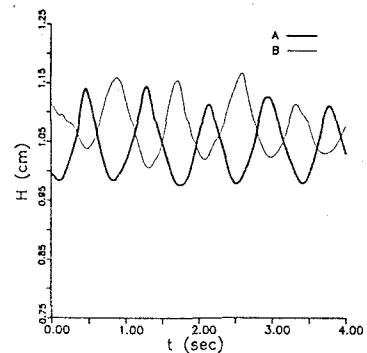


図-6 水深変動(RUN2)

RUN2,3では界面付近の格子サイズを小さくした可変メッシュ系(図-5)を用いて計算を行った。可変メッシュ系では壁近傍の流速分布を再現するため、次のような減衰関数を渦動粘性項に乘じた。(Bは[5]参照)

$$B \cdot \left\{ 1 - \exp \left(-c \left(\frac{zu_{*w}}{\nu} \right)^2 \right) \right\}^2 \quad \text{ただし、} B = \begin{cases} 4.0(z/H) \cdot (1 - (z/H)) & z \leq H/2 \\ 1.0 & z > H/2 \end{cases}$$

ここで、 z :壁面からの距離、 u_{*w} :最も近い壁面での摩擦速度、 c :定数で $c=20.0$ とした。図-6はRUN2における水深変動で、RUN1の場合と同じく1秒弱の周期のセイシュが再現されていることがわかる。図-7はRUN2

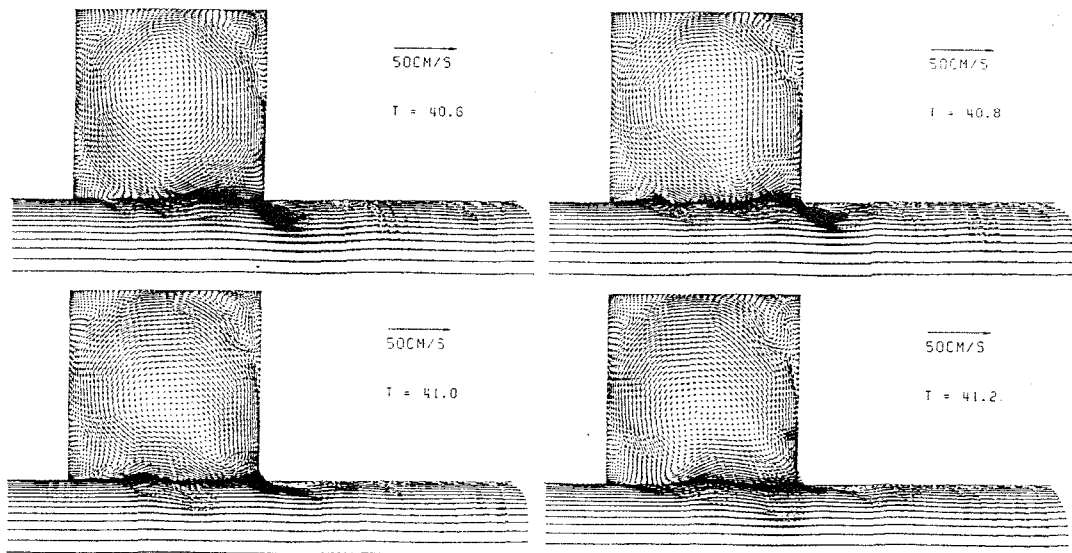


図-7 流速ベクトル(RUN2, 0.2秒間隔)

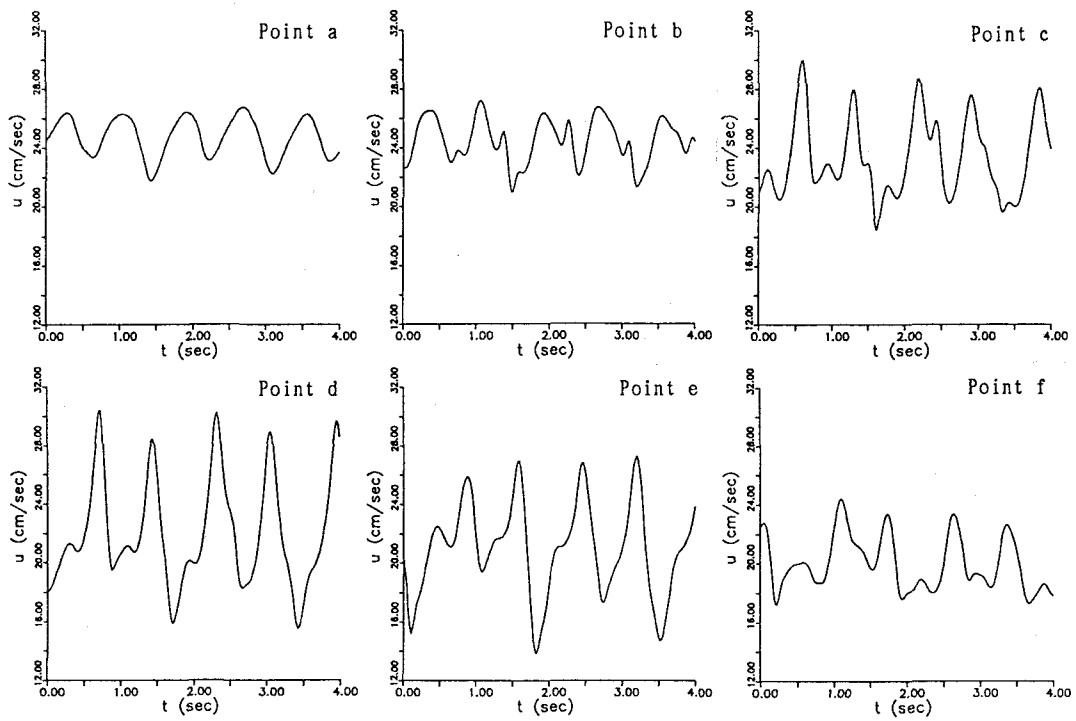


図-8 流速変動 (RUN2, a ~ f 点の位置は図-1 参照)

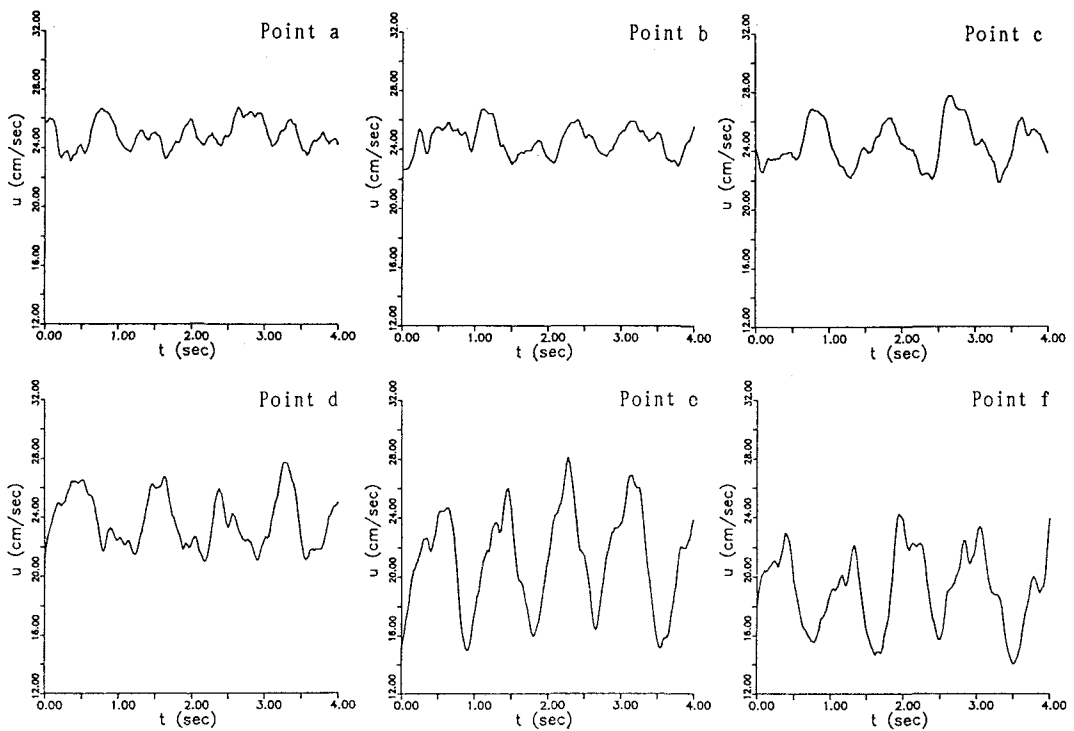


図-9 流速変動 (実験, a ~ f 点の位置は図-1 参照)

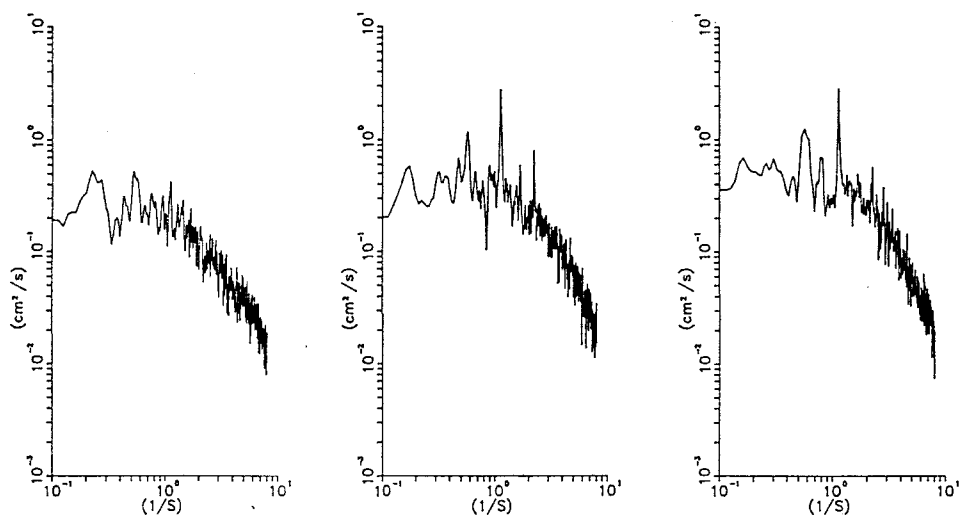


図-10 実験データのスペクトル、左からb, d, f点(図-1参照)

による流速ベクトル図で0.2秒間隔で示している。大規模渦の再現がみられ、渦の発生の周期は約1秒で実験とはほぼ一致している。ただし、渦の発生位置が実験より少し上流であり、渦の消滅も早い。また、渦の規模も写真-2と比較して小さく再現されている。図-8、図-9は図-1に示したa~f点の流れ方向の流速変動に関して計算結果と実験結果を比較したものである。また、図-10は実験結果のスペクトルで、b, d, fの3点について示した。実験結果、計算結果ともに流速変動は約1秒の周期の大きな変動と、短周期の小変動とからなっている。図-10のスペクトルについても点d, fで約1秒と約0.5秒付近にスペクトルピークがみられる。多くの流速ベクトル図と図-8の流速変動との比較から、約1秒の変動は写真-

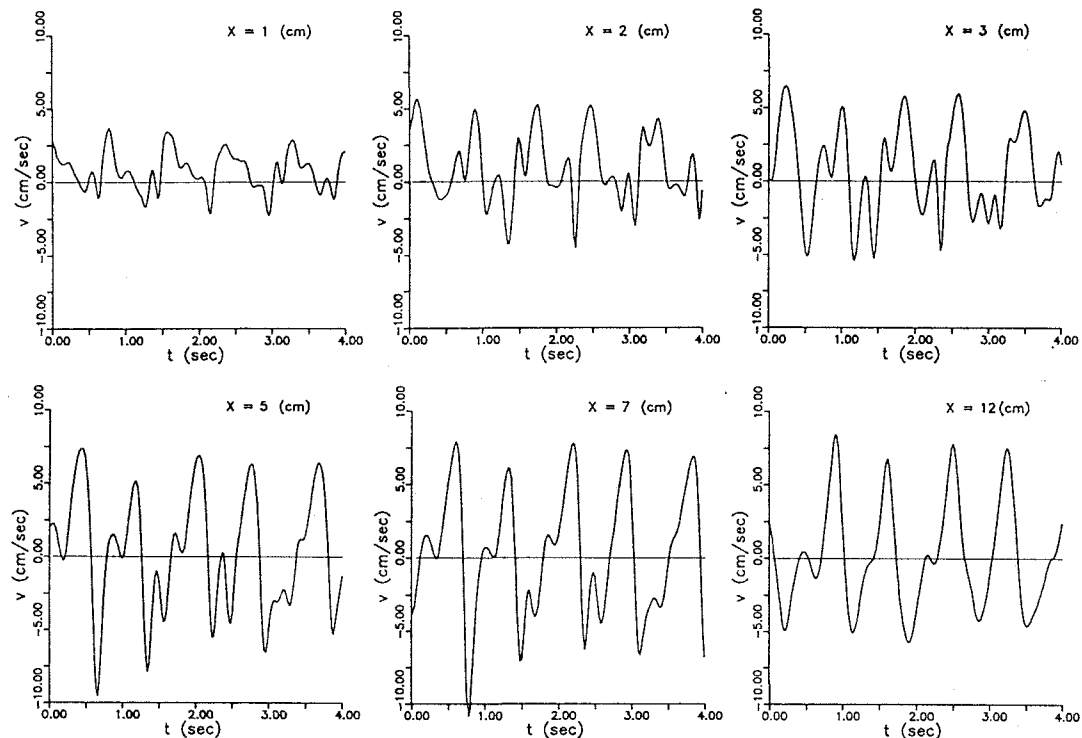


図-11 界面におけるy-方向の流速変動(RUN2)

2に見られる大規模な渦の通過に対応しており、短周期の小変動は大規模な渦には発達しない変動であることが確認された。このことから、流れのせん断不安定に起因する変動はセイシュより短い周期で発生しているが、この変動が大規模渦にまで発達するのはセイシュと共鳴した場合であることが推測される。

次に、界面上の横断方向の流速変動特性について検討を行う。図-11は界面上の横断方向流速変動である。死水域上流端からのx座標を図中に示す。大規模な渦に対応する約1秒周期の変動と、短周期の小変動とは、下流に行くにつれてその振幅が増幅されていく。死水域入口より3cm付近で短周期変動の振幅はほぼ最大となりこの後減衰していくが、大規模な渦の周期に対応する1秒弱の周期はなおしばらく増幅していく。12cm下流ではほぼ短周期変動が消え、約1秒の周期変動のみが見られる。このことから、せん断不安定により発生した変動は流下とともに増幅→減衰の過程をたどるが、セイシュと共鳴せず大規模渦に至らない小変動は早く減衰し、大規模な渦にまで発達した変動のみが淘汰される過程が再現されているものと思われる。

次に、可変メッシュ系のもとで渦動粘性係数が計算結果に与えるの影響について考察する。RUN3として渦動粘性係数にかかる定数 α の値を0.3から0.6と大きくして計算を行った。図-12は図-1のD点における流下方向の流速変動で、変動の周期はRUN2とほぼ同じ結果となった。しかし、RUN3では変動の振幅がRUN2に比べてかなり小さくなっており、より実験値に近い再現結果となっている。図-13はRUN3での流速ベクトル図で、RUN2と同様約1秒周期の大規模渦が再現されているが、渦の発生位置、渦の規模等はRUN2と比較して改善はみられなかった。

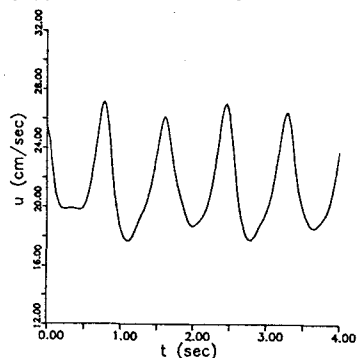


図-12 d点の流速変動(RUN3)

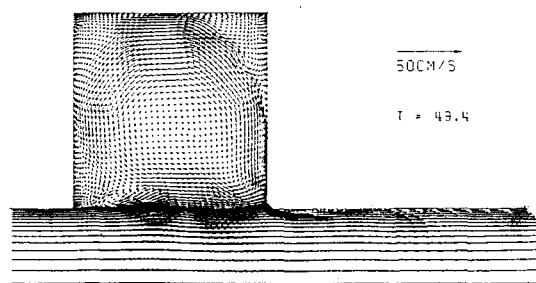


図-13 流速ベクトル(RUN3)

5. おわりに

本研究は、開水路平面2次元流れの基礎式を用いて死水域・主流界面における流れの数値解析を試みたものである。界面では死水域内のセイシュと流れの不安定との相互作用により流速変動が生じ、両者が共鳴したときに可視化写真にみられる大規模な渦が発生することが確認された。平面2次元モデルによってこれらの現象の再現を試みた結果、界面付近を十分細かくした計算格子を用いれば渦の再現は可能であり、渦の発生周期等はかなり正確に再現できることがわかった。しかし渦の発生位置、規模等については実験結果と多少相違した再現結果となった。比較的単純なモデルを用いた本手法は組織渦の簡易な計算法として実用性が高いと考えられ、今後モデルの改良とともに八木が指摘した周波数ジャンプ[6]等のより詳細な現象や、実現象への適用について検討していきたい。なお、本研究の一部は平成4年度科学研究費補助金奨励研究(課題番号04750506)の補助をうけて行われたことを附記する。

参考文献

- [1] 中川・瀬津・室屋・松本：土木学会論文集 第387号/Ⅱ-8, pp.153~162, 1987.
- [2] 池田・太田・長谷川：土木学会論文集 第443号/Ⅱ-18, pp.47~54, 1992.
- [3] 細田・木村：水工学論文集 第37巻, pp.463~468, 1993.

[4] 瀬津・中川：土木学会論文集 第387号／Ⅱ－8，pp.125～134,1987.

[5] 富永：京都大学博士論文，pp.118～122,1987.

[6] 八木：京都大学博士論文，pp.57～59,1984.

Appendix A

可変メッシュ系における式(2)の差分式を示す。
移流項にQUICKスキームを時間積分にアダムス・バシ
ュフォース法を用いる。図-A1の点(i, j+1/2)でのx
方向の流量フラックスMを求める場合を考える。

$$\begin{aligned} & \frac{M_{i,j+1/2}^{n+1} - M_{i,j+1/2}^n}{\Delta t} + \frac{3}{2} F_s^n - \frac{1}{2} F_s^{n-1} \\ & = [\text{圧力項}]_{i,j+1/2} + [\text{底面摩擦項}]_{i,j+1/2} \\ & + [\text{レイノルズ応力項}]_{i,j+1/2} + [\text{粘性項}]_{i,j+1/2} \end{aligned}$$

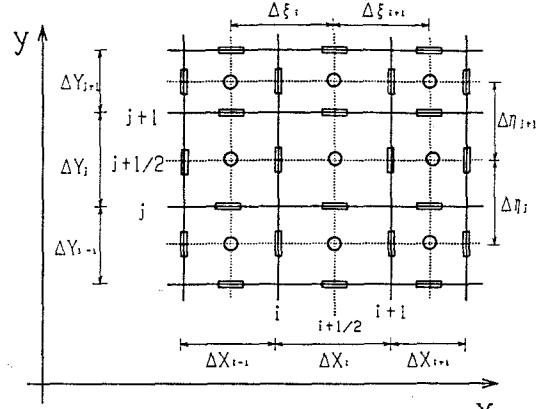


図-A1 可変メッシュにおける記号の説明

右辺はそれぞれの項の点(i, j+1/2)での差分を表す。

$$F_s^n = \frac{u_{i+1/2,j+1/2}^n M_d^n - u_{i-1/2,j+1/2}^n M_u^n}{\Delta x_i} + \frac{v_{i,j+1}^n M_r^n - v_{i,j}^n M_l^n}{\Delta y_j}$$

$$\begin{aligned} M_d^n &= \frac{M_{i+1,j+1/2}^n + M_{i,j+1/2}^n}{2} \\ & - \frac{\Delta x_i^2}{8} \cdot \frac{\{\Delta x_{i-1} M_{i+1,j+1/2}^n - (\Delta x_i + \Delta x_{i-1}) M_{i,j+1/2}^n + \Delta x_i M_{i-1,j+1/2}^n\}}{\Delta x_i \Delta x_{i-1} (\Delta x_i + \Delta x_{i-1}) / 2} \\ & + \frac{\Delta y_j^2}{24} \cdot \frac{\{\Delta \eta_j M_{i,j+3/2}^n - (\Delta \eta_j + \Delta \eta_{j+1}) M_{i,j+1/2}^n + \Delta \eta_{j+1} M_{i,j-1/2}^n\}}{\Delta \eta_j \Delta \eta_{j+1} (\Delta \eta_j + \Delta \eta_{j+1}) / 2} \end{aligned}$$

$$u_{i+1/2,j+1/2} \geq 0$$

$$\begin{aligned} M_u^n &= \frac{M_{i+1,j+1/2}^n + M_{i,j+1/2}^n}{2} \\ & - \frac{\Delta x_i^2}{8} \cdot \frac{\{\Delta x_i M_{i+2,j+1/2}^n - (\Delta x_i + \Delta x_{i+1}) M_{i+1,j+1/2}^n + \Delta x_i M_{i,j+1/2}^n\}}{\Delta x_i \Delta x_{i+1} (\Delta x_i + \Delta x_{i+1}) / 2} \\ & + \frac{\Delta y_j^2}{24} \cdot \frac{\{\Delta \eta_j M_{i,j+3/2}^n - (\Delta \eta_j + \Delta \eta_{j+1}) M_{i,j+1/2}^n + \Delta \eta_{j+1} M_{i,j-1/2}^n\}}{\Delta \eta_j \Delta \eta_{j+1} (\Delta \eta_j + \Delta \eta_{j+1}) / 2} \end{aligned}$$

$$u_{i+1/2,j+1/2} < 0$$

$$\begin{aligned} M_r^n &= \frac{\Delta y_{j+1} M_{i,j+1/2}^n + \Delta y_j M_{i,j+3/2}^n}{\Delta y_j + \Delta y_{j+1}} \\ & - \frac{\Delta y_j \Delta y_{j+1}}{8} \cdot \frac{\{\Delta \eta_j M_{i,j+3/2}^n - (\Delta \eta_j + \Delta \eta_{j+1}) M_{i,j+1/2}^n + \Delta \eta_{j+1} M_{i,j-1/2}^n\}}{\Delta \eta_j \Delta \eta_{j+1} (\Delta \eta_j + \Delta \eta_{j+1}) / 2} \\ & + \frac{\Delta x_i^2 - \Delta x_i \Delta x_{i-1} + \Delta x_{i-1}^2}{24} \cdot \frac{\{\Delta x_{i-1} M_{i+1,j+1/2}^n - (\Delta x_{i-1} + \Delta x_i) M_{i,j+1/2}^n + \Delta x_i M_{i-1,j+1/2}^n\}}{\Delta x_i \Delta x_{i-1} (\Delta x_i + \Delta x_{i-1}) / 2} \\ & + \frac{\Delta x_i - \Delta x_{i-1}}{8} \cdot \frac{\{\Delta x_{i-1}^2 M_{i+1,j+1/2}^n + (\Delta x_{i-1}^2 + \Delta x_i^2) M_{i,j+1/2}^n - \Delta x_i^2 M_{i-1,j+1/2}^n\}}{\Delta x_i \Delta x_{i-1} (\Delta x_i + \Delta x_{i-1}) / 2} \end{aligned}$$

$$v_{i,j+1} \geq 0$$

$$\begin{aligned} M_l^n &= \frac{\Delta y_{j+1} M_{i,j+1/2}^n + \Delta y_j M_{i,j+3/2}^n}{\Delta y_j + \Delta y_{j+1}} \\ & - \frac{\Delta y_j \Delta y_{j+1}}{8} \cdot \frac{\{\Delta \eta_{j+1} M_{i,j+5/2}^n - (\Delta \eta_{j+1} + \Delta \eta_{j+2}) M_{i,j+3/2}^n + \Delta \eta_{j+2} M_{i,j+1/2}^n\}}{\Delta \eta_{j+1} \Delta \eta_{j+2} (\Delta \eta_{j+1} + \Delta \eta_{j+2}) / 2} \\ & + \frac{\Delta x_i^2 - \Delta x_i \Delta x_{i-1} + \Delta x_{i-1}^2}{24} \cdot \frac{\{\Delta x_{i-1} M_{i+1,j+1/2}^n - (\Delta x_{i-1} + \Delta x_i) M_{i,j+1/2}^n + \Delta x_i M_{i-1,j+1/2}^n\}}{\Delta x_i \Delta x_{i-1} (\Delta x_i + \Delta x_{i-1}) / 2} \\ & + \frac{\Delta x_i - \Delta x_{i-1}}{8} \cdot \frac{\{\Delta x_{i-1}^2 M_{i+1,j+1/2}^n + (\Delta x_{i-1}^2 + \Delta x_i^2) M_{i,j+1/2}^n - \Delta x_i^2 M_{i-1,j+1/2}^n\}}{\Delta x_i \Delta x_{i-1} (\Delta x_i + \Delta x_{i-1}) / 2} \end{aligned}$$

$$v_{i,j+1} < 0$$

ここで、n は時間ステップを表す。M_r、M_uについても同様に定義される。