

大深度地下補剛リブがある水道管の外圧による座屈挙動とその座屈設計法に関する一考察

A study on the buckling behavior and design of ring-stiffened pipes under external pressure for water pipeline constructed in deep underground

王 剣宏¹・渡辺 淳²・小泉 淳³

Jianhong WANG・Atsushi WATANABE・Atsushi KOIZUMI

^{1,2} 学生会員 早稲田大学大学院建設工学専攻 (〒160-0004 東京都新宿区大久保 3 丁目)

Wangjh2003@suou.waseda.jp

³ 正会員 工博 早稲田大学教授 社会環境工学科 (〒160-0004 東京都新宿区大久保 3 丁目)

Koizumi@waseda.jp

As well known, the water pipeline is one of the most important lifelines, any accident of the water pipe will seriously affect our urban life. When the water pipelines constructed in deep underground, the buckling of water pipes under external pressure is considered for existing high ground water pressure. To prevent such buckling, it is necessary to study the buckling behavior, buckling design method and the enhancement measures of water pipe.

In this paper, the buckling behavior of the steel pipe with ring-stiffeners is studied by numerical analysis using FEM codes. The results of the conventional analytical method is compared with that of numerical analysis and the more rational buckling design method and the reinforcement of steel water pipe is discussed.

Key Words: water pipeline, steel pipe with ring-stiffener, groundwater pressure, buckling behavior

1. はじめに

大深度水道管路は、大都市圏における安定した水源の確保や、貯留、水供給をめざす水道施設であり、その安全性の確保は非常に重要である。国内外の文献でも、外水圧による座屈は水道管を破壊する要因の1つである¹⁾²⁾と記されている。(財)水道技術研究センターと大深度水道研究会³⁾は共同で、図-1に示すようなセグメントリングとその内部に設置される鋼管とを分離した分離型水道管を提案した。この分離型水道管方式は、一次覆工と鋼管の施工とが併行して行えることによる工期の短縮、充填層がないことによる掘削断面の縮小などの利点がある。また、一次覆工と水道管の間に隙間があるため、それぞれは独立した構造となり、外部からの土水圧はセグメントリングで、また、内部の水圧は鋼管で受けることができ、構造上も設計上も非常に取り扱いが簡単になる。しかし、この隙間には長期にわたってセグメントリングからの漏水が溜まる可能性があり、とくに水道管の清掃時には、トンネル内に進入した地下水による外水圧が作用して鋼管の座屈が懸念される。このような事態を想定してあらかじめ鋼管を肉厚なものにしておくことは不経済であり、合理性に欠ける。この

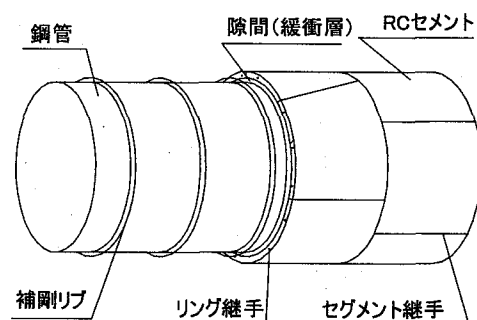


図-1 分離型水道管方式セグメント

ため、(財)水道技術研究センターらは、図-1に示すような補剛リブのある鋼管を考えて、その外水圧による座屈現象について解析を行い、現行の座屈設計方法を用いて設計を行うことを提案した。しかし、大深度地下の大きな水圧に対しては、補剛リブのある鋼管の座屈挙動を解明するまでには至らず、その安全を十分に確保するのには困難な現状にある。

従来⁴⁾の研究によれば、補剛リブのある鋼管の外水圧による座屈挙動は、以下の3つの形態に分けられる。

- ① 全体座屈
- ② 補剛リブ間の局部座屈
- ③ 補剛リブのねじり座屈

これらの座屈挙動は鋼管の幾何学的な形状、補剛リブの剛性および補剛間隔によって異なり、座屈圧力とこれらとの関係が未だ明らかになっていない状態である。

本研究は、分離型水道管方式により建設される大深度地下水道管を想定し、補剛リブのある鋼管を対象として、外水圧による座屈について有限要素法（FEM）による座屈解析を行い、鋼管の外水圧による座屈挙動と、鋼管、補剛リブの剛性および補剛間隔との関係について検討を行うものである。さらにこれらの検討にもとづいて、現行の設計方法を考察し、補剛リブのある鋼管の座屈挙動にもとづいて座屈設計法を検討するものである。

2. 研究対象およびFEM解析

2. 1 研究対象

本研究で対象とする補剛リブのある鋼管を図-2 に示す。また、本研究では大深度地下に建設される水道管を想定しているため水圧の作用する位置による水圧差は無視できると考え、また、座屈は静水圧分布よりも等水圧分布の方が起きやすいことを考慮して、図-3 に示すような等分布水圧を用いることにした。水道管として用いる鋼管の物性

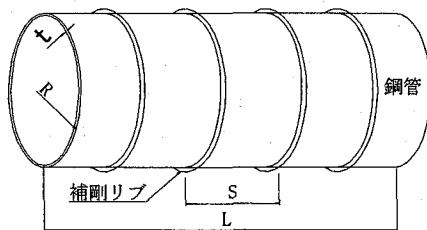


図-2 補剛リブがある鋼管

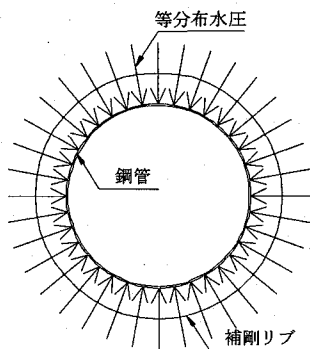


図-3 荷重図

表-1 鋼管および補剛リブの物性値

ヤング係数	ポアソン比	降伏応力度
$E(\text{N/mm}^2)$	ν	$\sigma_y (\text{N/mm}^2)$
2.1+E5	0.3	325

値は表-1 に示すとおりである。補剛リブのない鋼管の研究⁵⁾によると、長い鋼管の半径と厚さとの比が50以上 ($R/t \geq 50$) であるときには、座屈が材料の降伏より先に起こり、弾性座屈となる。そのため、本検討では、半径と厚さの比 (R/t) が50以上である鋼管を対象とした。本研究では、主に水道管本体の座屈を検討していることから、補剛リブは外水圧によるねじり座屈を起こすものとして、また局部変形を生じさせないために、補剛リブの厚さは、式(1.a)⁶⁾を、補剛リブの幾何学形状の高さと厚さの比は式(1.b)を満たすものとして、補剛リブの最大間隔は鋼管の外径の3倍とした⁷⁾。

$$tr \geq 0.04 t \sqrt{E/\sigma_y} \quad (1.a)$$

$$hr/tr \leq 10 \quad (1.b)$$

ここに、

t: 鋼管の厚さ (mm)

hr: 補剛リブの高さ (mm)

tr: 補剛リブの板厚 (mm)

なお、本研究で用いる補剛リブは、鋼管と同じヤング係数をもつ鋼材であるため、その補剛剛性は断面二次モーメントで表すこととした。

2. 2 FEM解析におけるモデル化

外水圧による鋼管の座屈挙動は、FEMの座屈解析により行う。図-4は補剛リブを設けた鋼管のFEMモデルを示したものである。図-4に示すように、鋼管および補剛リブは、面外せん断を考慮できる厚肉シェル要素を用いて分割する。この要素は、全体座標系で変位と回転の6自由度を持つ4節点の四辺形要素であり、座標、変位、回転には双1次の内挿関数を用いる。要素は非常に簡単な定式化を用いているので、非線形解析にも有利である。また、シェル要素の厚さ方向に数値積分を行い、SHELL SECT パラメータを用いて、シェルに対して任意の層数を定義できる。本研究の解析には、シェルの厚さ方向に7つの層を設定して断面応力の積分を行った⁸⁾。

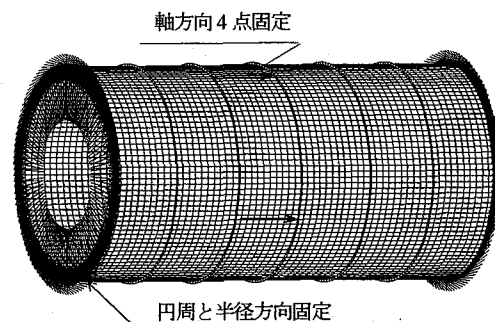


図-4 補剛リブがある鋼管のFEM解析モデルの例

境界条件については、従来の研究⁹⁾から、補剛の意味は鋼管の真円を保持することであるため、本研究ではモデルの境界を補剛リブがある位置に設定し、この位置では半径方向と円周方向とを固定とした。また鋼管の軸方向には伸縮可能な継手を用いることを想定して、鋼管の両端を自由とした。ただし、解析にあたり、モデル全体の剛体移動を防ぐために、鋼管の軸方向の中心位置で上下左右の4点を軸方向固定としている。これらの境界支持条件を図-4に併せて示す。また、作用させる圧力は円筒の中心に向かう法線方向の一樣な分布水圧とした。

3. 座屈解析

現在、数値解析法による座屈解析^{10), 11)}は、大変位マトリックスを無視した接線剛性マトリックスにもとづき固有値解析を行う線形座屈解析や、増分法による大変位マトリックスを考慮した増分形接線剛性マトリックスにもとづき固有値解析を行う非線形座屈解析などがある。幾何学的非線形性や材料非線形性などの非線形性が強い場合の座屈解析方法は、複合非線形性を考慮した自動荷重増分法（弧長増分法）による経路追跡方法で行われている。本研究では、検討対象が薄肉の水道管であるため、座屈は弾性範囲内で生じると考えて、固有値解析による座屈解析方法を用いることとした。

座屈解析の結果として得られる座屈圧力は、座屈時の鋼管の応力が降伏点以下であること、座屈波形（座屈発生時の波形）が妥当であると判断されたことを確認した上で定めた。また、鋼管の座屈圧力は最小となる1次座屈モードの水圧とした。

3. 1 荷重増分法による非線形座屈解法^{12), 13), 14)}

非線形座屈解析法は、増分法によって各ステップの線形剛性に基づいて固有値を求め、座屈を調べる解析方法である。増分法の定式化は、ラグランジュ法 (TLF) による定式化と更新ラグランジュ法 (ULF) による定式化の二種類がある。本研究の非線形座屈解析にはラグランジュ法 (TLF) を用いて定式化した増分法を用いる。

(1) 接線剛性

接線剛性は TLF の定式化により求められる。TLF では、キルヒホッフ (Kirchhoff) の応力テンソルとグリーン (Green) のひずみテンソルが用いられており、両者ともに固体の初期形状を参照して定義されている。定式化の目的は、任意の平衡状態 $\Omega^{(0)}$ におけるすべての状態量を既知であるとし、わずかに離れた次の平衡状態である $\Omega^{(n+1)}$ における状態量を求めることである。

定式化は平衡状態 $\Omega^{(0)}$ 出発点として、 $\Omega^{(n+1)}$ に対する次の

式 (2) に示すように仮想仕事の原理を用いて行う。

$$\begin{aligned} & \int_{V^{(0)}} \delta \left(\{e\}^T + \{\Delta e\}^T \right) \left(\{\sigma\} + \{\Delta \sigma\} \right) dV^{(0)} \\ &= \int_{V^{(0)}} \delta \{\Delta u\}^T \left(\{P\} + \{\Delta P\} \right) dV^{(0)} \\ &+ \int_{S_{\sigma}^{(0)}} \delta \{\Delta u\}^T \left(\{T\} + \{\Delta T\} \right) dS^{(0)} \end{aligned} \quad (2)$$

ここに、

$$\{\Delta u\} = \{\Delta \bar{u}\} \text{ On } S_u^{(0)} \quad (3)$$

$\{u\}$, $\{e\}$, $\{\sigma\}$, $\{P\}$, $\{T\}$ はそれぞれ、変位、ひずみ、応力、体積力、表面 $S_{\sigma(0)}$ 上の表面力のベクトルであり、平衡状態 $\Omega^{(0)}$ における既知量である。 Δ は $\Omega^{(0)}$ から $\Omega^{(n+1)}$ の間の増分量を表し、 $V^{(0)}$ および $S^{(0)} (= S_{\sigma}^{(0)} + S_u^{(0)})$ はそれぞれ、初期形状に対する内部領域および表面を表し、式(3)は表面上で与えられた幾何学的境界条件である。

幾何学的非線形性は、式 (4) に示すようにひずみと変位の非線形性により表わされる。

$$\{\Delta e\} = \{\Delta \varepsilon(u)\} + \{\Delta \bar{\varepsilon}(\Delta u^2)\} \quad (4)$$

ここに、 $\{\Delta e\}$: ひずみ増分

$\{\Delta \varepsilon\}$: 変位増分に関する線形項のひずみ増分

$\{\Delta \bar{\varepsilon}\}$: 変位増分に関する二次項を含む非線形のひずみ増分

式(4)を式(2)に代入し、増分量に関する三次以上の高次項を無視することで、式(5)のような増分形の仮想仕事の式が得られる。

$$\begin{aligned} & \int_{V^{(0)}} \left\{ \{\Delta \varepsilon(u)\}^T \{\Delta \sigma\} + \delta \{\Delta \bar{\varepsilon}(\Delta u^2)\}^T \{\sigma\} \right\} dV^{(0)} \\ &= \int_{V^{(0)}} \delta \{\Delta u\}^T \{\Delta P\} dV^{(0)} + \int_{S_{\sigma}^{(0)}} \delta \{\Delta u\}^T \{\Delta T\} dS^{(0)} \\ &+ \int_{V^{(0)}} \delta \{\Delta u\}^T \{P\} dV^{(0)} + \int_{S_{\sigma}^{(0)}} \delta \{\Delta u\}^T \{T\} dS^{(0)} \\ &- \int_{V^{(0)}} \delta \{\Delta \varepsilon\}^T \{\sigma\} dV^{(0)} \end{aligned} \quad (5)$$

有限要素法で定式化するために、内部領域および表面における変位増分を次の式(6)のように仮定する。

$$\{\Delta u\} = [N(x_1, x_2, x_3)] \{\Delta u^e\} \quad (6)$$

ここに、 $\{\Delta u^e\}$ は節点変位ベクトル、 $[N]$ は形状関数マトリックスである。式(6)を、グリーンのひずみ増分式で表すと、式(7)のようになる。

$$\{\Delta \varepsilon\} = \left([B_0] + [B_L(u)] \right) \{\Delta u^e\} \quad (7)$$

ここに、 $[B_0]$ と $[B_L]$ はそれぞれ、 $\Omega^{(0)}$ における変位に依存

しない成分と依存する成分であり、 $[B_0]$ は微小変形解析に用いられる $[B]$ マトリックスと同じものである。線形化されたひずみ増分と応力との関係は式(8)で与えられる。

$$\{\Delta\sigma\} = [D] \{\Delta\varepsilon\} \quad (8)$$

ここに、 D はシェル要素の剛性マトリックスである。式(6)、(7)、(8)を増分形の仮想仕事の原理式(5)に代入して結果を整理することで、増分形の全体の剛性方程式である式(9)を得る。

$$([k_0] + [k_L] + [k_G]) \{\Delta u^0\} = \{\Delta f\} + \{f_R\} \quad (9)$$

ここに、

$$[k_0] = \int_{V^{(0)}} [B_0]^T [D] [B_0] dV^{(0)} \quad (10)$$

$$[k_L] = \int_{V^{(0)}} ([B_0]^T [D] [B_L] + [B_L]^T [D] [B_0] + [B_L]^T [D] [B_L]) dV^{(0)} \quad (11)$$

$$[k_G] = \int_{V^{(0)}} [G]^T [S] [G] dV^{(0)} \quad (12)$$

$$\{\Delta f\} = \int_{V^{(0)}} [H]^T \{\Delta P\} dV^{(0)} + \int_{S^{(0)}} [H]^T \{\Delta T\} dS^{(0)} \quad (13)$$

$$\{f_R\} = \int_{V^{(0)}} [H]^T \{P\} dV^{(0)} + \int_{S^{(0)}} [H]^T \{T\} dS^{(0)} - \int_{V^{(0)}} ([B_0] + [B_L])^T \{\sigma\} dV^{(0)} \quad (14)$$

また、 $[k_0]$ は線形微小変位剛性マトリックスであり、幾何学的非線形性の効果は含まれていない。 $[k_L]$ は、 $[B_L]$ を介して $\Omega^{(0)}$ における変位の影響を含み、初期変位マトリックスあるいは大変位マトリックスである。 $[k_G]$ は $\Omega^{(0)}$ における応力マトリックス $[S]$ と変位変配マトリックス $[G]$ により算出される初期応力マトリックスあるいは幾何剛性マトリックスなどである。それらの諸剛性マトリックスの総和である全体接線剛性マトリックスは式(15)に示すとおりである。また $\{\Delta f\}$ は外力増分ベクトルであり、 $\{f_R\}$ は $\Omega^{(0)}$ における不平衡力ベクトルである。

$$[k_T] = [k_0] + [k_L] + [k_G] \quad (15)$$

$\Omega^{(n)}$ からスタートし、式(9)の全要素で足した全体系に対する接線剛性方程式を解くことにより、 $\{\Delta u^n\}$ を求め、式(7)、(8)から $\{\Delta\varepsilon\}$ と $\{\Delta\sigma\}$ を算出して、 $\Omega^{(n+1)}$ における諸状態量が定められる。これらを用いることで、式(10)~(14)の諸剛性マトリックスと不平衡力ベクトルが求まり、 $\Omega^{(n+1)}$

における増分形の接線剛性方程式が定まる。

(2) 座屈圧力の算定

非線形座屈解析は $\Omega^{(n)}$ における剛性マトリックスを用いて行う。座屈が生じるまでは、 $\Omega^{(n)}$ は荷重増分 ΔP の線形関数と仮定し、幾何学剛性マトリックス K_G と組み合わせ、外力増分と不平衡力の和($\{\Delta f\} + \{f_R\}$)がゼロとなる時、式(16a)のような固有値問題の方程式に変形して、座屈固有値解析が行われる。

$$[k_0^n + k_L^n + \lambda_i k_G^n(\sigma, \Delta u)] \phi_i = 0 \quad (16.a)$$

ここに、 n : 荷重増分ステップ

λ_i : i 次座屈モードの座屈圧力係数

ϕ_i : i 次座屈モードの変位ベクトル

ここで、 λ は中立のつり合い状態を達成するのに必要な増分荷重の倍率であり、逆べき乗法またはランチョス法で求める。また、座屈圧力の計算で使用される幾何学剛性 K_G は、直前の増分開始時における応力および変位状態の変化によって決められる。座屈解析の過程で、応力や変位状態が更新されることはない。したがって、各増分ステップの座屈圧力は次の式(16.b)によって推定される。また鋼管の座屈圧力は、座屈が起こる直前の状態、すなわち λ がゼロであるときの増分ステップの座屈圧力とする。

$$P_{cr}^{n,i} = P^{n-1} + \lambda_i \Delta P \quad (16.b)$$

ここに、 $P_{cr}^{n,i}$: 座屈圧力 (kN/m²)

P^{n-1} : 増分前の圧力 (kN/m²)

ΔP : 増分圧力 (kN/m²)

以上より、増分法による非線形座屈解析法は、幾何学的な非線形性を考慮できる解析方法であり、また使用材料にその非線形を入力すれば、材料の非線形も考慮することが可能な方法である。

3. 2 線形座屈解析

線形座屈解析は構造全体の接線剛性マトリックスの大変位マトリックス $[k_L]$ を無視し、線形微小変位剛性マトリックスと幾何剛性マトリックスにより固有値問題の方程式である式(17.a)により、固有値解析が行われる。また K_G は座屈を生じるまでは初期圧力 P_0 の線形関数と仮定した幾何剛性マトリックスである。

$$[k_0 + \lambda k_G] \phi_i = 0 \quad (17.a)$$

したがって、座屈圧力は式(17.b)で算定される。

$$P_{cr} = \lambda_i P_0 \quad (17.b)$$

ここに、 P_{cr} : 座屈圧力 (kN/m²)
 P_0 : 初期圧力 (kN/m²)

4. 解析および解析結果の考察

本研究では、補剛リブのある鋼管の座屈挙動と鋼管および補剛リブの幾何学的条件との関係について検討するため、座屈解析は以下を中心に行い、その座屈挙動を考察する。

- ① 補剛リブの剛性との関係
- ② 補剛間隔との関係
- ③ 鋼管の厚さ、鋼管の長さとの関係

以上に示した考察の対象を考慮し、座屈解析には表-2に示すようなモデルを用いている。

表-2 解析モデル

Model	鋼管			補剛リブ	
	R(m)	t(mm)	L(m)	S(m)	Ir(cm ⁴)
1	1.5	10	3	1.0	変量 (ただし、 tr, hr は 式(1.a)と 式(1.b)を 満たすも のとする)
2				1.5	
3				0.5	
4			6	1.0	
5			9	1.0	
6		5	3	1.0	
7			6	1.0	
8			9	1.0	
9		7.5	3	1.0	

ここに、

R, t, L : 鋼管の半径、厚さ、長さ

h_r, t_r : 補剛リブの高さ、厚さ

S : 補剛間隔

I_r : 補剛リブ断面2次モーメント

4.1 座屈の挙動と補剛剛性

本検討ではMODEL1を検討の対象とした。図-5、図-6は解析結果を示したのである。図-5には座屈波数と補剛剛性との関係を、図-6には座屈圧力と補剛剛性との関係を示す。図-5をみると座屈波数は補剛剛性が大きくなるにつれて変化していくことがわかる。補剛剛性の小さい時は、補剛のない鋼管の座屈波数と同じであるが、大きくなるにつれて座屈波数は減少し、補剛剛性がある大きさ($I_r=25\text{cm}^4$)となると、座屈波数は一気に増加し、補剛剛性がさらに大きくなると一定となることがわかる。図-6をみると、補剛剛性がある大きさ($I_r=25\text{cm}^4$)に達する前では、補剛剛性が大きくなるにつれて、座屈圧力は増加していくことがわか

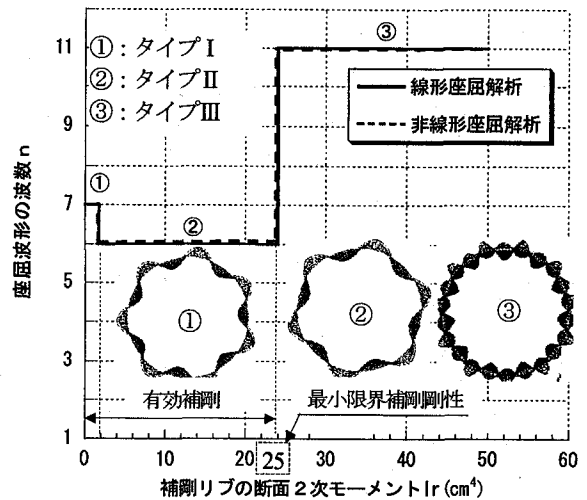


図-5 座屈波数と補剛リブの剛性(MODEL1)

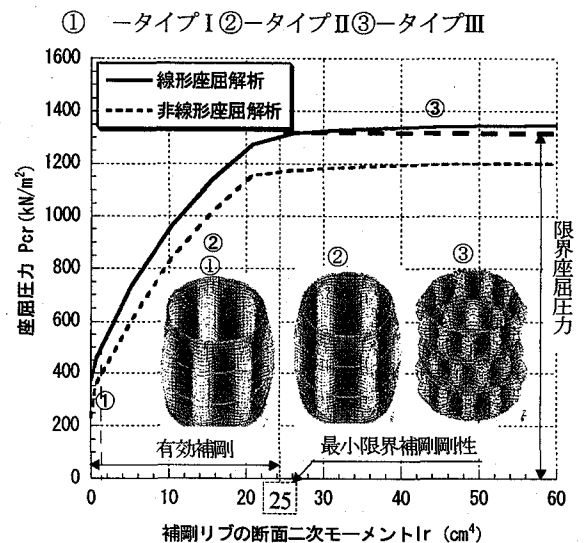


図-6 座屈圧力と補剛リブの剛性(MODEL1)

る。補剛剛性がある大きさ($I_r=25\text{cm}^4$)を超えると、座屈圧力はほぼ一定となった。また、非線形座屈解析による結果を見ると、座屈の挙動は線形座屈解析と同じであるが、座屈の波数はより早く変化し、座屈圧力はやや小さくなることがわかる。

ここでは、座屈のタイプを座屈波数にもとづいて以下のよう区分することとした。

タイプⅠ 座屈波数が補剛のない鋼管の座屈波数と同じであるタイプ

タイプⅡ タイプⅠより座屈波数が小さいタイプ

タイプⅢ タイプⅡの後に急激に座屈波数が増加し、一定となるタイプ

座屈による変形は、タイプⅠおよびタイプⅡの場合は補剛リブと鋼管とが一体となって変形し、タイプⅢの場合は補剛リブ間の鋼管のみが変形した。前者の座屈形態を全体座屈、後者の座屈形態を局部座屈とする。すなわち、全体座屈時の補剛リブの座屈波数は、鋼管の座屈波数と等しく、

局部座屈時の補剛リブの座屈波数は、真円形状を維持するためゼロとなる。最小限界補剛剛性はタイプⅡからタイプⅢに変わるときの補剛リブの補剛剛性とし、有効補剛は最小限界補剛剛性までの補剛とする。限界座屈圧力は補剛リブ間の鋼管のみ座屈、すなわちタイプⅢのときの座屈圧力とする。また、全体座屈と局部座屈の定義より、最小限界補剛剛性は全体座屈から局部座屈に変わるのに必要となる最小の補剛剛性であり、限界座屈圧力は局部座屈が起こるときの外圧力であると考えられる。

以上のことから、補剛リブのある鋼管の座屈挙動は、主に補剛剛性の変化によって、全体座屈と局部座屈の二種類があることがわかった。全体座屈の場合は、補剛剛性の増加によって補剛効果が顕著になり、この補剛効果は座屈波数を下げて座屈圧力を増大させる。局部座屈の場合は、補剛剛性の増加による補剛効果がありなく、補剛剛性の増加に対して座屈波数および座屈圧力はほぼ一定の値を維持する。

また線形解析と非線形解析との違いをみると、両者の座屈波数は一致しているが、座屈圧力は非線形座屈解析を用いた方がやや小さくなった。これは、非線形座屈解析の場合に幾何学的な非線形を考慮したことによると考えられる。このことを除けば両者の解析結果はほぼ一致することが示された。このため、以降の検討は解析が容易である線形座屈解析により行うこととした。

4. 2 座屈挙動と補剛間隔

ここでは解析モデルのMODEL1をもとに、補剛間隔がMODEL2およびMODEL3を二つのモデルを追加し、補剛間隔についての考察を行う。図-7、図-8は補剛間隔をパラメータとして、座屈波数と補剛剛性の関係、座屈圧力と補剛剛性との関係を示した図である。

図-7、図-8から、補剛間隔が1.5m、0.5mのMODEL2、MODEL3の座屈挙動は、間隔1.0mのMODEL1と同様に三つのタイプで表され、補剛剛性の増加に従って、座屈形態が全体座屈から局部座屈に変わることがわかった。補剛間隔が小さい場合には全体座屈（タイプⅠ、Ⅱ）の補剛剛性の範囲が広がることがわかる。また、図-7から、補剛間隔が小さい方が、座屈波数は全体座屈（タイプⅠ、Ⅱ）のときは少なく、局部座屈（タイプⅢ）のときは多いことがわかる。一方、図-8から補剛間隔が小さい方が座屈圧力の最大値はかなり大きいことがわかる。図-9は補剛間隔をパラメータとして、鋼管単位長さあたりの補剛リブの剛性と座屈圧力との関係を示した図であり、この図を見ると、最初は補剛剛性の増加に従って座屈圧力は直線的に増加するが、その勾配は徐々にゆるやかになっていくことがわかる。また、補剛間隔によって、座屈圧力を増加させる鋼管の単位長さあたりの補剛剛性の有効補剛範囲が異なり、補

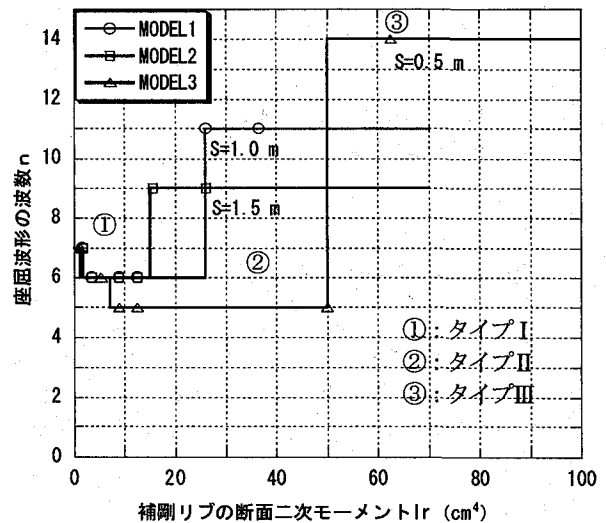


図-7 座屈波数と補剛リブの剛性
(補剛リブの間隔)

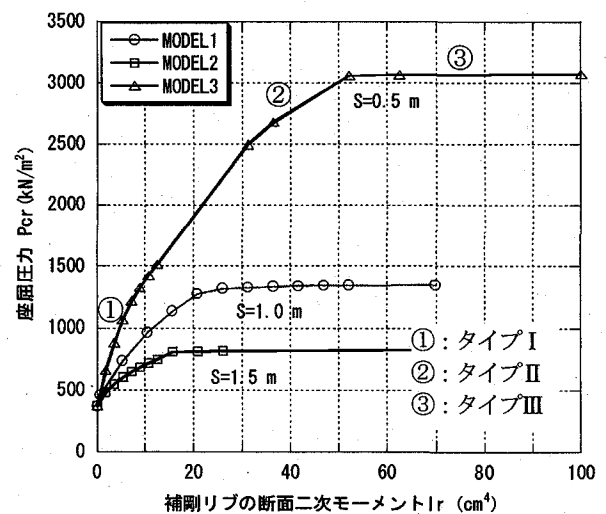


図-8 座屈圧力と補剛リブの剛性
(補剛リブの間隔)

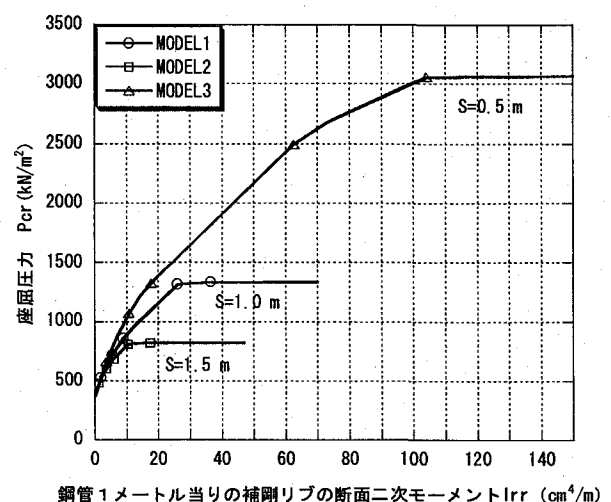


図-9 座屈圧力と鋼管1mあたりの補剛リブの剛性
(補剛リブの間隔)

剛間隔を小さくするほど、補剛効果が現れることがわかる。したがって、大深度地下の大きな水圧に耐えるためには、鋼管の補剛間隔を小さくする必要があると考えられる。

4. 3 座屈挙動と鋼管の厚さおよび長さ

補剛リブのある鋼管の座屈挙動は補剛リブの剛性、補剛間隔と関係があることがわかったが、鋼管の幾何的形狀（厚さと長さ）が座屈挙動に与える影響についても検討する必要がある。図-10は補剛間隔が1.0m、管の半径が1.5m、長さが3.0mの鋼管に対して、鋼管の厚さを5.0mm、7.5mmおよび10.0mmとしたMODEL6、MODEL9およびMODEL1の座屈解析結果を示したものであり、図-11は、補剛間隔が1.0m、半径が1.5m、厚さが5mmおよび10mmの二種類の鋼管に対して、長さ(L)がそれぞれ3.0m、6.0m、9.0mとしたMODEL6、MODEL7、MODEL8およびMODEL1、MODEL4、MODEL5の座屈解析結果を示したものである。また、図-11中の I_{r1} 、 I_{r2} 、 I_{r3} および I_{r1} 、 I_{r2} 、 I_{r3} は、鋼管厚さ5mmと10mmの場合の長さ3.0m、6.0m、9.0m時の最小限界補剛剛性である。すなわち、限界座屈圧力を得るために必要とする最小補剛剛性である。

図-10および図-11から、鋼管の厚さや長さが増加する場合にも、座屈挙動は補剛リブ剛性の増加に従って、全体座屈から局部座屈に変わることがわかる。しかし、座屈圧力および有効補剛の範囲は鋼管の厚さと長さによって変わる。鋼管の厚さによる影響は、補剛剛性、補剛間隔の等しい鋼管において、厚さが厚い方が座屈圧力はかなり大きい値が得られることが図-10をみるとわかる。

また、鋼管の厚さが厚い方が、最小限界補剛剛性が大きく、有効補剛の範囲は広い。一方、図-11から、全体座屈（タイプI、II）の場合、同じ座屈圧力を得るために必要となる補剛剛性は、長い鋼管より短い鋼管の方が小さい。しかし、補剛間隔が等しい鋼管では、限界座屈圧力は鋼管の長さに関係なくほぼ同じになることがわかる。また、最小限界補剛剛性は長い鋼管の方が大きいこと、厚い鋼管の方が長さによる影響が大きいことがわかる。

これらのことから、補剛リブのある鋼管の場合には、補剛剛性の増加にともなって、鋼管の厚さと長さによらず全体座屈から局部座屈に変化すること、鋼管の厚さの変化によって最小限界補剛剛性および限界座屈圧力はかなり影響を受けること、鋼管の長さは限界座屈圧力には影響を与えず、最小限界補剛剛性にのみ影響を与えること、などがわかった。

5. 補剛リブがある鋼管の座屈設計への考察

補剛リブのある鋼管の座屈は、全体座屈（タイプI、II）

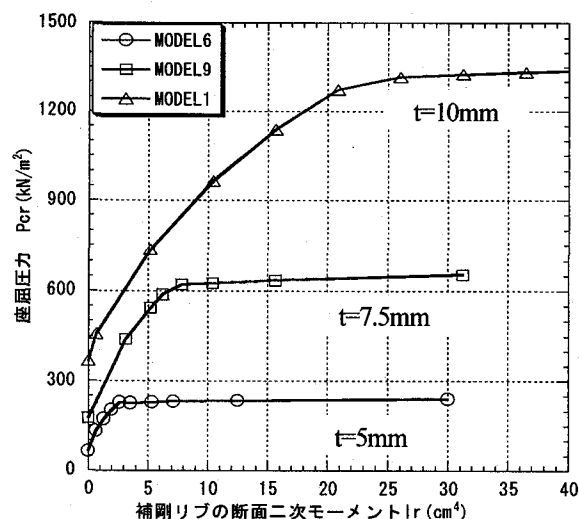


図-10 座屈圧力と補剛リブの剛性
(鋼管の厚さ)

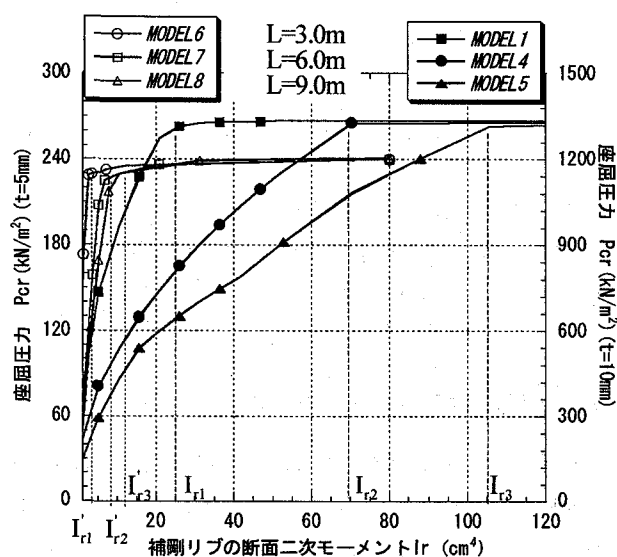


図-11 座屈圧力と補剛リブの剛性
(鋼管の長さ)

と局部座屈（タイプIII）の二つの座屈形態があり、補剛リブの剛性および間隔を調整することにより、座屈の形態をコントロールすることができるとわかった。全体座屈（タイプI、II）の場合には、補剛リブは鋼管と一体となって座屈し、局部座屈（タイプIII）の場合には、補剛リブ間の鋼管のみが座屈して、座屈圧力は限界座屈圧力となる。

大深度地下水道管の座屈設計を行う際には、鋼管の限界座屈圧力を得るための十分な補剛リブを設け、鋼管の座屈形態を局部座屈（タイプIII）にするような設計をした方が経済的であると考えられる。そのためには、最小限界補剛剛性および限界座屈圧力を求める必要がある。

また、座屈挙動により、最小限界補剛剛性は鋼管の長さによって変化するが、本研究で考えている水道管は特定の支持がなされない長管であるため、補剛リブのない無限長

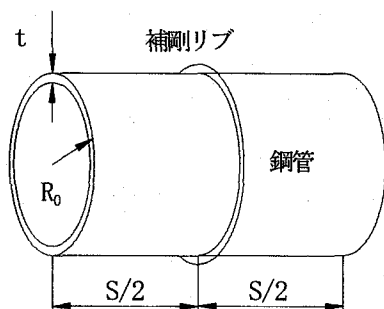


図-12(a) 全体座屈の検討モデル

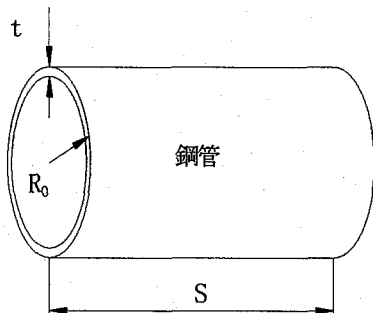


図-12(b) 局部座屈の検討モデル

管の考え方にもとづいて、補剛リブのある無限長鋼管にモデル化し、図-12(a)に示すような全体座屈の検討モデルとした¹⁵⁾。また、局部座屈については、図-12(b)に示すような補剛リブの間の鋼管を検討モデルとしている。

5. 1 限界座屈圧力 (局部座屈圧力)

補剛リブのある鋼管の座屈設計には、一般に鋼管の胴体に関して、「鋼構造設計指針」PART Bに示されるTimoshenkoの座屈式および徳川の座屈式が用いられる¹⁶⁾。また、「水門鉄管基準」によると、両方の結果はほとんど同じである¹⁷⁾。式(18)および式(19)はこれらの式を示したものである。

ここでは、補剛間隔が1.0m、1.5mおよび0.5mのMODEL1、MODEL2およびMODEL3に対して、図-12(b)に示した検討モデルを用い、Timoshenkoの座屈式および徳川の座屈式により座屈圧力を計算し、弾性座屈解析による限界座屈圧力と比較して、現行の座屈式の検討を行う。

図-13はTimoshenkoおよび徳川の座屈式から座屈圧力を求めた結果と局部座屈 (タイプIII) の解析結果を図示したものである。この図をみると、Timoshenkoおよび徳川の座屈式による結果はほぼ一致しており、その結果は局部座屈のときの解析値とも一致していることがわかる。このことから、Timoshenkoおよび徳川の座屈式は、補剛リブのある鋼管の局部座屈 (タイプIII) のときの座屈圧力、すなわち

(1) 徳川式

$$P_{cr} = \frac{E \frac{t}{D_0}}{n^2 - 1 + \frac{\alpha^2}{2}} \left[\frac{2\alpha^4}{(n^2 + \alpha^2)^2} + \frac{2}{3(1 - \mu^2)} \left(\frac{t}{D_0} \right)^2 \left\{ (n^2 + \alpha^2)^2 - \frac{n^4(2n^2 - 1)}{(n^2 + \alpha^2)^2} \right\} \right] \quad (18.a)$$

$$n = 1.63 \left(\frac{D_0}{S} \right)^{0.5} \left(\frac{D_0}{t} \right)^{0.25} \quad (18.b)$$

(2) Timoshenko式

$$\frac{P_{cr}(1 - \mu^2)R_0}{Et} = \frac{(1 - \mu^2)}{(n^2 - 1) \left(1 + \frac{n^2 S^2}{\pi^2 R_0^2} \right)^2} \quad (19.a)$$

$$+ \frac{t^2}{12R_0^2} \left\{ (n^2 - 1) + \frac{2n^2 - 1 - \mu}{1 + \frac{n^2 S^2}{\pi^2 R_0^2}} \right\}$$

$$n = \sqrt[3]{\frac{3\alpha^4}{K}} \quad (19.b)$$

ここに、

$$\alpha = \frac{\pi R_0}{S}$$

$$K = \frac{t^2}{12(1 - \mu^2)R_0^2}$$

P_{cr} : 座屈圧力(kN/m²)

R_0 : 鋼管の外半径(m)

D_0 : 鋼管の外直径(m)

t : 鋼管の厚さ(m)

E : ヤング係数(kN/m²)

μ : ポアソン比

n : 座屈時の円周方向の波数

S : 補剛間隔(m)

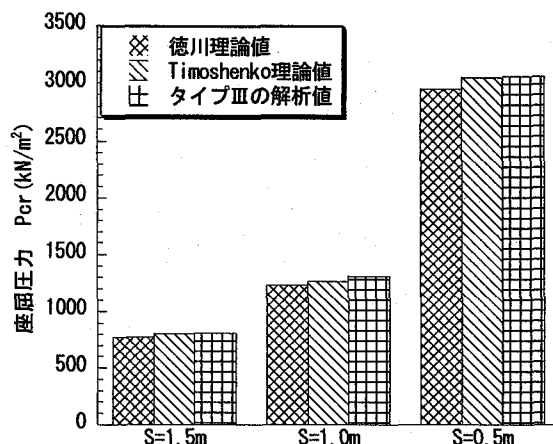


図-13 座屈圧力の理論値と解析値との比較

限界座屈力を算定する式であることがわかる。ただし、これらの式の適用は、鋼管の寸法に応じて決まる最小限界補剛剛性以上で補剛された鋼管であることが前提となる。

5. 2 最小限界有効補剛剛性

図-12(a)は全体座屈の検討モデルの縦断面を示したものである。補剛リブと両側の鋼管とが一体となって挙動する鋼管部分があるため、縦断面は補剛リブをもつ合成断面と鋼管のみの断面と二つの部分で考える。ここでは補剛リブの有効剛性は合成断面の剛性とし、有効幅は式(20.b)を用いて計算する¹⁰⁾。補剛リブのある無限長鋼管の全体座屈圧力は補剛リブを持つ断面と鋼管のみ断面の剛性から計算される。しかし、全体座屈は補剛リブと鋼管とが一体になって変形すること、水道管は肉厚が薄い場合が多いことと考え、水道管の安全性を高めるため、鋼管のみの断面を省略して、補剛リブを持つ合成断面のみを用い、式(20.a)により全体座屈圧力を求める¹⁰⁾。

また、これまでの検討は補剛剛性を補剛リブの断面二次

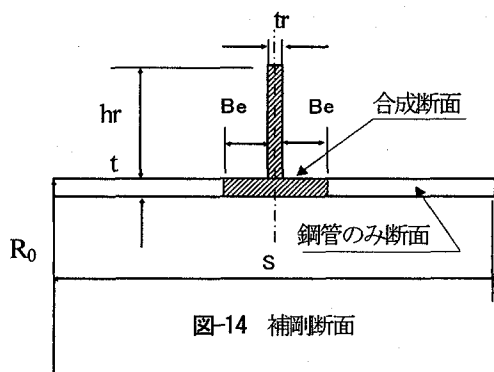


図-14 補剛断面

$$P_{cr} = \frac{3EI_{re}}{(1 - \mu^2)R_0^3S} \quad (20.a)$$

$$Be = 0.78\sqrt{R_0 t} \quad (20.b)$$

ここに、

Be : 有効幅 (m)

Ire : 有効補剛剛性(m⁴)

モーメントで代表させるものとして行ってきたが、実際には補剛リブと鋼管との間には相互的な作用があり、補剛リブの高さ、厚さおよび鋼管の半径、厚さによって最小限界補剛剛性は変わるものと考えられる。したがって、補剛リブおよび鋼管の幾何形状を無視できる有効補剛剛性で考えればよいと判断した。有効補剛剛性は鋼管と補剛リブの合成断面の中立軸に対する断面二次モーメントである。設計時に、最小限界補剛剛性を最小限界有効補剛剛性と考えれば便利である。

補剛リブがある鋼管の限界座屈圧力、すなわち局部座屈の座屈圧力は図-13(b)に示すモデルを用い、式(18)ある

いは式(19)により求められる。前述した「4. 1座屈挙動と補剛剛性」の考察から、限界座屈圧力は全体座屈圧力と等しいものとすれば、最小限界有効補剛剛性(I_{re})を求めることができる。

5. 3 座屈設計の方法

以上のことから、補剛リブは鋼管の座屈形態に影響を与えることがわかる。また鋼管の安全性を考えると、鋼管には座屈が生じないほうがよいが、予測不能な座屈の可能性はつねにある。そのような場合を考えると、鋼管の座屈形態は全体座屈ではなく、局部座屈となるほうが補修もしやすく、安全性は高いと評価される可能性が高い。このようなことを考えて、補剛リブのある鋼管の設計では、座屈形態を局部座屈にすることが合理的と考えられる。これは、補剛間隔における最小限界有効補剛剛性を求めることにより実現できる。この方法を局部座屈設計法と呼ぶ。補剛リブを有する鋼管の座屈に対する局部座屈設計法は以下の四つのステップで行うこととした。

ステップ1: 断面を仮定した鋼管に対して、式(18.a)および式(18.b)あるいは式(19.a)および式(19.b)により各補剛間隔の限界座屈圧力を求め、限界座屈圧力と補剛間隔との関係をプロットする。

ステップ2: 式(20.a)および式(20.b)により補剛間隔における最小限界有効補剛剛性を求め、最小限界有効補剛剛性と補剛間隔との関係をプロットする。

ステップ3: これらのプロットから限界座屈圧力と設計外圧とを比較することにより補剛間隔を決め、その補剛間隔から最小有効補剛剛性を求める。

ステップ4: 鋼管および最小限界有効補剛剛性を持つ補剛リブの鋼材量を算定し、経済的な断面を選択する。

5. 4 座屈設計の例

ここでは、大深度地下におけるシールドトンネル内にセグメントと水道管とを分離して建設する場合を想定して、補剛リブのある鋼管のトンネル内への漏水による外水圧に対して座屈設計を行う。設計条件は表-3に示すとおりである。この表に示す条件に従い、厚さ5, 7.5, 10mmの鋼管を対象として座屈設計を行った。図-15は、ステップ1の限界座屈圧力と補剛間隔との関係と、ステップ2の最小限界有効補剛剛性と補剛間隔との関係を示したものである。

(1) 限界座屈圧力および補剛間隔

設計外水圧は $P_d = 600 \times 1.5 = 900 \text{ kN/m}^2$ となり、図-15か

ら、限界座屈圧力とを比較することで、補剛間隔を決定する。すなわち、限界座屈圧力と補剛間隔との関係と設計外水圧線との交点から補剛間隔がわかる。ただし、ここには補剛間隔はそれぞれ表-4に示すとおりとした。

(2) 補剛リブ

補剛間隔が決まると、図-15中の最小限界補剛剛性と補剛間隔の関係から、最小限界有効補剛剛性を求め、補剛リブの高さおよび厚さを求める。設計結果は表-4に示すようになる。

(3) 補剛案の選択

より経済的な設計結果を得るために、鋼管の単位長さあたりの所要鋼材量を計算する。その結果を表-4に示す。

表-3 設計条件

内 径 D_0 (mm)	2400
設計内水圧	無視
座屈に対する安全率	$S_f=1.5$
使用鋼材	SM490A
土かぶり H (m)	40~60
地下水位 H_w (m)	40~60 (静水圧とする)
外水圧 P (kN/m ²)	400~600
許容応力度 (kN/mm ²)	215
現場溶接に対する許容応力度の有効率	0.9

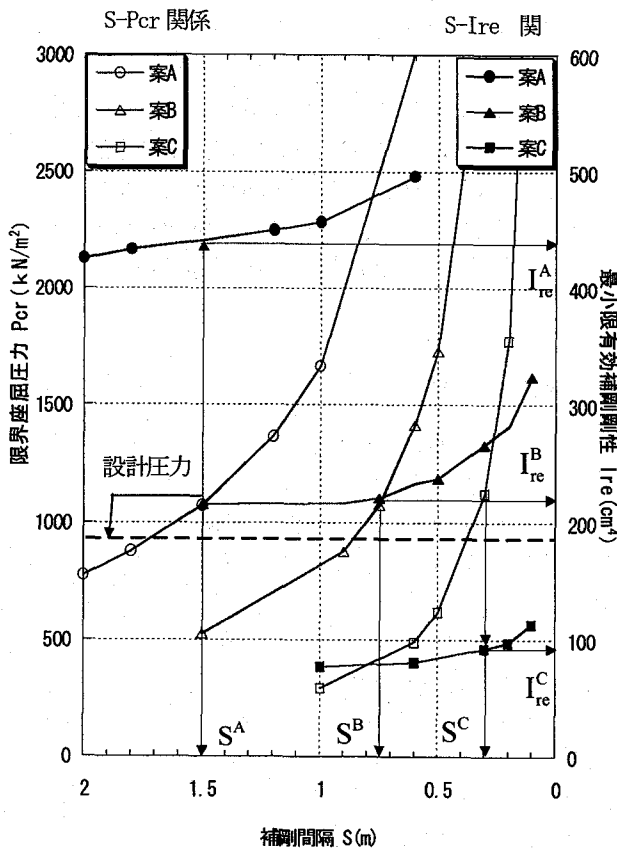


図-15 設計用のプロット

表-4 設計結果

補剛案	鋼管厚さ t (mm)	補剛間隔 S (m)	座屈圧力 P_{cr} (k/m ²)	最小限界有効補剛剛性 I_{re} (cm ⁴)	リブ厚さ t_r (cm)	リブ高さ h_r (cm)	単位長さあたり鋼材量 G (kg/m)
A	10	1.5	1071.5	$I_{re}^A=440.8$	5	10	983.3
B	7.5	0.75	1072.1	$I_{re}^B=220.5$	5	8	945.8
C	5	0.3	1122.7	$I_{re}^C=92.4$	2	8	770.1

表-4から、薄い鋼管を用いて補剛間隔が短い案Cが一番経済であることがわかる。

以上のことから、補剛リブがある鋼管による大深度地下水道管については、全体座屈を避けた局部座屈の座屈設計が可能であり、安全で経済的な設計方法が示すことができた。

6. まとめ

大深度地下に敷設される補剛リブを有する水道用鋼管や導水用鋼管を対象に、外圧による座屈挙動および座屈設計方法を検討した。本研究で得られた知見をまとめると、以下のとおりである。

- (1) 補剛リブを有する鋼管の座屈形態は、補剛リブの高さと厚さの比を10以下にすると、補剛リブのねじり座屈を避けることで、補剛リブの剛性に応じて、全体座屈（タイプI、II）と局部座屈（タイプIII）の二つの座屈形態があることがわかった。座屈形態は補剛剛性の増加にともなって、全体座屈から局部座屈に変化し、補剛剛性が最小限界補剛剛性以下の場合には、補剛リブと鋼管とが一体となって座屈し、全体座屈（タイプI、II）となる。一方、補剛剛性が最小限界補剛剛性以上の場合には、補剛リブ間の鋼管のみが座屈し、局部座屈（タイプIII）となる。
- (2) 補剛間隔によって最小限界補剛剛性および限界座屈圧力は異なる。補剛間隔が小さい方が、最小限界補剛剛性および限界座屈圧力は大きくなり、補剛リブによる有効補剛の範囲は広がる。
- (3) 鋼管の厚さと長さは、座屈形態に影響を与えないが、最小限界補剛剛性および限界座屈圧力には影響を与える。薄肉の鋼管は最小限界補剛剛性が小さくなることから、限界座屈圧力を大きくすることは期待で

きない。一方、長い管の限界座屈圧力は短い管と同じであるが、最小限界補剛剛性を大きくする必要がある。

- (4) 補剛リブを有する鋼管の座屈形態にもとづいて、全体座屈を避ける設計を行うことが可能であり、本研究で示した理論式から、限界座屈圧力、補剛間隔および最小限界補剛剛性を求め、5.3 に示した手順により設計を行えば、安全かつ経済的な設計結果が得られる。
- (5) 座屈設計の例から得られた結果を見ると、薄鋼管を用い、短い間隔で補剛することにより鋼材量が最小になる。また最小限界補剛剛性をもつ補剛リブの高さは小さくなることから、管の内空断面を同じにすると、管を挿入するためのトンネル掘削断面は減少することになり、工事全体の経済性に大きな良い効果をもたらすことができる。

今後は、初期不整および大変位の影響などについて、実験と解析とからの検討に加え、全体座屈の場合の補剛リブと鋼管との両方を考慮する座屈式の検討などが必要と考えている。さらに、鋼管の外側にあるセグメントや中詰め材のなどによる鋼管の拘束効果についても今後の研究課題として挙げるができる。

なお、この研究を進める端緒となった(財)水道技術研究センターと大深度水道研究会の関係者各位に御礼を申し上げるとともに、本研究の一部は日本鉄鋼連盟の助成事業によることを付記し、感謝する次第である。

参考文献

- 1) 国土交通省関東地方整備局:導水路施設評価検討委員会 参考資料, pp. 6-10, 2004.
- 2) R. P. Benson: Design of Unlined and Lined Pressure Tunnel, Tunneling and Underground Space Technology, Vol. 4, No. 2, pp. 157-170, 1989.
- 3) 財団法人 水道技術研究センター:平成 15 年度 大深度水道管のコスト縮減に関する研究, pp. 1-37, 2003.
- 4) E. H. Baker: Structural Analysis of Shell, pp. 306-323, McGraw-Hill, Inc 1972.
- 5) 王 剣宏, 渡辺 淳, 小泉 淳:大深度水道管の浸透水圧による座屈挙動に関する基礎研究, トンネル工学論文集, VOL.15, pp. 156-157, 2005.
- 6) 小堀 為雄, 吉田 博:鋼構造設計理論, pp. 120-124, 森北出版株式会社, 1977.
- 7) 社団法人 日本道路協会:道路橋示方書・同解説, I, II編, pp. 331-332, 1974.

- 8) Marc Analysis Research Corp. : Msc. Marc 2003, Volume B, pp. 3-334-339, 2003.
- 9) Timoshenko & Gere : Theory of Elastic Stability, pp. 474-481, 2003.
- 10) Marc Analysis Research Corp. : Msc. Marc 2003, Volume A, pp. 5-29-30, 2003
- 11) 池田 清宏, 室田 一雄: 構造系の座屈と分岐 , コロナ社, 2002.
- 12) 日本機械学会: 計算力学ハンドブック, □有限要素法 構造編, pp. 102-124, 丸善, 1998.
- 13) 久田 俊明, 野口 祐久: 非線形有限要素法の基礎と応用, pp. 304-322, 丸善, 2002.
- 14) 川井 忠彦: 座屈問題解析, pp. 138-159, 培風館, 2002.
- 15) Timoshenko & Gere: Theory of Elastic Stability, pp. 278-297, Kogakusha Company, LTD, 1961.
- 16) 土木学会: 鋼構造物設計指針, PART B 特定構造物, 土木学会, pp. 43-47, 1987.
- 17) 社団法人 水門鉄管協会: 水門鉄管技術基準 水圧鉄管解説追補, pp. 134-136, 1974.
- 18) Wilhem Flügge: Stresses in Shells, pp. 282-283, Springer-Verlag, Berlin, 1960